X. et O. MORTREUX

ARITHMÉTIQUE

pratique et raisonnée

COURS SUPÉRIEUR

3582 Exercices et Problèmes

Quatrième édition

PARIS
LIBRAIRIE CLASSIQUE EUGÈNE BELIN

Prix : 2 fr. 25

ARITHMÉTIQUE

PRATIQUE ET RAISONNÉE[1]

NOMBRES ENTIERS

NOTIONS PRÉLIMINAIRES

1. — On *compte* des objets, on *mesure* des grandeurs (longueurs, capacités, poids...) : le résultat de chacune de ces opérations est un **nombre**.

2. — L'**arithmétique** est la science des *nombres*.

3. — L'**unité** est *un des objets* que l'on compte ou *la grandeur* qui sert à mesurer des grandeurs de même espèce.

4. — Le nombre qui mesure une collection de plusieurs unités (dix élèves, huit mètres) est un **nombre entier**.

En ajoutant *un à un* des objets, on formerait la **suite des nombres entiers.**

Cette suite est **illimitée**; car, à une collection d'objets, on peut toujours ajouter un objet de même espèce et former ainsi un nouveau nombre entier.

Remarque. — Dix élèves, huit mètres, sont deux **nombres concrets**; dix, huit, sont deux **nombres abstraits.**

***Définitions. Signes.**— I. Un **théorème** est une proposition à démontrer. Ce que l'on donne ou que l'on admet s'appelle *hypothèse*, ce qu'il faut démontrer s'appelle *conclusion*.

Ex. : *Hypothèse :* Si l'on intervertit l'ordre des facteurs d'un produit,
Conclusion : Ce produit ne change pas de valeur.

II. Pour indiquer que *deux nombres* sont *égaux*, on les sépare par le signe = qui s'énonce **égale.**

S'ils sont *inégaux*, on emploie le signe < qui s'énonce **plus petit que,** ou le signe > qui s'énonce **plus grand que.**

Le signe ⩽ signifie **inférieur ou égal à**, et ⩾ signifie **supérieur ou égal à.**

1. Les astérisques indiquent les exercices et les leçons qui conviennent particulièrement aux élèves se préparant au brevet élémentaire.

NUMÉRATION

5. — La **numération** est l'ensemble des règles établies pour *nommer* les nombres (*numération parlée*), et pour les *écrire* (*numération écrite*).

Conventions. — Pour nommer les nombres usuels avec *peu de mots :*

1° On a donné aux *dix premiers nombres* les noms suivants : **un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix;**

2° On a formé les unités des divers **ordres :** la collection de dix unités forme une *dizaine* (2e ordre), la collection de dix dizaines forme une *centaine* (3e ordre), etc.;

3° On a formé les **classes** composées des trois ordres (unités, dizaines, centaines) : classes des *unités simples*, des *mille*, des *millions*, des *billions*, des *trillions*, etc.

Quatorze mots permettraient de nommer les nombres jusqu'aux *billions* compris, si l'usage n'avait consacré certaines *irrégularités*. Au lieu de dix-un, dix-deux, dix-trois, dix-quatre, dix-cinq, dix-six, on dit : *onze*, *douze*, *treize*, *quatorze*, *quinze*, *seize*. Au lieu de deux-dix, trois-dix, quatre-dix, cinq-dix, six-dix, sept-dix, huit-dix, neuf-dix, on dit : *vingt*, *trente*, *quarante*, *cinquante*, *soixante*, *soixante-dix* (septante), *quatre-vingts* (octante), *quatre-vingt-dix* (nonante).

6. Principe de la numération décimale. — Une unité d'un ordre quelconque vaut **dix** unités de l'ordre immédiatement inférieur.

Classes :	Billions			Millions			Mille			Unités		
Ordres :	centaines de billions	dizaines de billions	unités de billions	centaines de millions	dizaines de millions	unités de millions	centaines de mille	dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités
Rangs :	12e	11e	10e	9e	8e	7e	6e	5e	4e	3e	2e	1er

Conventions. — Pour écrire les nombres avec un *petit nombre de signes :*

1° On représente les *neuf premiers nombres* par les **chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;**

2° On convient que dans un nombre *chaque ordre* doit être représenté par **un chiffre** et que les *ordres manquants* seront remplacés par le chiffre **0**, qui n'a aucune valeur par lui-même.

Les chiffres autres que le zéro sont appelés *chiffres significatifs*

7. Principe de la numération écrite. — Tout chiffre placé à la *gauche* d'un autre représente des unités **dix** *fois plus grandes* que celles exprimées par cet autre.

En appliquant ce principe, le nombre 7 mille 8 centaines 3 dizaines 9 unités s'écrit : 7 839.

8. — La **valeur absolue** d'un chiffre est le nombre qu'il représente quand il est *seul ;* sa **valeur relative** est celle qu'il a en tenant compte du *rang* qu'il occupe dans le nombre.

Ex. : Dans 475, la valeur absolue du chiffre 7 est 7 unités ; sa valeur relative est 7 dizaines ou 70 unités.

Chiffres romains.

9. — Les dix chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 s'appellent **chiffres arabes.**

10. — Les Romains se servaient des chiffres suivants appelés **chiffres romains :**

I	V	X	L	C	D	M
un,	cinq,	dix,	cinquante,	cent,	cinq cents,	mille.

Conventions. — Pour représenter les nombres avec les **chiffres romains,** on a établi les conventions suivantes :

1° Plusieurs *chiffres semblables* (trois au plus) écrits *à la suite* les uns des autres s'ajoutent.

Ex. : II...	(1+1) ou 2.	CCC.	(100+100+100) ou 300.
XX..	(10+10) ou 20.	MM.	(1 000+1 000) ou 2 000.

2° Un *chiffre* placé *à la droite d'un autre plus fort* s'ajoute à celui-ci.

Ex. : VI...	(5+1) ou 6.	CL..	(100+50) ou 150.
XV..	(10+5) ou 15.	MDX.	(1 000+500+10) ou 1 510.

3° Un *chiffre* placé *à la gauche d'un autre plus fort* s'en retranche.

Ex. : IX...	(10—1) ou 9.	CD..	(500—100) ou 400.
XL.	(50—10) ou 40.	CM..	(1 000—100) ou 900.

4° Un *chiffre* placé *entre deux autres plus forts* se retranche de celui qui est à sa droite.

Ex.: XIX..	10+(10—1) ou 19.	DXC.	500+(100—10) ou 590.
LIX.	50+(10—1) ou 59.	MCD.	1 000+(500—100) ou 1 400.

5° Tout nombre surmonté d'*un trait* représente des mille ; de *deux traits,* des millions ; de *trois traits,* des billions.

Ex. : $\overline{\text{XV}}$.....	15 000.	$\overline{\overline{\text{DL}}}$	550 millions.

Numération.

Exercices. — **1.** — Quelle est la classe la plus élevée d'un nombre de 7 chiffres? Est-elle complète?

2. — Quel est le plus grand nombre de 5 chiffres? le plus petit nombre de 5 chiffres? De combien diffèrent-ils? Combien y a-t-il de nombres de 5 chiffres?

3. — Comment écrit-on un nombre entier?

4. — Comment lit-on un nombre entier?

5. — Combien emploie-t-on de mots différents pour nommer les nombres de 1 à 100 compris? Aurait-on pu en employer moins?

6. — Combien faut-il tracer de chiffres pour écrire les nombres de 1 à 100 compris? de 1 à 1 000 non compris?

7. — Ecrire en chiffres romains : 1 909 ; 814 ; 1 610 ; 1 870 ; 449.

8. — Ecrire en chiffres arabes : $\overline{\text{IV}}$DXLV, MDCCLXXIX, CMLIV.

9. — A l'aide d'exemples, expliquez l'emploi du zéro. Où doit-on placer un zéro dans le nombre 425 pour que ce nombre augmente : 1° le plus possible ; 2° le moins possible?

10. — Quel est, dans un nombre, le chiffre dont la valeur relative et la valeur absolue sont les mêmes?

11. — Quel est le plus grand nombre : 1° de 4 chiffres, 2° composé de 4 chiffres différents? Même question pour le plus petit nombre.

12. — Combien y a-t-il de nombres formés : *a*) de 1 chiffre? *b*) de 2 chiffres? *c*) de 3 chiffres? *d*) de 4 chiffres? (*B. E. Lyon.*)

13. — Quand on fait passer un chiffre du rang des dizaines au rang des mille, que devient sa valeur absolue? Par combien sa valeur relative est-elle multipliée? De combien augmente-t-elle?

14. — La numération, idée générale. Principes essentiels de la numération décimale. (*B. E. Bordeaux.*)

15. — Trouver, d'une façon méthodique, combien de mots différents sont nécessaires pour nommer tous les nombres de un à un billion non compris. (*B. E. Seine.*)

***16.** — Combien faut-il employer de caractères pour numéroter les pages d'un livre qui a 304 pages?

***17.** — Quel est le nombre de pages d'un dictionnaire dont la pagination a nécessité 3 897 caractères d'imprimerie? (*E. N. Creuse.*)

***18.** — De combien augmente un nombre quand on intercale un zéro entre deux de ses chiffres? Exemple. (*B. E. oral, Paris.*)

***19.** — Soit le nombre 684. On écrit un zéro à sa droite, puis un zéro à sa gauche, puis entre deux chiffres consécutifs ; qu'est devenu le nombre proposé dans chacun de ces trois cas? (*B. E. Seine.*)

***20.** — Un nombre est formé de trois chiffres consécutifs, on renverse ce nombre ; montrer que la différence entre ce nombre et le nombre renversé est toujours 198. (*B. E. Nancy.*)

***21.** — Qu'est-ce qu'un système de numération? Expliquez le mécanisme de la numération écrite. Montrez les avantages du système décimal. (*B. E. Toulouse.*)

***22.** — Dans le système de numération décimale, dix caractères ou chiffres sont nécessaires et suffisants pour représenter tous les nombres entiers. Expliquer. (*E. N. Seine-et-Marne.*)

ADDITION

Problème. — Jules avait 8 billes, on lui en donne 5. Combien en a-t-il ?

Le *nombre de billes* qu'il a est la **somme** de 8 billes et de 5 billes, c'est-à-dire le *nombre* des billes *de la collection formée en réunissant les collections de* 8 *billes et de* 5 *billes.*

Ce nombre s'obtiendra par une **addition.**

11. — L'**addition** est l'opération qui a pour but de calculer la *somme* ou le *total* de plusieurs nombres.

12. — 8 billes *plus* 5 billes égale 13 billes.

Cette addition s'écrit : $8^b + 5^b = 13$ billes.

13. — La **preuve** d'une opération est une 2e opération par laquelle on *vérifie* l'exactitude de la 1re.

14. Théorème. — *La somme de plusieurs nombres est indépendante de leur ordre.*

Ex. : $47 + 753 + 65 = 65 + 753 + 47$.

En effet, s'il s'agit de collections de billes, chacune des deux sommes est une collection unique obtenue en réunissant toutes les billes contenues dans les trois collections partielles; ces deux sommes sont donc égales.

15. Théorème. — *On peut remplacer plusieurs termes d'une somme par leur somme effectuée.*

Ex. : $4 + 7 + 5 + 3 = 4 + (7 + 3) + 5 = 4 + 10 + 5$.

16. — Pour faire la **preuve de l'addition**, on peut :

1° *Recommencer* l'opération *de bas en haut*, si on l'a d'abord faite de haut en bas (§ **14**) ;

2° *Partager* l'addition *en plusieurs additions partielles* et faire la somme des totaux obtenus (§ **15**) ;

Dans les deux cas, on doit retrouver le 1er résultat.

Exercices. — **23.** — Si l'on additionne une somme avec les nombres qui l'ont formée, que sera la 2e somme par rapport à la 1re ? Exemple.

24. — Quel changement subit la somme de plusieurs nombres lorsqu'on augmente le 1er de ces nombres de 13 unités, le 2e de 42 et le 3e de 25 ? Donner un exemple.

25. — Comment, par une addition, pourrait-on obtenir l'excès de la somme de plusieurs nombres sur l'un d'eux? Exemple.

26. — Quand le total d'une addition a-t-il : 1° un chiffre, 2° deux chiffres de plus que le plus grand des nombres à additionner ?

27. — Dans une addition, on trouve les totaux partiels suivants : 47 unités, 38 dizaines, 108 centaines et 78 unités de mille. Quel est le nombre qui exprime le total de cette addition ?

* *Théorie de l'addition.*

17. Théorème. — *Pour ajouter une somme à un nombre, on peut ajouter au nombre la 1re partie de la somme, puis au résultat obtenu la 2e partie, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait ajouté toutes les parties.*

Ex. : $4+(5+3)=4+5+3=9+3=12.$

Remarque. — Les opérations indiquées entre **parenthèses** doivent être considérées comme *effectuées.*

Ex. : 1° $4+(\mathbf{5+3})=4+\mathbf{8}$; 2° $4+(\mathbf{6-2})=4+\mathbf{4}$.

18. **1er Cas.** — *Addition de deux nombres d'un chiffre.*

Ex. : $6+3$.

On a : $6+3=6+(1+1+1)=7+(1+1)=8+1=9.$ (§. **17**)

Les résultats de toutes les additions de deux nombres d'un chiffre sont contenus dans la **table d'addition.**

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

La **somme 9** des nombres 6 et 3 se trouve à l'*intersection de la colonne* en tête de laquelle est inscrit **6** et de *la ligne* qui commence par le nombre **3**.

19. Théorème. — *Pour ajouter un nombre à une somme, on peut ajouter ce nombre à l'un des termes de la somme.*

Ex. : $(12+6)+8=(\mathbf{12+8})+6=20+6.$

En effet : $(12+6)+8=12+6+8,$
$=(12+8)+6=20+6.$ (§ **15**)

20. **2e Cas.** — *Addition d'un nombre de plusieurs chiffres et d'un nombre d'un seul.*

Ex. : $136 + 7$.

On a : $136 + 7 = (130 + 6) + 7$;
$= 130 + 13$; (§ **19**)
$= 13^{\text{diz}} + 1^{\text{diz}} + 3^{\text{unités}} = 143$.

c.	d.	u.
	1	
1	3	6
		7
1	4	3

(*Formuler la règle.*)

21. **Théorème.** — *La somme de plusieurs sommes est égale à la somme de tous leurs termes groupés d'une façon quelconque.*

Ex. : $(4 + 8 + 2) + (7 + 3 + 6) = 4 + 6 + 8 + 2 + 3 + 7$.

22. **3e Cas.** — *Addition de nombres quelconques.*

Ex. : $137 + 465 + 59$.

On a :

$137 + 465 + 59 = (1^{\text{cent}} + 3^{\text{diz}} + 7^{\text{u}}) + (4^{\text{c}} + 6^{\text{d}} + 5^{\text{u}}) + (5^{\text{d}} + 9^{\text{u}})$;
$= (1^{\text{c}} + 4^{\text{c}}) + (3^{\text{d}} + 6^{\text{d}} + 5^{\text{d}}) + (7^{\text{u}} + 5^{\text{u}} + 9^{\text{u}})$; (§ **21**)
$= 1^{\text{c}} + 4^{\text{c}} + 14^{\text{d}} + 21^{\text{u}}$;
$= 1^{\text{c}} + 4^{\text{c}} + 1^{\text{c}} + 4^{\text{d}} + 2^{\text{d}} + 1^{\text{u}} = 661$.

1	2	
1	3	7
4	6	5
	5	9
6	6	1

(*Formuler la règle.*)

Exercices. — **28.** — Comment obtient-on : 1° la 2e ligne, 2° la 6e ligne de la table d'addition ?

29. — Comment construit-on la table d'addition ? Quelles sommes renferme-t-elle ?

30. — Trouvez, dans la table d'addition, les sommes suivantes :

$7 + 8$; $3 + 9$; $6 + 4$; $7 + 5$.

Comment procédez-vous ?

31. — Ecrivez la suite des neuf premiers nombres et, au-dessous, cette suite dans l'ordre inverse. A quoi est égale la somme de deux nombres quelconques placés l'un au-dessous de l'autre ? D'après cela, quelle est : 1° la somme des neuf premiers nombres ? 2° la somme des dix premiers nombres pairs ?

32. — Expliquez pourquoi, lorsqu'on passe d'une ligne de la table d'addition à la suivante, la somme des nombres de la ligne augmente toujours de 10.

33. — Pourquoi commence-t-on l'addition par la droite ? Dans quel cas est-il indifférent de commencer cette opération par la droite ou par la gauche ? (*B. E. oral, Paris.*)

34. — Quel est le 2e cas de l'addition ? Expliquer ce cas à l'aide des exemples suivants : $124 + 3$ et $276 + 8$; puis formuler la règle.

35. — Quel est le 3e cas de l'addition ? L'expliquer à l'aide d'un exemple et formuler la règle. (*B. E. Seine.*)

36. — Faire la somme des quatre-vingt-dix-neuf premiers nombres.

37. — Faire la somme de tous les nombres inscrits dans la table d'addition.

SOUSTRACTION

Problème. — Louis a 12 billes, Jean a 7 billes. Combien Louis en a-t-il de plus que Jean ?

Le nombre de billes que Louis a de plus que Jean est la *différence* entre 12 billes et 7 billes, c'est-à-dire le *nombre de billes qu'il faut ajouter à 7 billes pour en avoir* 12.

Cette **différence** s'obtiendra par une **soustraction.**

23. — La **différence** de deux nombres est le nombre qu'il faut ajouter au *plus petit* pour obtenir le *plus grand*. Elle s'appelle encore **reste** ou **excès**.

24. — La **soustraction** est une opération qui a pour but de calculer la *différence* de deux nombres.

25. — 12 billes *moins* 7 billes égale 5 billes.
Cette soustraction s'écrit : $12^b - 7^b = 5$ billes.

26. — Pour faire la **preuve de la soustraction,** on *ajoute la différence au plus petit nombre*. La somme obtenue doit être égale au plus grand nombre (§ **23**).

On peut encore *retrancher la différence des deux nombres du plus grand*. Le résultat obtenu doit être égal au plus petit nombre.

27. Théorème. — *La différence de deux nombres ne change pas quand on ajoute un même nombre à chacun d'eux.*

Ex. : $(7+2)-(4+2)=7-4$.
En effet, faisons la **preuve** :
$7-4+(4+2)=7-4+4+2$
$=7+2$.

Autre démonstration.
7 — 4. . . 0 0 0 0 0 0 0.
(7 + 2) — (4 + 2). 0 0 0 0 0 0 0 0 0.

Exercices. — **38.** — La différence de deux nombres est 45, le plus petit est 72 ; quel est le plus grand ?

39. — La différence de deux nombres est 34, le plus grand est 128 ; quel est le plus petit ?

40. — Dans quels cas la différence est-elle plus petite, plus grande que le plus petit nombre ?

41. — Sans changer la somme de deux nombres différents, peut-on les rendre égaux ? Comment ?

42. — Expliquer, à l'aide d'un exemple, ce que devient le reste d'une soustraction quand on augmente le plus grand nombre.

43. — A l'aide d'un exemple, expliquer ce que devient le reste d'une soustraction, si l'on augmente ses deux termes de 4 unités.

diminue
augmente
ne change pas

44. — Effectuer la soustraction 438 — 295 ; dire ce que devient le reste, si on diminue : 1° le grand nombre seul de 8 unités, 2° le petit nombre seul de 8 unités, 3° tous les deux à la fois de 8 unités.

* *Théorie de la soustraction.*

28. **1er Cas.** — *Le plus petit nombre et le reste n'ont qu'un chiffre.*

Ex. : 12 — 7.

D'après la **table d'addition**, $7 + 5 = 12$, donc $12 - 7 = 5$. (§ **23**)

29. Théorème. — *Pour retrancher une somme d'un nombre, on peut retrancher du nombre la 1re partie de la somme, puis du résultat obtenu la 2e partie, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait retranché toutes les parties.*

Ex. : $15 - (\mathbf{8} + \mathbf{3}) = 15 - \mathbf{8} - \mathbf{3}$.

En effet, faisons la **preuve** de cette soustraction :

$15 - 8 - 3 + (8 + 3) = 15 - 8 - 3 + 8 + 3$; (§ **17**)
$= 15 - 8 - 3 + 3 + 8 = 15 - 8 + 8 = \mathbf{15}$.

30. **2e Cas.** — *Les deux nombres sont quelconques.*

A. — Les chiffres du plus petit nombre sont inférieurs aux chiffres de même rang du plus grand nombre.

Ex. : 875 — 342.

On a :

$8^{cent} + 7^{diz} + 5^{u} - (3^{c} + 4^{d} + 2^{u})$;
ou $8^{c} + 7^{d} + 5^{u} - 3^{c} - 4^{d} - 2^{u}$; (§ **29**)
ou $(8^{c} - 3^{c}) + (7^{d} - 4^{d}) + (5^{u} - 2^{u}) = 5^{c} + 3^{d} + 3^{u} = 533$.

c	d	u
8	7	5
3	4	2
5	3	3

B. — Les chiffres des deux nombres sont quelconques.

Ex. : 728 — 472.

$728 - 472 = 7^{cent} + \mathbf{12}^{diz} + 8^{u} - (\mathbf{5}^{c} + 7^{d} + 2^{u})$; (§ **27**)
$= 7^{c} + \mathbf{12}^{d} + 8^{u} - \mathbf{5}^{c} - 7^{d} - 2^{u}$; (§ **29**)
$= (7^{c} - \mathbf{5}^{c}) + (\mathbf{12}^{d} - 7^{d}) + (8^{u} - 2^{u}) = 256$.

	12	
7	2	8
5		
4	7	2
2	5	6

(*Formuler la règle.*)

Exercices. — 45. — Expliquez comment, à l'aide de la table d'addition, on peut trouver 15 — 8.

46. — Expliquer la soustraction sans retenue (2e cas) sur l'exemple suivant : 986 — 543.

47. — Quel est le principe sur lequel repose la théorie de la soustraction des nombres entiers ? Démonstration. (*B. E. Paris.*)

48. — Peut-on commencer la soustraction par la gauche ? Dans quel cas n'y aurait-il aucun inconvénient à procéder ainsi ? Exemples.

49. — Expliquer la soustraction avec retenue sur l'exemple suivant : 1685 — 978. Formuler la règle.

50. — En retranchant le nombre 2792 du nombre 3241, un enfant a négligé toutes les retenues. Montrer, sans faire l'opération exacte, de combien le résultat trouvé diffère du résultat réel. (*B. E. Bordeaux.*)

*Sommes et différences.

31. Théorème. — *Pour ajouter une différence à un nombre, on peut ajouter à ce nombre le 1er terme de la différence, puis du résultat retrancher le 2e terme.*

Ex. : $14 + (7 - 5) = 14 + 7 - 5$.

En effet, si à 14 on ajoute 7 au lieu d'ajouter (7 — 5), le nombre obtenu (14 + 7) contiendra 5 unités de trop qu'on devra lui retrancher ; donc, $14 + (7 - 5) = 14 + 7 - 5$.

32. Théorème. — *Pour retrancher une différence d'un nombre, on peut ajouter à ce nombre le 2e terme de la différence, puis du résultat retrancher le 1er terme.*

Ex. : $14 - (7 - 5) = 14 + 5 - 7$.

En effet, faisons la **preuve** :

$14 + 5 - 7 + (7 - 5) = 14 + 5 - 7 + 7 - 5 = 14$. (§ **31**)

Remarque. — On pourrait employer la méthode de démonstration du § **31**.

Parenthèses et signes. — I. Pour **additionner** une somme ou une différence à un nombre, on peut *supprimer les parenthèses* en conservant à chaque terme le signe qui le précède.

II. Pour **soustraire** une somme ou une différence d'un nombre, on ne peut *supprimer les parenthèses* qu'à la condition de *changer les signes* de tous les termes placés entre parenthèses. (V. Algèbre, page 374.)

En résumé :
$N + (a + b) = N + a + b$. (§ **17**)
$N + (a - b) = N + a - b$. (§ **31**)
$N - (a + b) = N - a - b$. (§ **29**)
$N - (a - b) = N - a + b$. (§ **32**)

Exercices. — **51.** — Sans effectuer les calculs, dire de combien la valeur des expressions suivantes est supérieure ou inférieure à 45 :

1° $45 - 12 + 8$; 2° $45 - 12 + 20$; 3° $45 - 12 + 8 + 4$.

52. — De combien la valeur de l'expression $75 - 18 - 24 - 32$ est-elle inférieure à 75 ?

53. — Calculer à l'aide de deux opérations seulement la valeur de l'expression $238 - 65 - 132 - 15$.

54. — Calculer les expressions suivantes en effectuant les calculs tels qu'ils sont indiqués :

$4 + (18 + 2) =$; $45 - (15 + 5) =$; $8 + (9 - 6) =$; $12 - (12 - 9) =$.

Vérifier les résultats obtenus en effectuant les calculs après avoir chassé les parenthèses.

55. — Rédiger la démonstration du théorème § 32, en employant les deux méthodes indiquées.

56. — Rédiger la démonstration du théorème § 29, en appliquant la méthode suivie au § 31.

Revision.

Exercices. — **57.** — Que devient une différence lorsqu'on diminue ses deux termes d'une même quantité? Exemple.

58. — Trouver: 1° deux nombres entiers consécutifs dont la somme est 975; 2° trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 2622.

59. — On a ajouté 10 au plus grand nombre d'une soustraction et 5 au plus petit; qu'est devenu le reste?

60. — Quelle modification fait-on subir à la différence de deux nombres quand on ajoute 18 unités au plus grand terme et 25 unités au plus petit? Est-ce toujours possible? Exemples.

61. — La différence de deux nombres est 16, le petit nombre est 69; calculer la somme de ces deux nombres.

62. — La différence de deux nombres est 48, le grand nombre est 123; calculer la somme de ces deux nombres.

63. — La somme de deux nombres est 240, le petit nombre est 72; quelle est la différence des deux nombres?

64. — La somme de deux nombres est 834, le grand nombre est 745; quelle est la différence des deux nombres?

65. — Si on augmente l'une des parties d'une somme et qu'on en diminue une autre, dans quel cas cette somme ne change-t-elle pas?

66. — Dites le nombre qu'il faut retrancher de 724 pour que le reste de la soustraction, augmenté de 36, fasse 425.

67. — La somme des trois termes d'une soustraction est 824. Quel est le grand nombre?

68. — Indiquer un procédé pour faire la preuve de l'addition au moyen de la soustraction.

69. — Trouver la différence de deux nombres, sachant que si l'on augmentait le plus grand de 12 et le plus petit de 18, la nouvelle différence serait 1230.

70. — Qu'obtient-on: 1° si l'on ajoute la somme de deux nombres à leur différence; 2° si l'on retranche la différence de deux nombres de leur somme? Exemples.

***71.** — Le plus grand de deux nombres est 380. En retranchant 180 de l'un et 160 de l'autre, on obtient 240 pour la somme des restes. On demande le plus petit nombre. (*C. Compl.*)

***72.** — La différence de deux nombres est 3847. Que deviendrait cette différence: 1° si l'on augmentait le grand nombre de 1145, et si l'on diminuait en même temps le petit de 518; 2° si l'on diminuait le 1er de 1145 et que l'on augmentât en même temps le 2e de 518; 3° si l'on diminuait le 1er de 1145 et le 2e de 518? (*B. E. Paris.*)

***73.** — Différentes manières de faire la preuve de la soustraction. Les énoncer et les expliquer. (*B. E. Clermont.*)

***74.** — Peut-on faire une soustraction en commençant par la gauche des nombres proposés? Comment s'y prendrait-on? Pourquoi n'emploie-t-on pas habituellement ce procédé? Raisonner sur l'exemple suivant: 87546 — 19398. (*B. E. Chambéry.*)

***75.** — Soustraction des nombres entiers dans le cas général. Théorie et règle pratique. Enoncé du principe sur lequel repose la marche de l'opération. Raisonner sur: 32504 — 9687. (*B. E. Seine.*)

***76.** — Comment fait-on pour retrancher d'un nombre: 1° la somme, 2° la différence de deux nombres? Démontrer. (*B. E. Grenoble.*)

MULTIPLICATION

Problème. — Un parapluie coûte 9 fr. Que coûtent 4 parapluies?

Le prix de 4 parapluies est égal à $9^f + 9^f + 9^f + 9^f$ ou à 9 fr. répétés 4 fois.
Faire la somme de 4 nombres égaux à 9 fr. ou *répéter 4 fois 9 fr.*, *c'est faire le* **produit** de 9 fr. par 4.
Ce *produit* s'obtiendra par une **multiplication.**

33. — Le **produit** d'un nombre appelé *multiplicande* par un nombre appelé *multiplicateur* est la somme d'autant de nombres égaux au premier qu'il y a d'unités dans le second. La **multiplication** est l'opération qui a pour but de calculer ce *produit.*

En d'autres termes, la **multiplication** est une opération qui a pour but de *répéter* un nombre appelé *multiplicande* autant de fois qu'il y a d'unités dans un autre nombre appelé *multiplicateur.*

34. — Le *multiplicande* et le *multiplicateur* sont les **facteurs** du *produit.*

Le **multiplicateur** indique *combien de fois* le multiplicande doit être répété; c'est un *nombre abstrait.*
Le **produit** représente des unités de *même espèce* que le *multiplicande.* Si le *multiplicateur est un*, le produit est égal au multiplicande; si le *multiplicateur est zéro*, le produit est zéro.

35. — 9 fr. *multiplié* par 4 égale 36 fr.
Cette multiplication s'écrit : $9^f \times 4 = 36$ fr.

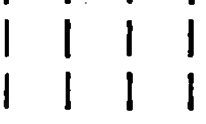
Le **signe** $\times$ n'indique que la multiplication des deux *nombres qu'il sépare.* Si les facteurs sont des sommes ou des différences, on place ces sommes ou ces différences entre *parenthèses.*

1er ex. : $9 - 2 \times 3 + 7 = 9 - \mathbf{6} + 7 = 10.$
2e ex. : $12 + 3 \times (9 - 2) = 12 + 3 \times \mathbf{7} = 12 + \mathbf{21} = 33.$

36. Théorème. — *Le produit de deux facteurs ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs.*

Ex. : $4 \times 3 = 3 \times 4.$

En effet, le tableau ci-contre comprend :
3 lignes de 4 unités, c'est-à-dire 4×3;
ou 4 colonnes de 3 unités, c'est-à-dire 3×4.



37. — On peut faire la **preuve de la multiplication** en recommençant l'opération, après avoir *interverti* l'ordre des facteurs. On doit obtenir le même résultat dans les deux cas (§ **36**).

Exercices. — **77.** — Expliquez, sur l'exemple suivant : $437^f \times 4$, que la multiplication est une addition abrégée.

78. — Sans effectuer les produits 78×24 et 78×28, indiquer de combien ils diffèrent.

79. — Dans la multiplication de 7 par 4, on ajoute 1 au multiplicateur; de combien le produit a-t-il augmenté? De combien aurait-il augmenté si on avait ajouté 1 au multiplicande seul?

80. — Que devient le produit 120×8 quand on ajoute 6 au multiplicateur? Vérifier.

81. — Que devient le produit 74×25 si on retranche 4 unités au multiplicateur sans changer le multiplicande? Vérifier.

82. — Si l'on ajoute 45 à l'un des facteurs du produit 7874×352, de quelle quantité augmente-t-on ce produit? Vérifier.

83. — Que faut-il ajouter au multiplicateur pour que le produit soit doublé? Expliquer à l'aide d'un exemple.

84. — Que faut-il retrancher au multiplicande pour que le produit soit 4 fois plus petit? Raisonner sur l'exemple : 124×45, et vérifier.

85. — Quel résultat obtient-on en multipliant un nombre par 5, puis ce même nombre par 6, et en additionnant les deux produits?

86. — On multiplie un nombre par 32, on le multiplie ensuite par 36 et la différence entre les deux produits est 188; quel est ce nombre?

87. — Quel nombre faut-il ajouter à 7545 pour le rendre 1000 fois plus grand?

88. — Du triple d'un nombre, on retranche le double de ce nombre, le reste a pour moitié 16. Quel est ce nombre?

89. — On a multiplié 5897 par 493. On constate, après avoir fait l'opération, que le multiplicateur devait être 593. Comment peut-on rectifier rapidement le résultat?

90. — Le produit de deux nombres est 180. Si on augmente le plus petit de 3 unités, on obtient 225 pour nouveau produit. Quels sont ces nombres? (*B. E. Lyon.*)

91. — Calculer les expressions suivantes :

$4+9\times8$; $68-9\times7$; $13\times4-8$; $6\times5+24$;
$9+5\times4-7$; $78-6\times7+12$; $85-7\times2-45$.

92. — Qu'appelle-t-on produit de deux facteurs? Expliquer, à l'aide de la définition, que 4×5 et 5×4 indiquent des opérations différentes et démontrer que $4\times5=5\times4$. (*B. E. Alger.*)

93. — Montrer, en vous appuyant sur la définition de la multiplication, ce que devient le produit de deux nombres entiers : 1° lorsqu'on augmente de 10 unités le multiplicande; 2° lorsqu'on augmente de 10 unités le multiplicateur seul. (*E. P. S.*)

94. — En quoi consiste la preuve de la multiplication par la multiplication? Sur quel principe repose cette preuve? Le démontrer en prenant pour exemple les nombres 5 et 6. (*B. E. Seine.*)

95. — Quelle est l'erreur commise dans une multiplication dont le multiplicande est 5641, si on a mis le chiffre 6 des centaines du multiplicateur à la place du 4 qui était aux unités et inversement? (*E. P. S.*)

96. — En calculant le produit d'un nombre par 80, on a multiplié le nombre par 8, mais on a négligé d'écrire un zéro à droite du résultat. Le produit trouvé étant inférieur de 7992 au produit véritable, quel est le multiplicande? (*B. E. Bordeaux.*)

* Théorie de la multiplication.

38. 1er Cas. — *Les deux facteurs n'ont qu'un seul chiffre.*

Ex. : 7×3.

On a : $7 \times 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. (Définition § **33**)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Le **produit 21** des facteurs 7 et 3 se trouve dans la **table de multiplication,** dite table de Pythagore, il est à *l'intersection de la colonne* en tête de laquelle se trouve **7** et de *la ligne* dont le premier nombre est **3**.

39. Théorème. — *Pour multiplier une somme par un nombre, on peut multiplier les parties de la somme par ce nombre et ajouter les produits partiels.*

Ex. : $(5 + 2 + 8) \times 3 = 5 \times 3 + 2 \times 3 + 8 \times 3$.

En effet :

$$\begin{aligned}(5+2+8)\times 3 &= (5+2+8)+(5+2+8)+(5+2+8); && (\S\ \mathbf{33})\\ &= 5+5+5+2+2+2+8+8+8; && (\S\ \mathbf{21})\\ &= 5\times 3+2\times 3+8\times 3. && (\S\ \mathbf{33})\end{aligned}$$

40. Théorème. — *Pour multiplier un nombre par une somme, on peut multiplier ce nombre par les parties de la somme et ajouter les produits partiels.*

Ex. : $5 \times (4 + 3) = 5 \times 4 + 5 \times 3$.

En effet :

$$\begin{aligned}5\times(4+3) &= (4+3)\times 5; && (\S\ \mathbf{36})\\ &= 4\times 5+3\times 5; && (\S\ \mathbf{39})\\ &= 5\times 4+5\times 3 && (\S\ \mathbf{36}).\end{aligned}$$

41. **2e Cas.** — *Le multiplicande a plusieurs chiffres, le multiplicateur n'en a qu'un seul.*

Ex. : 647×3.

On a : $647 \times 3 = (6^c + 4^d + 7^u) \times 3$;
$= 6^c \times 3 + 4^d \times 3 + 7^u \times 3$; (§ **39**)
$= 18^c + 12^d + 21^u$;
$= 19^c + 4^d + 1^u = 1\,941$.

$$\begin{array}{r} 647 \\ \times\ 3 \\ \hline 1\,941 \end{array}$$

(*Formuler la règle.*)

42. **3e Cas.** — *Le multiplicateur est l'unité suivie de zéros.*

Ex. : 54×100.

On a : $54 \times 100 = 100 \times 54$. (§ **36**)
54 fois 100 ou 54 centaines = 5 400. (*Formuler la règle.*)

43. **4e Cas.** — *Le multiplicateur est formé d'un chiffre significatif suivi de zéros.*

Ex. : $3\,278 \times 400$.

Le produit de 3 278 par 400 est égal à la somme de 400 nombres égaux à 3 278 ou à 100 sommes de 4 nombres égaux à 3 278.

$3\,278 \times 4 = 13\,112$; (§ **41**)
$3\,278 \times 400 = 13\,112 \times 100 = 1\,311\,200$. (§ **42**)

(*Formuler la règle.*)

44. **5e Cas.** — *Les facteurs sont quelconques.*

Ex. : $6\,534 \times 328$.

$6\,534 \times 328 = 6\,534 \times (300 + 20 + 8)$;
$= 6\,534 \times 8 + 6\,534 \times 20 + 6\,534 \times 300$; (§ **40**)
$= 52\,272 + 130\,680 + 1\,960\,200 = 2\,143\,152$.

$$\begin{array}{r} 6\,534 \\ 328 \\ \hline 52\,272 \\ 130\,68 \\ 1\,960\,2 \\ \hline 2\,143\,152 \end{array}$$

(*Formuler la règle.*)

Exercices. — **97.** — Trouvez dans la table de Pythagore les produits : 4×8; 5×9; 7×3. Comment procédez-vous?

98. — Comment forme-t-on la table de Pythagore? Quels produits renferme-t-elle? Où se trouvent les carrés des neuf premiers nombres?

99. — Multiplier 5 427 par 600. Règle et démonstration.

100. — Multiplier 476 par 35 et expliquer pourquoi le 1er chiffre du 2e produit partiel se place au rang des dizaines. (*E. P. S.*)

101. — Comment multiplie-t-on un nombre par 10, par 100, par 1 000? Donner la règle et l'expliquer.

102. — Multiplier 4 768 par 6 009. Règle et démonstration. (*E. P. S.*)

103. — Multiplier 5 643 par 954. Donner la règle et la démontrer.

104. — Peut-on, sans difficulté, commencer la multiplication de 321 par 23, par la gauche du multiplicande? Pourquoi? (*E. P. S.*)

*Produit de plusieurs facteurs.

45. — On appelle **produit de plusieurs facteurs** *rangés dans un certain ordre* le résultat que l'on obtient en multipliant le 1er facteur par le 2e, le produit obtenu par le 3e, et ainsi de suite jusqu'à ce que tous les facteurs soient utilisés.

Ex. : $4 \times 5 \times 6 \times 3 = 20 \times 6 \times 3 = 120 \times 3 = 360$.

46. Théorème. — *Le produit de plusieurs facteurs est indépendant de l'ordre des facteurs.*

A. — Un produit de **deux** facteurs ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs (§ **36**).

B. — Un produit de **trois** facteurs ne change pas quand on intervertit l'ordre des *deux derniers*.

Ex. : $6 \times \mathbf{5} \times \mathbf{3} = 6 \times \mathbf{3} \times \mathbf{5}$.

En effet : $6 \times 5 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$; (§ **33**)
$6 \times 5 \times 3 = (6 + 6 + 6 + 6 + 6) \times 3$;
$= 6 \times 3 + 6 \times 3 + 6 \times 3 + 6 \times 3 + 6 \times 3$; (§ **39**)
$= 6 \times 3 \times 5$.

Autre démonstration. — On forme un tableau de trois lignes contenant chacune 5 fois 6 et on raisonne comme au paragraphe 36.

C. — Un produit de **plusieurs facteurs** ne change pas quand on intervertit l'ordre des *deux derniers*.

Ex. : $3 \times 4 \times 5 \times \mathbf{2} \times \mathbf{6} = 3 \times 4 \times 5 \times \mathbf{6} \times \mathbf{2}$;

En effet : $3 \times 4 \times 5 \times 2 \times 6 = (3 \times 4 \times 5) \times 2 \times 6$; (§ **45**)
$= (3 \times 4 \times 5) \times 6 \times 2$; (**B**)
$= 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 2$.

D. — Un produit de **plusieurs facteurs** ne change pas quand on intervertit l'ordre de *deux facteurs consécutifs* quelconques.

Ex. : $2 \times 4 \times \mathbf{3} \times \mathbf{5} \times 6 = 2 \times 4 \times \mathbf{5} \times \mathbf{3} \times 6$;

En effet : $2 \times 4 \times 3 \times 5 = 2 \times 4 \times 5 \times 3$; (**C**)

Donc : $2 \times 4 \times 3 \times 5 \times 6 = 2 \times 4 \times 5 \times 3 \times 6$.

E. — Un produit de **plusieurs facteurs** ne change pas quand on *intervertit d'une façon quelconque* l'ordre des facteurs.

Ex. : $4 \times 5 \times 3 \times 2 = 2 \times 5 \times 4 \times 3$.

En effet : $4 \times 5 \times 3 \times 2 = 4 \times 5 \times 2 \times 3$;
$= 4 \times 2 \times 5 \times 3 = 2 \times 4 \times 5 \times 3$;
$= 2 \times 5 \times 4 \times 3$. (**D**)

47. THÉORÈME. — *Dans un produit de facteurs, on peut remplacer plusieurs facteurs par leur produit effectué.*

Ex. : $5 \times \mathbf{4} \times \mathbf{25} \times 3 = 5 \times \mathbf{100} \times 3$.

Ce théorème résulte de la définition donnée au paragraphe 45, pour les facteurs *placés en tête* du produit.

On a donc :

$$5 \times 4 \times 25 \times 3 = 4 \times 25 \times 5 \times 3 = 100 \times 5 \times 3 = 5 \times 100 \times 3.$$

48. THÉORÈME. — *Pour multiplier un produit de plusieurs facteurs par un nombre, on peut multiplier l'un des facteurs par ce nombre.*

Ex. : $(7 \times 8 \times 9) \times \mathbf{125} = 7 \times (\mathbf{8} \times \mathbf{125}) \times 9 = 7 \times \mathbf{1\,000} \times 9$.

En effet : $(7 \times 8 \times 9) \times 125 = 7 \times 8 \times 9 \times 125 = 7 \times 1\,000 \times 9$. (§ **47**)

49. THÉORÈME. — *Le produit de plusieurs produits de facteurs est un produit formé de tous les facteurs qui les composent.*

Ex. : $(4 \times 3 \times 16) \times (6 \times 5) \times (7 \times 9) = 4 \times 3 \times 16 \times 6 \times 5 \times 7 \times 9$.

En effet, en appliquant le th. § 47, on passe du 2e produit au 1er.

Exercices. — **105.** — Rédiger les démonstrations des théorèmes §§ 47 et 49. Enoncer les théorèmes appliqués.

106. — Démontrer que dans un produit de trois facteurs on peut intervertir l'ordre des deux derniers facteurs sans changer la valeur de ce produit. (*B. E. Nancy.*)

107. — On multiplie un nombre par 3, puis le produit obtenu par 6, que vaut le résultat définitif par rapport au premier nombre?

108. — Comment multiplie-t-on un produit de plusieurs facteurs entiers par un nombre entier? Démontrer la règle. (*B. E. Lille.*)

109. — Prouver que le produit $3 \times 5 \times 7 \times 9$ est le même que le produit $3 \times 7 \times 5 \times 9$. (*B. E. Besançon.*)

110. — Dans un produit de trois facteurs on peut, sans changer la valeur de ce produit, intervertir l'ordre des facteurs. (*B. E. Montpellier.*)

111. — Que devient le produit de deux facteurs lorsqu'on rend chacun d'eux cinq fois plus grand? (*B. E. Chambéry.*)

112. — Démontrer que, pour multiplier un nombre par 40, on peut le multiplier d'abord par 5 et ensuite par 8. (*B. E. Chambéry.*)

113. — Enoncer la série des principes à démontrer pour arriver au théorème général de l'interversion des facteurs. Démontrer que dans un produit de plusieurs facteurs on peut intervertir l'ordre de deux facteurs consécutifs sans changer la valeur du produit. (*B. E. Toulouse.*)

114. — Que devient un produit de trois facteurs quand on multiplie chacun de ses facteurs par 3? Démonstration. (*B. E. Caen.*)

115. — Démontrer que, pour multiplier un nombre par 60, on peut le multiplier d'abord par 4, puis le résultat obtenu par 5, puis le dernier résultat obtenu par 3. (*B. E. Montpellier.*)

116. — Multiplier 32 400 par 860. Dire la règle employée et la justifier par un raisonnement. (*B. E. Besançon.*)

* Produits de sommes ou de différences.

50. Théorème. — *Pour multiplier une différence par un nombre, on peut multiplier les deux termes de la différence par ce nombre et retrancher les résultats.*

Ex. : $(15-8)\times 3=15\times 3-8\times 3$. (Voir § **39**)

51. Théorème. — *Pour multiplier un nombre par une différence, on peut multiplier ce nombre par les deux termes de la différence et retrancher les résultats.*

Ex. : $6\times(9-5)=(9-5)\times 6=6\times 9-6\times 5$. (§§ **36** et **50**)

52. Théorème. — *Pour multiplier une somme par une somme, on peut multiplier successivement chacun des termes de la 1re somme par chacun des termes de la seconde, puis additionner les résultats obtenus.*

Ex. : $(6+7)(4+5)=6\times 4+7\times 4+6\times 5+7\times 5$.

En effet : $(6+7)(4+5)=(6+7)\times 4+(6+7)\times 5$. (§ **40**)
$(6+7)\times 4=6\times 4+7\times 4$. (§ **39**)
$(6+7)\times 5=6\times 5+7\times 5$.

Donc : $(6+7)(4+5)=6\times 4+7\times 4+6\times 5+7\times 5$.

53. Théorème. — *Pour multiplier une différence par une différence, on peut multiplier successivement chacun des termes de la 1re différence par chacun des termes de la seconde en appliquant la règle des signes.*

Ex. : $(9-4)\times(6-2)=9\times 6-4\times 6-9\times 2+4\times 2$.

En effet : $(9-4)(6-2)=(9-4)\times 6-(9-4)\times 2$. (§ **51**)
$(9-4)\times 6=9\times 6-4\times 6$. (§ **50**)
$(9-4)\times 2=9\times 2-4\times 2$.

Donc : $(9-4)(6-2)=(9\times 6-4\times 6)-(9\times 2-4\times 2)$.
$=9\times 6-4\times 6-9\times 2+4\times 2$. (§ **32**)

Règle des signes. — On donne le signe + au produit de *deux termes de même signe*, et le signe — au produit de *deux termes de signes contraires*.

$+\times+=+$; $-\times-=+$; $+\times-$ ou $-\times+=-$ (Alg., p. 374).

Remarques. — I. Après ou avant les parenthèses, on peut *supprimer* $\times$.
II. Tous les théorèmes relatifs aux produits des sommes et des différences peuvent être traduits par les identités suivantes :

$(a+b)\times c=c\times(a+b)=ac+bc$. (§§ 39 et 40)
$(a-b)\times c=c\times(a-b)=ac-bc$. (§§ 50 et 51)
$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$. (§ 52)
$(a-b)(c-d)=ac-bc-ad+bd$. (§ 53)

54. **Mise en facteur commun.** — *Lorsque tous les termes d'une expression renferment un facteur commun, on peut remplacer cette expression par un produit dont les facteurs sont:* 1° *le facteur commun,* 2° *une parenthèse qui a pour termes ceux de l'expression primitive, divisés par le facteur commun.*

Ex.: $15 \times 6 - 9 \times 6 + 6 = 6 \times (15 - 9 + 1)$; (§§ **40** et **51**)
$= 6 \times 7 = 42.$

Exercices.— **117.**— Calculer, en effectuant les opérations indiquées :

$18 \times (14 + 6) =$; $(28 - 8) \times 5 + 7 =$; $17 + 3 \times (4 + 5) =$;
$(8 + 4)(6 + 24) =$; $(12 - 8)(45 - 25) =$; $(15 + 8)(12 - 7) =$.

Vérifier les résultats obtenus en effectuant les calculs après avoir chassé les parenthèses.

118. — Calculer par le procédé de la mise en facteur commun :

$4 \times 72 + 4 \times 27 + 4 =$; $8 \times 82 - 8 \times 72 + 800 =$;
$16 \times 6 + 7 \times 6 - 3 \times 6 + 6 \times 4 - 6 =$; $7 \times 4 + 4 \times 6 + 8 \times 7 + 6 \times 8 =$;
$7 \times 45 + 21 - 8 \times 7 - 70 =$; $11 \times 8 - 6 \times 8 - 11 \times 4 + 6 \times 4 =$;
$25 \times 75 + 25 \times 56 - 25 \times 80 + 100 - 25 \times 55 =$.

119. — Multiplier $6 + 4$ par 3. Indiquer les divers moyens de procéder et raisonner les opérations. (*E. P. S.*)

120. — Multiplier $9 - 3$ par 5. Indiquer les divers moyens de procéder et justifier les opérations. (*E. P. S.*)

121. — Qu'est-ce que mettre un nombre en facteur commun ? Expliquer la définition à l'aide de l'exemple suivant :

$3 \times 29 + 14 \times 6 - 3 \times 53.$ (*B. E. Besançon.*)

122. — Trouver, en ne faisant qu'une seule multiplication, la différence entre (134×12) et (134×5). Expliquer. (*B. E. Nancy.*)

123. — Comment peut-on obtenir rapidement, et sans calcul écrit, le résultat de l'opération suivante : $(237 \times 748) + (251 \times 237) + 237 = ?$ Justifier le procédé employé. (*B. E. Dijon.*)

124. — A l'aide d'un simple raisonnement basé sur la définition de la multiplication et sans effectuer aucune opération, expliquer pourquoi le produit de 99 par 101 est plus petit que 100×100. Remplacer, pour le raisonnement, 99 et 101 par $(100 - 1)$ et $(100 + 1)$. (*B. E. Bordeaux.*)

125. — En se servant des théorèmes étudiés sur la multiplication, comparer 438×54 avec les expressions suivantes : 1° $(438 + 5) \times 54$; 2° $438 \times (54 + 5)$; 3° $(438 + 5)(54 + 5)$; 4° $(438 - 5)(54 - 5)$. (*B. E. Paris.*)

126. — Que devient le produit de deux nombres : 1° si l'on ajoute l'unité à chacun des facteurs, 2° si l'on retranche l'unité de chacun des facteurs ? Raisonner sur 475×68. (*B. E. Seine.*)

127. — Que devient le produit de 125 par 306, si l'on diminue en même temps le multiplicande et le multiplicateur du même nombre ? Démonstration et règle générale. (*E. N. Char.-Inf.*)

128. — Que devient le produit 12×9, si l'on augmente le 1er facteur de 2 unités et le 2e de 3 unités ? (*B. E. Besançon.*)

129. — Démontrer que le produit de deux nombres diminue lorsqu'on augmente le plus grand nombre d'une unité et qu'on diminue le plus petit d'une unité. (*B. E. Lyon.*)

* *Puissances.*

55. — On appelle **puissance** d'un nombre un *produit de plusieurs facteurs égaux* à ce nombre.

Ex. : $3 \times 3 \times 3 \times 3$ est la 4e puissance de 3 et s'écrit 3^4.
Dans 3^4, 4 est l'**exposant** de la puissance.

Remarques. — I. La *deuxième puissance* d'un nombre s'appelle le **carré** de ce nombre, et la *troisième puissance* s'appelle le **cube**.

II. Un nombre qui n'a pas d'exposant est considéré comme ayant l'exposant 1.

56. Théorème. — *Le produit de plusieurs puissances d'un nombre est la puissance de ce nombre qui a pour exposant la somme des exposants des facteurs.*

Ex. : $7^2 \times 7 \times 7^3 = 7^{2+1+3} = 7^6$.

$7^2 \times 7 \times 7^3 = (7 \times 7) \times 7 \times (7 \times 7 \times 7) = 7^{2+1+3} = 7^6$. (§ **49**)

57. Théorème. — *La puissance d'une puissance d'un nombre est une puissance dont l'exposant est le produit des exposants des deux puissances.*

Ex. : $(7^2)^3 = 7^2 \times 7^2 \times 7^2 = 7^{2 \times 3} = 7^6$. (§ **56**)

58. Théorème. — *On élève un produit à une puissance en élevant à cette puissance chaque facteur du produit.*

Ex. : $(7 \times 12^2 \times 5^3)^3 = 7^3 \times 12^{2 \times 3} \times 5^{3 \times 3} = 7^3 \times 12^6 \times 5^9$.

$(7 \times 12^2 \times 5^3)^3 = 7 \times 12^2 \times 5^3 \times 7 \times 12^2 \times 5^3 \times 7 \times 12^2 \times 5^3$. (§ **49**)
$= 7^3 \times 12^{2 \times 3} \times 5^{3 \times 3} = 7^3 \times 12^6 \times 5^9$. (§ **57**)

59. Théorème. — *Le carré de la somme de deux nombres est égal au carré du premier, plus le double produit du premier par le second, plus le carré du second.*

Ex. : $(7+5)^2 = 7^2 + 2 \times 7 \times 5 + 5^2$.

En effet :

$(7+5)^2 = (7+5)(7+5)$
$= 7^2 + 5 \times 7 + 7 \times 5 + 5^2$. (§ **52**)
$= 7^2 + 2 \times 5 \times 7 + 5^2$.

$$\begin{array}{l} 7+5 \\ 7+5 \\ \hline 7^2 + 5 \times 7 \\ \quad\quad 5 \times 7 + 5^2 \\ \hline 7^2 + 2 \times 5 \times 7 + 5^2 \end{array}$$

60. Théorème. — *Le carré de la différence de deux nombres est égal au carré du premier, moins le double produit du premier par le second, plus le carré du second.*

Ex. : $(7-5)^2 = 7^2 - 2 \times 5 \times 7 + 5^2$.

$(7-5)^2 = (7-5)(7-5) = 7^2 - 5 \times 7 - 7 \times 5 + 5^2$. (§ **53**)
$= 7^2 - 2 \times 5 \times 7 + 5^2$.

61. THÉORÈME. — *Le produit de la somme de deux nombres par leur différence est égal à la différence de leurs carrés.*

Ex. : $(7+5)(7-5)=7^2+5\times7-7\times5-5^2=7^2-5^2$.

Exercices. — 130. — Ecrivez sous la forme d'une puissance de 3 les expressions suivantes : $3^4\times3^6$; $(3^2)^4$; $3^2\times3\times3^7$. Expliquez.

131. — Simplifiez les expressions suivantes : $(2^2\times3\times5^3)^2$; $(2\times3^2\times5^3\times11)(2^3\times3^2\times5\times7)$; $(2\times3^2\times5\times7^3)^3$.

132. — Appliquer aux expressions suivantes les théorèmes relatifs aux puissances, calculer en outre la valeur numérique de chacune d'elles.

$4^3\times4^2=$; $3^2\times5\times3=$; $(4^2)^2=$; $(7+8)^2=$;
$(2^3\times3^2\times5)^2=$; $(80+5)^2=$; $(120+7)^2=$.

133. — Rédiger la démonstration du théorème § 60.

134. — A quoi est égale la différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs? Formuler la règle.

135. — Calculer le carré de 25, puis trouver rapidement les carrés des nombres suivants : 26, 27, 28, 29, 30.

* *Revision.*

Exercices. — 136. — Au lieu de multiplier 440 par 22, on a, par erreur, multiplié 422 par 40. Trouver, sans faire la multiplication, de combien d'unités le produit qu'on a obtenu est inférieur ou supérieur au produit cherché. (*B. E. Dijon.*)

137. — Dans la multiplication des nombres entiers, pourrait-on former les produits partiels en commençant l'opération par la gauche du multiplicateur? Quelle disposition particulière présenteraient alors les divers produits partiels? (*B. E. Jura.*)

138. — Etant donnés deux nombres, 125 et 38, expliquez ce que deviennent : 1° la somme; 2° la différence de ces nombres lorsqu'on les multiplie tous les deux par 3. Que devient le produit lorsqu'on les augmente tous les deux de 3 unités? (*B. E. Chaumont.*)

139. — En multipliant 6 745 par 2 307, on écrit le chiffre de droite du dernier produit partiel au rang des centaines. Trouver : 1° quelle erreur on a faite; 2° quelle est la valeur du produit obtenu. (*E. P. S.*)

140. — Trouver, de la manière la plus rapide, la somme et la différence des produits suivants : 720×15 et 720×35. Enoncer les théorèmes appliqués et en démontrer un. (*B. E. Poitiers.*)

141. — Indiquer, par des exemples bien gradués, les différents cas qu'il y a lieu d'examiner pour exposer la théorie complète de la multiplication des nombres entiers. Théorie et règle de la multiplication de 3 864 par 7 et de 386 400 par 7 000. (*B. E. Nancy.*)

142. — Démontrer que le produit de deux facteurs contient au plus autant de chiffres et au moins autant moins un qu'il y en a dans les deux facteurs. (*B. E. Poitiers.*)

143. — On augmente le multiplicande d'une multiplication de 5 et on diminue le multiplicateur de 5; de combien le produit sera-t-il augmenté ou diminué? Chercher dans quel cas le produit conservera la même valeur. (*B. E. Seine.*)

DIVISION

Problème I. — On partage 35 fr. entre 5 personnes; quelle sera la part de chacune?

La part de chacune est le quotient de 35 fr. par 5.
On l'obtiendra par une **division.**

62. 1re *Définition.* — La **division** est une opération par laquelle on *partage* un nombre appelé *dividende*, en autant de *parties égales* que l'indique un autre nombre appelé *diviseur*.

Problème II. — On a partagé 35 fr. entre plusieurs personnes; chacune d'elles a eu 7 fr., combien y avait-il de personnes?

Il y avait autant de personnes qu'il y a de fois 7 fr. dans 35 fr. Ce nombre de fois est le quotient de 35 par 7. On l'obtiendra par une **division.**

63. 2e *Définition.* — La **division** est une opération par laquelle on cherche *combien de fois* un nombre appelé *dividende* en *contient* un autre appelé *diviseur*.

Dans le 1er problème, 35 fr. est le produit du quotient par 5; dans le 2e, 35 fr. est le produit de 7 fr. par le quotient; dans les deux cas, on a un *produit de deux facteurs et l'un d'eux* (multiplicateur ou multiplicande), *on cherche l'autre facteur* par une **division.**

64. *Définition générale.* — La **division** est une opération qui a pour but, étant donnés un *produit* et *l'un des facteurs*, de trouver *l'autre facteur*.

Le produit s'appelle le **dividende**; le facteur connu, le **diviseur**, et le facteur cherché, le **quotient exact.**

65. — 35 **divisé par 5** égale 7.
Cette division s'écrit :

$$35 : 5 = 7 \text{ ou } \frac{35}{5} = 7.$$

66. — Le **quotient approché à 1 unité près** de deux nombres est *le plus grand nombre de fois* que le premier appelé *dividende* contient le second appelé *diviseur*.

Ex. : 37 contient 7 fois le nombre 5 et ne le contient pas 8 fois, 7 est le quotient à 1 unité près de 37 par 5.

Remarque. — On peut dire encore que 7 est le **quotient** à 1 unité près **par défaut,** et que 8 est le **quotient** à une unité près **par excès** de 37 par 5.

67. — Le **reste** de la division est la *différence entre le dividende* et le *produit du diviseur par le quotient.*

Ce reste peut être *nul*, il est toujours **inférieur au diviseur.**

68. — On peut faire la **preuve de la division** en *multipliant le diviseur par le quotient*; si on *ajoute* ensuite le *reste* au produit obtenu, on doit retrouver le dividende.

On peut encore *retrancher le reste du dividende* et *diviser* le résultat obtenu *par le quotient*, on doit retrouver le diviseur.

Exercices. — **144.** — Par quel nombre faut-il diviser 768 pour trouver le quotient exact 32?

145. — Une division se fait exactement, le diviseur est 48 et le quotient 12. Quel est le dividende?

146. — Le diviseur d'une division est 159, le quotient 25 et le reste 95. Quel est le dividende?

147. — Quel est le nombre qui, multiplié par 147, a donné pour produit 2646?

148. — Effectuer le produit 475×59, puis faire la preuve par la division des deux façons différentes.

149. — Définir la division et indiquer les usages de cette opération.

150. — Dans une division, le diviseur est 543, le quotient 27, et le reste le plus grand possible. Quel est le dividende?

151. — Effectuer la division de 4785 par 72 et faire la preuve : 1° par la multiplication; 2° par la division.

152. — On a divisé 390 par 48 et on a trouvé 7 au quotient et 54 pour reste. 7 est-il le quotient entier de la division? Rectifier, s'il y a lieu, sans refaire la division.

153. — Donner les deux définitions particulières de la division et montrer qu'elles sont comprises dans la définition générale.

154. — Quand le diviseur d'une division est 9, combien peut-on avoir de restes différents? Lesquels?

155. — Quand le quotient exact est égal au diviseur, que représente le dividende? le diviseur ou le quotient?

156. — Peut-on faire une division par une série de soustractions? Peut-on dire qu'une division est une soustraction abrégée?

157. — Quel est le quotient à 1 près par excès de 47 par 6? Comment peut-on le définir?

158. — Dans la preuve de la division par la division, pourquoi doit-on retrancher le reste du dividende avant de diviser par le quotient?

***159.** — Dans la division de 1525 par 52, on a 29 pour quotient et 17 pour reste. Quel nombre peut-on ajouter au dividende sans changer le quotient? Quel nombre peut-on lui retrancher? (*B. E. Rennes.*)

***160.** — Le diviseur d'une division est 57, le reste 18. Combien doit-on ajouter au dividende pour obtenir : 1° un quotient exact supérieur d'une unité au quotient obtenu; 2° un quotient supérieur d'une unité au quotient obtenu, avec un reste égal à 43? (*B. E. Seine.*)

* *Théorie de la division.*

69. **Relations fondamentales.** — On écrira que q est le quotient du dividende D par le diviseur d, en exprimant que D contient q fois, mais ne contient pas $(q+1)$ fois d. (§ **66**)

$$dq \leqslant D < d(q+1).$$

Si le **quotient** entier d'une division est **exact**, on a :

$$D = dq.$$

Si le **quotient** est **approché**, le reste étant désigné par R, on a :

$$D = dq + R \quad \text{et } R < d.$$

R est plus petit que d.

En effet, on a : $dq + R < d(q+1)$,

c'est-à-dire : $dq + R < dq + d$ ou $R < d$.

70. Théorème. — *Le nombre des chiffres du quotient est égal au plus petit nombre de zéros qu'il faut écrire à la droite du diviseur pour obtenir un nombre supérieur au dividende.*

Ex. : Le quotient de 5 743 par 45 a 3 chiffres.

On a en effet : $4500 \leqslant 5743 < 45000$;

ou : $45 \times 100 \leqslant 5743 < 45 \times 1000$.

Le quotient étant compris entre 100 et 1 000 aura 3 chiffres.

Exercices. — 161. — Dans la division de 320 par 16, qu'arrive-t-il si on triple le dividende? Expliquer.

162. — Que devient le quotient d'une division : 1° si on ajoute le diviseur au dividende, 2° si on retranche le diviseur du dividende, 3° si on ajoute 3 fois le diviseur au dividende? (*B. E. oral, Paris.*)

163. — La somme de deux nombres est 856, leur quotient est 3, quels sont ces nombres?

164. — La somme de deux nombres est 584. La division du plus grand par le plus petit donne 3 au quotient et 56 au reste. Quels sont ces deux nombres? (*E. P. S.*)

165. — La différence de deux nombres est 1248, leur quotient est 9; quels sont ces deux nombres? (*E. P. S.*)

166. — Dans une division, le quotient est 3 et le reste est 2. Trouvez, à l'aide d'un raisonnement, le dividende et le diviseur, sachant que le 1er de ces nombres surpasse le 2e de 38. (*B. E. Bordeaux.*)

167. — On ne change pas le quotient d'une division en augmentant le dividende d'un nombre moindre que la différence entre le diviseur et le reste. (*B. E. Poitiers.*)

168. — En divisant 487 par 38, on trouve 12 pour quotient et 31 pour reste. Si l'on divisait 487 par 12, trouverait-on 38 pour quotient? Démontrez qu'il ne peut pas en être ainsi. (*B. E. Aix.*)

169. — Le quotient d'une division est 6, le reste est 15. Si l'on additionne le dividende, le diviseur, le quotient et le reste, on obtient 183. Trouver, par le raisonnement, le dividende et le diviseur. (*B. E. Paris.*)

170. — Exposer et démontrer le moyen de déterminer le nombre des chiffres du quotient d'une division. Donner différents cas avec des exemples à l'appui. (*B. E. Lille.*)

171. — En divisant un nombre par 113, on obtient pour reste 11; en le divisant par 108, le reste est 31. Sachant que dans les deux opérations le quotient est le même, on demande de trouver ce quotient et le dividende. (*E. P. S.*)

172. — Le diviseur d'une division est 37, le reste 12. On augmente le dividende de 179. Dites ce que deviennent le quotient et le reste de l'opération. (*B. E. Besançon.*)

173. — En divisant 45 par 13, on trouve pour quotient 3 et pour reste 6. De combien d'unités peut-on augmenter le diviseur sans que le quotient change? Expliquez votre réponse. (*B. E. Paris.*)

174. — Le diviseur d'une division de nombres entiers étant 36 et le reste 15, entre quelles valeurs peut varier le nombre qu'il faut ajouter au dividende pour que le quotient augmente de 1? (*B. E. Alger.*)

175. — En divisant deux nombres entiers, on a trouvé 30 pour quotient et 64 pour reste. Si l'on avait ajouté 179 au dividende sans changer le diviseur, le quotient aurait été exactement égal à 31. Quels sont le dividende et le diviseur? (*B. E. Alger.*)

176. — Une division ayant été effectuée, on la refait en augmentant le diviseur d'une unité. Dans quels cas retrouve-t-on le même quotient?

177. — Une division ayant été effectuée, on la recommence après avoir diminué le diviseur d'une unité; dans quels cas les deux opérations donneront-elles le même quotient? (*B. E. Seine.*)

178. — En divisant un nombre entier par 13 on obtient 7 pour quotient et 5 pour reste; que deviendra le quotient si l'on multiplie le dividende seul par 6? Dans quel cas est-il vrai de dire que quand on multiplie le dividende d'une division par 6 le quotient est aussi multiplié par 6? (*B. E. Paris.*)

179. — On augmente le diviseur d'une division du nombre 4 et le dividende du nombre 12; il se trouve que le quotient n'a pas changé, non plus que le reste. Trouvez le quotient. (*B. E. Seine.*)

180. — Dans une division de nombres entiers, si le quotient n'est pas nul, le dividende est supérieur au double du reste. (*B. E. Bordeaux.*)

181. — Définir: 1° le quotient à une unité près par défaut de deux nombres, 2° le quotient à une unité près par excès de ces deux mêmes nombres. Expliquez sur un exemple pourquoi la somme du reste par défaut et du reste par excès est égale au diviseur. (*B. E. Lille.*)

182. — En divisant un nombre par 7, on a un certain quotient et le reste est 4. En divisant ce nombre par 9, le quotient est inférieur au 1er d'une unité et le reste est 1. Trouver ce nombre. (*E. P. S.*)

183. — La somme de deux nombres est 341, leur quotient est 16; le reste de leur division étant le plus grand possible, quels sont ces deux nombres? (*B. E. Bordeaux.*)

184. — On augmente le dividende d'une division de 145 et le diviseur de 2. Le quotient ne change pas et le reste augmente de 3. Trouver le quotient. (*B. E. Grenoble.*)

* Théorie de la division (*suite*).

71. **1er Cas.** — *Le diviseur et le quotient n'ont qu'un chiffre.*

Ex. : 47 : 7.

47 étant plus petit que 70, le quotient n'a qu'un chiffre. (§ **70**)
D'après la table de multiplication, on a :

$$7 \times 6 \leqslant 47 < 7 \times 7.$$

6 est donc le quotient et $47 = 7 \times 6 + 5$; le reste est 5.

72. **2e Cas.** — *Le diviseur a plusieurs chiffres, le quotient n'en a qu'un.*

Ex. : 4425 : 598.

4425 étant plus petit que 5980, le quotient n'a qu'un chiffre. (§ **70**)

En divisant par le chiffre des plus hautes unités du diviseur le nombre formé par les unités de même espèce dans le dividende, on obtient le chiffre du quotient ou un chiffre trop fort.

La division de 44 par 5 donne 8 pour quotient. (§ **71**)

1° *Ce chiffre n'est pas trop faible.*

9 est en effet trop fort, car on a :

$$44 < 5 \times 9 \text{ ou } 4400 < 500 \times 9.$$

Mais 4400 et 500×9 sont des nombres de centaines qui diffèrent au moins d'une centaine, on a donc :

$$4425 < 500 \times 9 < 598 \times 9.$$

Le quotient est inférieur à 9, il peut donc être 8.

2° *Ce chiffre peut être trop fort.*

Essayons ce chiffre 8 :

$$598 \times 8 = 4784.$$

8 est trop fort, puisqu'on a : $4784 > 4425$.

Essayons le chiffre 7 :

$$598 \times 7 = 4186;$$

7 est le quotient cherché, puisqu'on a :

$$4186 < 4425.$$

Le reste est égal à $4425 - 4186 = 239$.
(*Formuler la règle.*)

4425	598
239	7

73. *** 3e Cas.** — *Le quotient a plusieurs chiffres.*

Ex. : 599831 : 695.

599831 étant plus petit que 695000, le quotient a 3 chiffres. (§ **70**)

A. *Le nombre des centaines du quotient est égal au quotient des centaines du dividende par le diviseur.*

En divisant 5998 par 695, on obtient 8 pour quotient. (§ **72**)

1° *Ce chiffre n'est pas trop fort.*

Puisqu'on a : $695 \times 8 \leqslant 5998$;
on a aussi : $695 \times 800 \leqslant 599800 < 599831$.

2° *Ce chiffre n'est pas trop faible.*

9 est en effet trop fort, car on a :

$$5998 < 695 \times 9, \quad (\S\ 72)$$

599831	695
4383	863
2131	
46	

et, en multipliant par 100,

$$599800 < 695 \times 900.$$

Les deux membres de l'inégalité précédente diffèrent au moins d'une centaine, donc $599831 < 695 \times 900$.

8 est le chiffre des centaines cherché et on a :

$$5998 = 695 \times 8 + 438.$$ 438 est le 1er *reste.*

B. *Le nombre des dizaines du quotient est égal au quotient, par le diviseur, du nombre de dizaines formé en écrivant le chiffre des dizaines du dividende total à la droite du* 1er *reste obtenu.*

$$599831 - 695 \times 800 = 43831.$$

En raisonnant sur 43831, comme nous l'avons fait sur 599831, nous verrions :

1° Que 4383 contient 6 fois 695 et ne le contient pas 7 fois, (§ **72**)
2° Que 43831 contient 60 fois 695 et ne le contient pas 70 fois. (**A**)

Donc, le dividende contient 860 fois le diviseur et ne le contient pas 870 fois.

6 est le chiffre des dizaines cherché et on a :

$$4383 = 695 \times 6 + 213.$$ 213 est le 2e *reste.*

C. *Le nombre des unités du quotient est égal au quotient, par le diviseur, du nombre d'unités formé en écrivant le chiffre des unités du dividende total à la droite du dernier reste obtenu.*

$$43831 - 695 \times 60 = 2131.$$

2131 contient 3 fois le diviseur et il reste 46; (§ **72**)
par suite, le dividende contient 863 fois le diviseur et ne le contient pas 864 fois.

Le *quotient* cherché est **863** et le *reste* **46.**

(*Formuler la règle.*)

Exercices. — 185. — Expliquer la division de 456 par 67 et donner la raison de toutes les opérations effectuées. En divisant 45 par 6, trouve-t-on forcément au quotient le même chiffre qu'en divisant 456 par 67? (*B. E. Bordeaux.*)

186. — Théorie de la division des nombres entiers, dans le cas où, le diviseur étant quelconque, le quotient est inférieur à 10. (*B. E. Aix.*)

187. — Expliquez la division d'un nombre quelconque, tel que 3934, par un nombre d'un seul chiffre, tel que 7. Exposez la théorie de l'opération et donnez la règle pratique. (*B. E. Paris.*)

188. — Théorie de la division des nombres entiers. Vous prendrez pour exemple le nombre 79461 à diviser par 327. (*B. E. Lille.*)

* *Théorèmes sur la division.*

74. Théorème. — *Pour diviser une somme par un nombre, on peut, quand toutes ces divisions se font exactement, diviser chaque partie de la somme par ce nombre et additionner les résultats.*

Ex. : $(18+12+15):3=(18:3)+(12:3)+(15:3)=6+4+5.$

En effet, faisons la **preuve** de la division précédente :
$(6+4+5)\times 3=6\times 3+4\times 3+5\times 3=18+12+15.$ (§ **39**)

75. Théorème. — *Pour diviser une différence par un nombre, on peut, quand toutes ces divisions se font exactement, diviser chaque partie de la différence par ce nombre et retrancher les résultats.*

Ex. : $(24-15):3=(24:3)-(15:3)=8-5.$

En effet, faisons la **preuve** de la division précédente :
$(8-5)\times 3=8\times 3-5\times 3=24-15.$ (§ **50**)

76. Théorème. — *Pour diviser un produit de facteurs par un nombre, on peut, si la division se fait exactement, diviser l'un des facteurs par le nombre.*

Ex. : $(25\times 32\times 7):8=25\times(32:8)\times 7=25\times 4\times 7.$

En effet, faisons la **preuve** de la division précédente :
$(25\times 4\times 7)\times 8=25\times(4\times 8)\times 7=25\times 32\times 7.$ (§ **48**)

77. Théorème. — *Pour diviser un nombre par un produit de facteurs, on peut diviser ce nombre par l'un des facteurs, puis le quotient obtenu par un autre facteur, et ainsi de suite jusqu'à ce que tous les facteurs aient été employés.*

Ex. : $480:(3\times 4\times 5).$

$480:3=160$; $160:4=40$; $40:5=8$. 8 est le *quotient*.

En effet : $40=5\times 8.$
$160=4\times 40=4\times 5\times 8.$ (§ **47**)
$480=3\times 160=3\times 4\times 5\times 8=(3\times 4\times 5)\times 8.$

Remarque. — Lorsque les divisions successives ne se font pas exactement, la proposition reste vraie. (Voir Compléments.)

78. Théorème. — *Le quotient de deux puissances d'un même nombre est une puissance de ce nombre dont l'ex-*

posant est la différence entre les exposants du dividende et du diviseur.

Ex. : $8^7 : 8^2 = 8^{7-2} = 8^5$.

En effet, faisons la **preuve** de la division précédente :

$$8^5 \times 8^2 = 8^{5+2} = 8^7. \quad (\S\ \mathbf{56})$$

Remarque. — On a : $5^3 : 5^3 = 5^0 = 1$.
Un nombre affecté de l'**exposant 0** est égal à **1**.

79. Théorème. — *Lorsqu'on multiplie le dividende et le diviseur d'une division par un même nombre, le quotient ne change pas, mais le reste est multiplié par ce nombre.*

Ex. : 35 : 8 donne 4 pour quotient et 3 pour reste ;
$(35 \times 2) : (8 \times 2)$ donne 4 pour quotient et (3×2) pour reste.

En effet : $35 = 8 \times 4 + 3$. $3 < 8$ (§ **69**)
Mais $35 \times 2 = (8 \times 4 + 3)2$;
$= (8 \times 2) \times 4 + (3 \times 2)$. (§ **39**)

3×2 étant inférieur à 8×2, le **quotient** de 35×2 par 8×2 est **4**, et le **reste** est $\mathbf{3 \times 2}$.

80. Théorème. — *Lorsque deux nombres sont divisibles par un troisième, si on les divise par ce troisième, le quotient ne change pas, mais le reste est divisé par ce troisième.*

Ex. : 70 : 16 donne 4 pour quotient et 6 pour reste ;
(70 : 2) : (16 : 2) donne 4 pour quotient et (6 : 2) pour reste.

Démonstration analogue à la précédente en appliquant le th § 74.
Autre démonstration par la *preuve*, en appliquant le th. § 79.

Exercices. — **189.** — Effectuer les divisions suivantes en appliquant les théorèmes précédents, puis vérifier les résultats obtenus :
$(48 + 24 + 120) : 12$; $(720 - 180) : 90$; $(3 \times 9 \times 7) : 9$;
$(45 \times 18 \times 7) : 6$; $165 : (11 \times 3)$; $480 : 80$; $7\,200 : 1\,200$.

190. — Calculer les quotients suivants :
$8^4 : 8^3$; $2^3 \times 3^2 \times 5^4 : 2^3 \times 5^2$; $2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7 : 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$.

191. — Rédiger les deux démonstrations du théorème § 80.

192. — Démontrer que, pour diviser un produit par un de ses facteurs, il suffit de supprimer ce facteur. (*B. E. oral, Paris.*)

193. — Diviser 45 300 par 700 et démontrer le principe sur lequel on s'appuie pour simplifier cette opération. Quel sera le reste de cette division ? (*B. E. Seine.*)

194. — Que devient le reste d'une division lorsqu'on rend le dividende et le diviseur un même nombre de fois plus grands ? Démonstration sur l'exemple suivant : 8 278 : 233. (*B. E. Seine.*)

195. — Pour multiplier ou diviser un nombre tel que 540 par un autre décomposé en facteurs, comme $60 = 3 \times 4 \times 5$, on peut multiplier ou diviser successivement 540 par les facteurs 3, 4 et 5. (*B. E. Nancy.*)

* Revision.

Exercices. — 196. — Que deviendraient le reste et le quotient d'une division si : 1° le dividende devenait trois fois plus grand, 2° le dividende était augmenté de trois fois le diviseur? (*B. E. Nancy.*)

197. — Définition du quotient de deux nombres entiers à une unité près par défaut. Reste de l'opération. Que deviennent le quotient à une unité près et le reste, si on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre? Démonstration. (*B. E. Aix.*)

198. — Une division de deux nombres entiers ayant été effectuée et ayant donné un reste, on en fait une seconde en conservant le dividende et en prenant pour diviseur le quotient trouvé. Déduire de la 1re opération le nouveau quotient et le nouveau reste. (*B. E. Grenoble.*)

199. — Démontrer que dans toute division de nombres entiers qui ne donne pas zéro au quotient, le reste est toujours inférieur à la moitié du dividende. (*B. E. Paris.*)

200. — La division de 169 par 37 étant effectuée, combien peut-on ajouter, sans que le quotient change, 1° d'unités au dividende, 2° d'unités au diviseur? (*B. E. Aix.*)

201. — Définir le quotient de deux nombres entiers à une unité près, puis le reste de la division; montrer que ce reste est inférieur au diviseur. Enoncer et démontrer la règle de la recherche du quotient de deux nombres entiers dans le cas où le quotient ne possède qu'un seul chiffre. (*B. E. Paris.*)

202. — Que devient le quotient d'une division quand on divise par 2 le diviseur sans changer le dividende? On raisonnera sur l'exemple suivant : 150 : 8. (*B. E. Nancy.*)

203. — Démontrer ce que devient le quotient d'une division : 1° si on ajoute, avant l'opération, cinq fois le diviseur au dividende; 2° si l'on multiplie le dividende par 5. (*B. E. Paris.*)

204. — Que devient le quotient d'une division qui se fait exactement : 1° si l'on multiplie le dividende par 12 et si l'on divise en même temps le diviseur par 8; 2° si l'on divise le dividende par 31 et si l'on multiplie en même temps le diviseur par 6? On raisonnera sur l'exemple suivant : 17 856 : 48. (*B. E. Grenoble.*)

205. — Quels sont les nombres entiers qui, divisés par 37, donnent un quotient égal au reste? (*B. E. Aix.*)

206. — Démontrer la règle de la division des nombres entiers, en prenant pour exemple 362 947 à diviser par 538. (*B. E. Paris.*)

207. — Parmi les nombres inférieurs à 200, quels sont ceux qui peuvent servir de dividende et de diviseur à une division dont le quotient est 4 et le reste 35? (*E. N. Sarthe.*)

208. — On a divisé un nombre D par 647 et on a obtenu 97 pour quotient et 432 pour reste. On ajoute 6 930 au nombre D. Trouver, sans calculer la valeur du nombre D, le quotient et le reste que l'on obtiendrait en divisant la somme (D + 6 930) par 647. (*E. N. Finistère.*)

209. — Démontrer que le nombre de chiffres du quotient est égal à la différence entre les nombres de chiffres du dividende et du diviseur ou à cette différence augmentée de 1. (*B. E. Bordeaux.*)

210. — On divise séparément un nombre donné par deux nombres entiers consécutifs. Prouver que, pour que le quotient entier soit le même dans les deux opérations, il faut et il suffit que ce quotient soit inférieur ou au plus égal au reste de la 1re division. (*E. N. S.-et-M.*)

PROBLÈMES SUR LES QUATRE OPÉRATIONS

Achat. Vente. Recettes. Dépenses. (*Revision*)

Problèmes. — 211. — Une fermière porte au marché 31kg,5 de beurre et 12 douzaines d'œufs. Elle vend le beurre 2f,60 le kilogramme et les œufs 0f,80 la douzaine. Avec l'argent de cette vente, elle achète 5 m. de drap à 13f,95 le mètre et de la toile à 1f,45 le mètre. Combien a-t-elle acheté de mètres de toile?

212. — Un marchand cède 20 m. de drap, valant 10f,50 le mètre, contre de la toile à 2f,80 le mètre; il donne en surplus 42 fr. Combien reçoit-il de mètres de toile?

213. — J'échange 12 m. de drap contre 68 m. de toile à 1f,95 le mètre, et je perds ainsi 5f,40. Que vaut le mètre de drap?

214. — Si 15 kg. de sucre valent autant que 3 kg. de chocolat, et si 5 kg. de café valent autant que 35 kg. de sucre, quel est le prix du kilogramme de café, le kilogramme de chocolat coûtant 3 fr.?

215. — Un propriétaire récolte 309 pièces de vin, qu'il vend à raison de 186 fr. la pièce. Sur la somme produite par cette vente, il prélève 39 954 fr., et avec le reste il achète 365 sacs de blé. Combien a-t-il payé le sac de blé? (*Lyc. et Coll.*)

216. — Un ouvrier gagne 5f,25 par jour de travail; il dépense 3f,50, qu'il travaille ou non. Au bout d'un mois de 31 jours, il a économisé 22f,75. Combien a-t-il eu : 1° de jours de travail, 2° de jours de chômage?

217. — On a acheté une pièce d'étoffe pour 300 fr.; on demande le prix du mètre et le prix d'une robe de cette étoffe, sachant qu'il en faut pour une robe 5m,50, et que, si la pièce avait 3m,50 de plus, il y en aurait assez pour faire 5 robes.

218. — Lorsque le vin valait 35f,50 l'hectolitre, un ménage en consommait 728 l. par an. Le prix du vin s'étant élevé à 48f,25 par hectolitre, combien le même ménage pourra-t-il consommer de litres de vin par an, s'il ne peut ajouter que 15 fr. à sa 1re dépense? (*E. P. S.*)

219. — La pièce de vin de 228 l. pèse 254 kg., fût compris, et coûte 110f,75 d'achat et de droits, 7f,50 par quintal de transport et 3f,50 par hectolitre à l'octroi. A combien revient le litre? (*C. Compl.*)

220. — Un négociant a deux pièces d'étoffe contenant : la 1re 57 m., et la 2e 98 m. Il vend 18 fr. le mètre de la 1re pièce. Combien doit-il vendre le mètre de la 2e, pour qu'en ajoutant 1 124 fr. au total de ces deux ventes, il puisse acheter 64 sacs de farine au prix de 78 fr. le sac?

221. — Un ouvrier, qui reçoit 5f,50 par jour de travail, dépense chaque jour 4f,25. Au bout de 54 jours, il lui manque 9f,50 pour solder sa dépense. Combien a-t-il travaillé de jours pendant ce temps?

222. — Un cultivateur dispose d'une somme de 8250 fr. Avec cette somme, il achète à son voisin 72a,48 de terrain à 96f,75 l'are. Il voudrait encore acheter une autre pièce de 35a,80, mais il lui manquerait 434f,40. Combien coûte l'are du 2e terrain? (*Lyc. et Coll.*)

223. — Dans une famille, le père travaille avec ses deux fils. Le père gagne par jour 7 fr. et les deux fils gagnent autant l'un que l'autre. Cette famille place chaque mois 75 fr. à la caisse d'épargne. Pour sa nourriture, elle dépense 8 fr. par jour; pour les vêtements et les autres frais, elle dépense 650 fr. par an. Combien chacun des fils gagne-t-il par jour? (On comptera 298 jours de travail dans l'année.) (*Lyc. et Coll.*)

224. — Un marchand achète 7 pièces d'étoffe, pour la somme de 3 341f,80; il en revend la moitié pour 2 102f,10 et gagne ainsi 3f,20 par mètre. Quelle était la longueur de chaque pièce? (*Lyc. et Coll.*)

225. — Un marchand a vendu 650 m. d'étoffe, savoir : 150 m. pour 740 fr., et le reste à 5f,50 le mètre. Il a gagné ainsi 2f,50 par mètre. A quel prix avait-il d'abord acheté le mètre de cette étoffe? (*Ec. Prof.*)

2f,86

226. — J'ai acheté 720 fagots, à raison de 45f,50 le cent et l'on m'en a livré 13 pour 12. Combien gagnerai-je par fagot en les revendant 0f,65 pièce? (*C. Compl.*)

0f,23

227. — Un fermier achète le 1er mars un troupeau de 145 moutons. Il le fait garder par un berger auquel il donne 90 fr. par mois. Le 1er novembre suivant, il paye son berger et vend son troupeau 5 480 fr. Sachant qu'il a gagné 845 fr. à ce marché, on demande le prix d'achat d'un mouton. (*E. P. S.*)

27f

228. — Un marchand achète, à raison de 1f,25 le mètre, 15 pièces de toile de chacune 40 m. de longueur. Il en revend d'abord 250 m. à 1f,60 le mètre, puis 250 autres mètres à 1f,75 le mètre, enfin il revend le reste pour 145 fr. Dire : 1° quel est le bénéfice total, 2° quel est son bénéfice moyen par mètre. (*E. P. S.*)

229. — Un ouvrier travaille 304 jours par an; il gagne 4f,50 par jour pendant la moitié du temps, et 3 fr. pendant l'autre moitié. Les jours de travail, sa dépense est de 2f,25; elle est de 2f,75 les autres jours. Combien lui reste-t-il au bout de l'année?

230. — Un libraire achète 108 volumes à 16f,20 la douzaine et il reçoit le 13e en plus. Quel sera son bénéfice s'il revend en détail chaque volume pour 1f,80? (*P. T. T.*)

231. — Un négociant achète une pièce de drap ayant 135m,60 de longueur. Il en vend d'abord 79 m. à raison de 8f,45 le mètre, puis 27m,35 à 9 fr. le mètre, et enfin le reste est vendu à raison de 12f,80 le mètre. Ce négociant réalise ainsi un bénéfice total de 101f,60. Combien avait-il payé le mètre de drap? (*Lyc. et Coll.*)

232. — Une fermière vend ses œufs à raison de 2 pour 0f,15; mais elle en donne 13 pour 12. Le produit de sa vente s'élève à 13f,50. Combien d'œufs a-t-elle livrés?

233. — Pour faire une robe, on emploie 5m,60 d'étoffe à 7f,50 le mètre; la garniture coûte 32 fr. de moins que l'étoffe, et la façon le double de la garniture. Dire la valeur de la robe. (*Lyc. et Coll.*)

234. — Je ne gagne pas assez pour dépenser 125 fr. par mois; il me manquerait 150 fr. à la fin de l'année. Or, je veux économiser annuellement 150 fr., quelle doit être ma dépense mensuelle?

235. — Un négociant achète 145 sacs de farine, pesant 157 kg. chacun, à raison de 29f,40 le quintal. Par suite d'un accident, il est obligé d'en vendre d'abord 48 sacs avec une perte de 2f,75 par sac. Combien devra-t-il vendre chacun des sacs qui restent pour gagner 256 fr. sur l'ensemble de son achat? (*Lyc. et Coll.*)

50f,157

236. — Une ouvrière fait 5 bas en 6 jours, et avec 3kg,840 de laine à 7f,50 le kilogramme, elle peut faire 30 paires de bas. Combien doit-elle vendre la paire de bas pour gagner 1f,35 par jour de travail? Combien lui restera-t-il à la fin de l'année, si elle dépense 0f,85 par jour pour sa nourriture? (Il y a eu 60 jours de chômage pendant l'année, qui était bissextile.) (*E. P. S.*)

4f,20
102f.

237. — Un libraire a acheté un certain nombre de volumes à 1f,12, à condition qu'on lui en donnerait 13 pour 12. Il en a reçu 780. Combien a-t-il revendu le volume, s'il a gagné 268f,80 sur le tout, bien qu'il ait donné gratuitement 12 spécimens? (*C. Compl.*)

1f,40

238. — Un employé gagne 150 fr. par mois. Sa nourriture lui coûte 65 fr. par mois, son entretien 70 fr. par trimestre; il fait en outre 95 fr. par an de frais divers. Au bout de combien d'années pourra-t-il acheter, avec ses économies, une maison estimée 5 160 fr.?

239. — Un domaine se compose de $19^{ha},05$ de terres labourables valant $1\,908^{f},20$ l'hectare, de $8^{ha},79$ de vignes valant 2 041 fr. l'hectare, et d'une maison estimée 17 400 fr. On échange ce domaine contre une forêt ayant une superficie de $37^{ha},25$, et on réalise ainsi un bénéfice de $5\,803^{f},30$. Combien vaut un hectare de cette forêt? (*Lyc. et Coll.*)

240. — Un commerçant a acheté une pièce d'étoffe. Il en a vendu $15^{m},60$ avec un bénéfice de $2^{f},50$ par mètre; par suite d'accident, le reste est vendu avec une perte de $0^{f},65$ par mètre. Le bénéfice du commerçant ayant été de $1^{f},30$, calculer la longueur de la pièce. 19m,60

241. — Un jeune homme, commis à la ville, reçoit un traitement de 1 100 fr. Son logement lui coûte 80 fr. par an; il paye $1^{f},85$ par jour pour sa nourriture, $270^{f},25$ par an pour son entretien, et fait, chaque mois, dans sa famille, un voyage qui lui coûte 4 fr. Son frère, journalier à la campagne, gagne en moyenne $2^{f},85$ par jour et chôme 60 jours par an. Son logement lui coûte 50 fr., sa nourriture $527^{f},25$, et son entretien 102 fr. par an. Quelle somme chacun des deux frères possède-t-il au bout de l'année? (*E. P. S.*)

242. — Un marchand achète 75 m. de drap. Il en revend $22^{m},50$ à 18 fr. le mètre, puis $34^{m},50$ à 12 fr. le mètre; enfin, il cède le reste au prix d'achat. Son bénéfice étant de $277^{f},50$, combien a-t-il payé les 75 m. de drap?

243. — Une femme emploie de la laine qui lui coûte $6^{f},30$ le kilogramme, et il lui faut 1 kg. de laine pour faire 9 bas. Elle met 16 jours pour faire 6 paires de bas et revend chaque paire $5^{f},40$. On demande combien elle gagne par jour. (*E. P. S.*) 1f,50

244. — Un éditeur publie un ouvrage de 22 feuilles; il donne au compositeur 38 fr. par feuille, et au correcteur 6 fr. par feuille. Le papier coûte $12^{f},50$ la rame de 500 feuilles, et le cartonnage $0^{f},28$ par exemplaire; les droits dus à l'auteur sont de 800 fr. et il a été dépensé, en outre, 215 fr. en annonces. On demande combien l'éditeur doit vendre la douzaine d'exemplaires pour gagner 1 500 fr., le tirage étant de 6 000 exemplaires. (*Saint-Maixent.*)

245. — Un particulier achète 1 560 fagots à 14 fr. le cent, à condition qu'on lui en donne 5 de plus par 100. Combien doit-il recevoir de fagots et quel est le prix de revient du fagot?

246. — Une famille achetait autrefois son vin au détail, à $0^{f},60$ le litre. Maintenant elle l'achète par pièce de 228 l., à raison de 40 fr. l'hectolitre. Elle paie en outre 8 fr. par pièce pour le transport, $3^{f},50$ par hl. pour les droits d'entrée. Quelle économie réalise-t-elle par an, si elle consomme en moyenne $1^{l},5$ de vin par jour? (*E. N. Indre.*)

247. — Un négociant a acheté 250 pièces de vin au prix de 189 fr. la pièce. Il en revend d'abord 35 pièces à 209 fr. l'une, puis 29 pièces à raison de 205 fr. la pièce. On demande combien il doit revendre la pièce de ce qui lui reste s'il veut faire un bénéfice total de 10 092 fr. sur son marché. (*Lyc. et Coll.*)

248. — Un vigneron possède 32 barriques de vin de chacune 220 l. On lui offre d'acheter ce vin à $20^{f},50$ l'hectolitre. S'il le distillait, il en retirerait 0,11 d'alcool qu'il revendrait 245 fr. l'hectolitre. Les frais de distillation s'élèvent à $0^{f},25$ par litre d'alcool. Dites quelle est la plus avantageuse de la vente directe du vin ou de la vente de l'alcool obtenu par la transformation de ce vin, et de combien l'une est préférable à l'autre. (*C. E. P. S.*)

249. — Un marchand avait acheté, à raison de 0f,95 les cent pommes, 20 sacs qui en contenaient chacun 40 douzaines. Il a revendu ses pommes à raison de 0f,05 les trois. Combien a-t-il gagné?

250. — Une boîte de plumes, qui en contient 12 douzaines, coûte 0f,75. On revend ces plumes à raison de 9 pour 0f,10. Combien faut-il vendre de boîtes pour réaliser un bénéfice de 4f,25? (*Lyc. et Coll.*)

251. — Un libraire achète des livres qui lui reviennent à 8f,45 les 13. Il revend la douzaine pour 10f,80. Combien doit-il vendre d'exemplaires pour gagner le prix d'achat de 52 volumes?

252. — Un ouvrier consomme chaque jour au cabaret un verre d'eau-de-vie à 0f,10 et deux apéritifs à 0f,20; il y perd, en outre, tous les lundis, une journée de travail estimée 4f,50, et fait ces jours-là une dépense supplémentaire de 1f.50. S'il économisait la somme ainsi perdue, combien aurait-il au bout de 30 ans?

253. — Un marchand achète des fagots à 38 fr. le cent et en reçoit 4 en plus par cent. Combien gagne-t-il sur la vente de 728 fagots à 6 fr. la douzaine, s'il donne lui-même le 13e en plus?

254. — Une pièce de vin de 210 l. a coûté 186f,35, fût compris. On met ce vin dans des bouteilles de 0l,75. Le cent de bouteilles coûte 17f,50 et le cent de bouchons coûte 1f,25. On a payé 5f,45 pour la mise en bouteilles et le fût vide a été vendu 6f,30. Combien faut-il vendre la bouteille de ce vin pour gagner en tout 28 fr.? (*Lyc. et Coll.*)

255. — Dans un ménage, on a le choix entre l'éclairage à l'huile et l'éclairage à la bougie. Si on emploie l'huile, il en faudra 340 g. pour deux jours, et le kilogramme d'huile coûte 1f,40. Le paquet de 8 bougies coûte 1f,20 et il faudra 4 bougies tous les trois jours. Quel est le mode d'éclairage le plus économique? En le choisissant, quel bénéfice réalisera-t-on au bout d'une année de 365 jours? (*Lyc. et Coll.*)

256. — Un marchand de bestiaux a acheté 15 vaches et 18 chevaux pour 20 250 fr. Il revend les vaches pour 8 625 fr., et les chevaux pour 15 750 fr. Trouver le prix d'achat d'une vache et d'un cheval, si le bénéfice est le même sur une vache que sur un cheval. (*E.P.S.*)

257. — Un boulanger fabrique 428 kg. de pain par jour. Il paye la farine 40 fr. les 100 kg., et 75 kg. de farine donnent 100 kg. de pain. Les frais journaliers de fabrication s'élèvent à 8f,50. et il vend chaque jour pour 1f,80 de braise. Combien ce boulanger doit-il vendre le kilogramme de pain s'il veut gagner 14f,70 par jour? (*Lyc. et Coll.*)

6720f.

258. — On a acheté 480 m. de drap de deux qualités, autant de l'une que de l'autre; la 2e qualité coûte 12 fr. le mètre, et 3 m. de la 1re coûtent autant que 4 m. de la 2e. Que doit-on payer? (*B. E. Grenoble.*)

259. — Une famille consomme journellement 1kg,200 de viande et 3kg,600 de pain. A un certain moment, le prix du pain et celui de la viande se trouvent augmentés: celui du pain de 2 centimes 1/2 le kilog., celui de la viande de 5 centimes le kilog., ce qui porte le prix du kilogramme de viande à 1f,80. La consommation du pain devant rester la même, on demande de combien de grammes devra être réduite celle de la viande pour que la dépense de chaque jour ne soit pas augmentée. (*B. E. Toulouse.*)

260. — On a deux pièces de toile de qualités et de longueurs différentes; 3 m. de l'une valent 2 m. de l'autre. La pièce de qualité inférieure a la plus grande longueur et l'on sait qu'avec l'excédent de sa longueur sur celle de l'autre, on a pu faire quatre chemises comprenant chacune 3m,20 et valant ensemble 19f,20, sans compter les frais de la confection. La pièce de qualité supérieure ayant coûté 135 fr., on demande: 1° la longueur de chaque pièce; 2° le prix de la pièce de qualité inférieure. (*B. E. Seine.*)

Déchet.

Problèmes. — **261.** — Une ménagère a acheté $8^m,40$ de toile pour $16^f,40$. Au blanchissage, cette toile se raccourcit de $0^m,06$ par mètre. A combien lui revient le mètre de toile blanchie?

262. — Une pièce de drap de $16^m,80$ a été achetée à $9^f,45$ le mètre. Une partie ayant été détériorée, le mètre du reste revient à $10^f,75$; quelle est la longueur de ce reste?

263. — Un faïencier avait acheté 1500 assiettes à 14 fr. le cent. Il en casse un certain nombre et revend le reste à $0^f,20$ la pièce. Son bénéfice est de $85^f,40$. Combien a-t-il cassé d'assiettes?

264. — Un marchand de vin achète 15 pièces de vin de chacune 224 litres à raison de 105 fr. la pièce. Il paye en outre pour le tout 35 fr. de frais divers. Chaque pièce contient $3^l,5$ de lie. Combien gagnera-t-il en vendant son vin $0^f,65$ le litre?

265. — On a acheté à $6^f,75$ le mètre $729^m,48$ d'étoffe dont $47^m,73$ se sont trouvés endommagés. A quel prix a-t-on revendu les autres pour gagner $966^f,33$? (*Lyc. et Coll.*)

266. — Une femme porte au marché une corbeille pleine d'œufs qu'elle se propose de vendre 7 centimes la pièce; mais en chemin elle casse 5 œufs. Elle calcule alors qu'en vendant ceux qui lui restent à raison de 8 centimes l'un, elle recevra la même somme. Combien avait-elle d'œufs? (*C. Compl.*)

267. — Un négociant achète $65^{hl},4$ de vin à raison de $35^f,60$ l'hectolitre, et $89^{hl},6$ d'un autre vin à raison de $58^f,25$ l'hectolitre. Il les mélange et revend le tout avec un bénéfice de $817^f,78$. Quel est le prix de vente d'un hectolitre, sachant que, pendant la vente, $2^{hl},35$ ont été perdus? (*Lyc. et Coll.*)

268. — Un marchand fait venir du vin et se propose de le vendre $0^f,50$ le litre. Dans le transport il se perd 21 l. Le marchand, pour combler le déficit, vend son vin $0^f,55$ et retire ainsi la même somme. Combien avait-il acheté de litres de vin? (*C. Compl.*)

269. — Un marchand achète 2200 bouteilles à 9 fr. le cent; il paye 13 fr. par mille pour le transport et les frais divers. Combien doit-il revendre le cent pour gagner sur le tout $46^f,40$, sachant qu'il en donne 4 en plus par cent et que 16 bouteilles ont été cassées? (*E. P. S.*)

270. — On a acheté 7 barriques d'huile d'olive contenant chacune 122 l. au prix de 318 fr. les 100 kg. On revend cette huile à raison de $4^f,25$ le kilogramme; mais il y a un déchet de 5^l 3/4 par barrique. Quel sera le bénéfice réalisé sur la vente totale, sachant que le litre d'huile pèse $0^{kg},915$? (*B. E. Caen.*)

***271.** — On a acheté de la toile écrue pour faire des draps. Le lessivage raccourcit cette toile de $0^m,075$ par 5 m. Les ourlets prennent ensemble 5 cm. par drap. Combien faut-il acheter de mètres de toile écrue pour faire 12 paires de draps ayant, après la lessive, 3 m. de longueur chacun? Quel sera le prix de revient de ces draps, sachant que la toile écrue coûte $1^f,50$ le mètre et que l'ouvrière demande pour la façon $1^f,30$ par paire? (*E. N. Vendée.*)

***272.** — Un commerçant achète 6 feuillettes de vin à raison de 65 fr. l'hectolitre. Il revend ce vin à raison de $0^f,75$ le litre, mais il y a par feuillette 4 l. qui sont invendables. Sachant que le bénéfice réalisé sur le tout est de 48 fr., on demande quelle est la contenance de chaque feuillette. (*E. N. Loir-et-Cher.*)

Différence des valeurs. Différence des quantités.

Problèmes. — **I. 273.** — L'huile contenue dans une barrique vaut 405 fr. Si on en retire 75 l., le reste ne vaut plus que 270 fr. Quelle est la contenance de la barrique? (*Lyc. et Coll.*)

274. — On a acheté 25 m. de drap pour une certaine somme; si le mètre avait coûté 2 fr. de moins, on aurait pu acheter 8 m. de plus pour la même somme. Quel est le prix du mètre de drap? Vérifier.

275. — Deux fûts de vin de même qualité ont coûté ensemble 129 fr. L'un de ces fûts contient 70 l. de plus que l'autre qui ne contient que 225 bouteilles de vin, dont chacune revient à $0^f,24$. On demande: 1° le prix du litre; 2° la contenance de chaque fût; 3° la capacité d'une bouteille. (*E. P. S.*)

276. — Une ménagère a deux pièces de toile de même qualité, dont l'une a $7^m,80$ de plus que l'autre, et qui lui coûtent ensemble $59^f,15$. Elle peut faire avec la plus petite 5 chemises qui lui reviennent à $4^f,55$ l'une, façon non comprise. Dire : 1° la longueur de chaque pièce; 2° combien la plus grande pièce fournira de chemises. (*C. Compl.*)

277. — Un patron a employé 2 ouvriers pendant tout le mois de septembre et les a payés au même prix. A la fin du mois, il a donné à l'un 4 hl. de vin et 53 fr.; à l'autre, $2^{hl},5$ de vin et 77 fr. Trouver le salaire journalier de ces ouvriers, sachant qu'ils se sont reposés 4 jours dans le mois.

278. — On achète trois pièces d'étoffe de même qualité. La première a 12 m. de plus que la 2e et la deuxième $47^m,75$ de plus que la troisième. La première coûte 366 fr. et la troisième $270^f,40$. On demande quelle est la longueur de chaque pièce. (*B. E. Montpellier.*)

279. — Une petite fille voulait acheter 25 oranges; mais il lui manquait $0^f,15$. Alors elle n'en prend que 20 et il lui reste ainsi $0^f,35$. Calculer: 1° le prix d'une orange, 2° l'avoir de la petite fille. (*Lyc. et Coll.*)

280. — Deux pièces d'étoffe d'égale longueur ont coûté, l'une 636 fr., l'autre $675^f,75$. Sachant que le prix du mètre de la 2e surpasse de $0^f,75$ le prix du mètre de la 1re, on demande : 1° la longueur de chaque pièce; 2° le prix du mètre de chaque qualité. (*E. P. S.*)

53m
12f-12f,75

281. — En vendant une pièce de drap à 15 fr. le mètre, on gagnerait 56 fr. En la vendant seulement à 13 fr. le mètre, on perdrait 12 fr. Quelle est la longueur de la pièce? (*Lyc. et Coll.*)

34m

282. — Un cultivateur veut consacrer à l'achat d'une pièce de terre le prix de sa récolte en blé. Il calcule que s'il peut vendre son blé à raison de $15^f,45$ l'hectolitre, il lui restera $52^f,70$ en sus du prix de la terre. Mais s'il ne le vend qu'à raison de $15^f,15$, il lui manquera $53^f.20$. Combien a-t-il récolté d'hectolitres de blé? Combien lui coûte la pièce de terre? (*E. P. S.*)

353hl
5401f,75

283. — Un enfant cherche à ranger ses billes en tas égaux contenant chacun 19 billes, il lui en reste 17. Alors il essaye de mettre 3 billes de plus à chaque tas et il lui manque 4 billes. Combien cet enfant a-t-il de billes? (*Lyc. et Coll.*)

284. — Un cultivateur compte sur sa récolte de blé pour payer une somme qu'il doit. S'il vend l'hectolitre de blé 19 fr., il payera sa dette et il lui restera $50^f,50$. S'il le vend $18^f,40$, il ne lui restera que $26^f,80$ après qu'il se sera acquitté. Quel est le nombre des hectolitres de blé qu'il a récoltés et quelle somme doit-il? (*Lyc. et Coll.*)

39hl5
700f

285. — Une personne veut mettre sa montre en loterie : à 5 fr. le billet, elle gagnerait 100 fr. ; à 4 fr. le billet, elle perdrait 20 fr. Dire le nombre des billets et le prix de la montre. (*Lyc. et Coll.*)

286. — Un vigneron doit acheter une maison avec le produit de sa récolte. S'il vendait la barrique de vin 155 fr., il lui manquerait 830 fr. ; s'il la vendait 160 fr., il ne lui manquerait plus que 200 fr. On demande de calculer : 1° le nombre de barriques de vin récoltées, 2° le prix de la maison. (*B. E. Dijon.*)

287. — Un propriétaire veut distribuer une certaine somme à ses ouvriers à titre de gratification ; s'il donne 15 fr. à chacun, il lui restera 155 fr., et, s'il donne à chacun 20 fr., il lui manquera 20 fr. Quel est le nombre d'ouvriers et la somme à distribuer? (*B. E. Rennes.*)

***288.** — Deux pièces d'étoffe ont la même longueur : 4 m. de la 1re valent autant que 3 m. de la 2e et le prix total de 4 m. de la 1re et de 3 m. de la 2e est de 48 fr. La 2e coûtant 110 fr. de plus que la 1re, on demande la longueur de chaque pièce. (*B. E. Chambéry.*)

***289.** — Une personne A voyage en 1re classe, une personne B en 2e classe et une personne C en 3e classe. Les voyageurs A et B ayant fait le même nombre de kilomètres, il se trouve que B a payé 5f,40 de moins que A. Quant au voyageur C, dont le trajet a été plus long, il a payé 0f,50 de moins que B. Trouver le nombre de kilomètres parcourus et les sommes payées par chacun des voyageurs, sachant que les prix perçus par kilomètre sont de 0f,112 en 1re classe, de 0f,076 en 2e classe et 0f,05 en 3e classe. (*B. E. Lyon.*)

***290.** — Un Arabe va au marché pour vendre ses oranges en gros à raison de 0f,45 la douzaine. Avec le prix de cette vente il a l'intention d'acheter une demi-douzaine de poules, et il lui restera 1f,20. Mais il trouve à vendre ses oranges au détail à raison de 0f,55 les 13 oranges. Il achète alors au prix qu'il s'était fixé la demi-douzaine de poules et il lui reste 2f,20. On demande : 1° le nombre d'oranges, 2° le prix d'une poule. (*B. E. Alger.*)

II. ***291.** — On avait acheté une 1re pièce de drap à 16 fr. le mètre ; on en achète une 2e qui a 7 m. de plus que la 1re et qui coûte 5 fr. de plus par mètre. Cette dernière pièce d'étoffe coûte 267 fr. de plus que la 1re. Combien la 1re pièce avait-elle de mètres?

Explication : Si la 2e pièce avait 7 m. de moins, la différence des valeurs des deux pièces serait *diminuée du prix de 7 mètres :* $(16^f + 5^f) \times 7$.

La longueur de la 1re pièce serait alors le quotient de la différence des valeurs totales par la différence des valeurs du mètre des deux pièces ainsi **ramenées à la même longueur.**

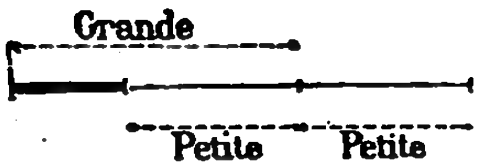
***292.** — Deux ouvriers travaillent à un même ouvrage ; le 1er gagne 2 fr. par jour de moins que le 2e. Le 1er a travaillé 25 jours et le 2e a travaillé 37 jours. Celui-ci a reçu 122 fr. de plus que l'autre. Trouver le gain journalier de chacun. (*B. E. Besançon.*)

***293.** — On a acheté du vin à 0f,75 le litre et de la bière à 0f,30 le litre. Le nombre des litres de bière dépasse de 74 celui des litres de vin et la somme payée pour le vin dépasse de 44f,40 la somme payée pour la bière. Trouver le nombre des litres de vin.

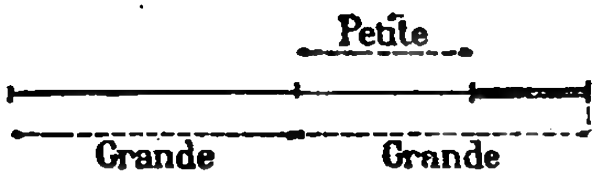
***294.** — Une personne veut acheter une pièce de toile. On lui en présente deux. La 1re a 50 m. ; la 2e n'en a que 40, mais coûte 0f,20 de plus par mètre. Trouver le prix du mètre de chaque pièce et la somme dont dispose la personne, sachant qu'il lui manquerait 7f,50 pour payer la première pièce et qu'il lui resterait 5f,50 si elle achetait la deuxième pièce. (*B. E. Chambéry.*)

Parts différentes (Somme et différence).

Problèmes. — **I. 295.** — Deux règles placées bout à bout ont une longueur totale de 80 cm. La plus grande a 20 cm. de plus que la plus petite. Calculer la longueur de chacune d'elles.



Somme — Différence.



Somme + Différence.

Solution. — Si la *plus grande* règle avait seulement la *même longueur* que la *plus petite*, la longueur totale serait diminuée de 20 cm. et **la longueur de la plus petite** règle serait la **moitié du reste.**

1° *Reste :* $80^{cm} - 20^{cm} = 60$ cm.
2° **Longueur de la plus petite :** $60^{cm} : 2 = \mathbf{30}$ **cm.**
3° **Longueur de la plus grande :** $30^{cm} + 20^{cm} = \mathbf{50}$ **cm.**

Règle. — En *retranchant la différence* (20) de deux nombres de leur *somme* (80), on obtient le **double du plus petit.**

Autre solution. — Si la *plus petite* règle était *aussi longue* que la *plus grande*, la longueur totale serait augmentée de 20 cm. et la **longueur de la plus grande** règle serait la **moitié de la somme.**

Règle. — En *ajoutant la différence* (20) de deux nombres à leur *somme* (80), on obtient le **double du plus grand.**

Vérification. — 1° La longueur totale des deux règles est :

$$30^{cm} + 50^{cm} = 80 \text{ cm.}$$

2° La plus grande surpasse la plus petite de : $50^{cm} - 30^{cm} = 20$ cm.

296. — Qu'obtient-on en ajoutant à la demi-somme de deux nombres, leur demi-différence ?

297. — Un cultivateur achète un cheval et une vache pour 1025 fr. La vache coûte 275 fr. de moins que le cheval. Quel est le prix de chaque animal ?

298. — Trois personnes ont à se partager 4800 fr. La part de la 1re doit être de 1800 fr. et la 2e doit avoir 500 fr. de plus que la 3e. Dites quelle sera la part de chacune.

299. — Un père a 24 ans de plus que son fils. Quels sont leurs âges, sachant que dans 10 ans ils auront à eux deux 68 ans ?

300. — Une cour rectangulaire a 120 m. de périmètre. Sa largeur a 12 m. de moins que sa longueur. Quelles sont ses deux dimensions ?

301. — Pierre et René ont à eux deux 98 fr. Si l'on retirait 4 fr. à Pierre pour les donner à René, ils auraient la même somme. Combien ont-ils chacun ?

302. — Quelqu'un achète 2 mottes de beurre à $2^f,95$ le kilogramme pour $85^f,55$. L'une des deux mottes pèse $3^{kg},6$ de moins que l'autre. Dites le poids de chacune. (*C. Compl.*)

19m,75
26m,75

303. — Un marchand achète à $8^f,60$ le mètre deux pièces d'étoffe de même qualité, mais ayant l'une 7 m. de plus que l'autre. Les deux pièces ayant coûté ensemble $399^f,90$, quelle est la longueur de chacune ?

304. — En vendant une marchandise 287 fr., on a gagné 203 fr. de moins qu'elle n'avait coûté. Quel en avait été le prix d'achat?

305. — Faites comprendre comment on peut trouver deux nombres dont la somme soit 127 et la différence 43. (*B. E. Seine.*)

306. — Deux personnes ont à elles deux 40 fr. Si la 1re avait 3 fr. de plus et la 2e 1 fr. de moins, elles auraient la même somme. Combien chacune a-t-elle? (*Lyc. et Coll.*)

307. — On achète deux étoffes de qualités différentes; on paye 580f,50 pour la 1re et 920f,70 pour la 2e, dont le mètre coûte 7f,50 de plus que le mètre de la 1re. Trouver le nombre de mètres de chaque étoffe, sachant d'ailleurs que 1 m. de la 1re étoffe et 1 m. de la 2e coûtent ensemble 20f,40. (*B. E. Seine.*)

308. — Dans une usine il y a 123 ouvriers et ouvrières. S'il y avait 15 ouvriers de plus et 18 ouvrières de moins, il y aurait autant d'ouvriers que d'ouvrières. Combien y a-t-il, dans cette usine, d'ouvriers et d'ouvrières? (*C. Compl.*) 48 ouvriers 78 ouvrières

309. — Un cheval et sa selle valent 565 fr.; un âne et la même selle, 90 fr.; le cheval et l'âne, 625 fr. Combien vaut chaque animal? (*E. P. S.*)

310. — J'avais 20 fr. dans ma poche, j'ai acheté un livre 3 fr. et deux paires de gants dont l'une coûte 2 fr. de plus que l'autre. Il me reste 9 fr. Quel est le prix de chaque paire de gants? (*Lyc. et Coll.*)

311. — On achète ensemble 72 boîtes de plumes et 15 grosses de porte-plumes. On paye en tout 78f,60; mais on sait que l'on a payé 36f,60 de plus pour les plumes que pour les porte-plumes. On demande de calculer le prix d'une boîte de plumes et celui d'une grosse de porte-plumes. (*B. E. Seine.*)

312. — Valenciennes et Cambrai sont reliés par un chemin de fer de 36 km. Le transport de la houille coûte 0f,04 par tonne et par km. En supposant que la tonne de houille coûte 19 fr. à Valenciennes et 19f,50 à Cambrai, on demande à quel point de la route il est indifférent de faire venir le charbon de Valenciennes ou de Cambrai. (*B. E. Lille.*) 11km,750 C 24,250 V

313. — Deux horloges pneumatiques placées aux extrémités d'une rue de 2080 m. sonnent à 3 secondes d'intervalle. En quel point de la rue faut-il se placer pour les entendre en même temps? La vitesse du son est de 340 m. par seconde. (*E. P. S.*) 530m B 1550m A

II. **314.** — Une somme de 16800 fr. a été partagée entre 3 personnes. La 2e a eu 700 fr. de plus que la 3e, et la 1re 280 fr. de plus que la 2e. Quelle est la part de chacune? 6020f 7140f 7040f

Explication. — Si les *deux* 1res *parts* étaient *égales à la* 3e, la somme à partager serait diminuée : 1° de l'*excès de la* 2e *part sur la* 3e (700 fr.); 2° de l'*excès de la* 1re *part sur la* 3e (700f + 280f).

Cette **3e part serait le tiers du reste.**

315. — Trois sommes d'argent valent ensemble 32000 fr. La 1re surpasse la 3e de 12000 fr. et la 2e surpasse la 3e de 8000 fr. Quelles sont ces trois sommes? (*C. Compl.*)

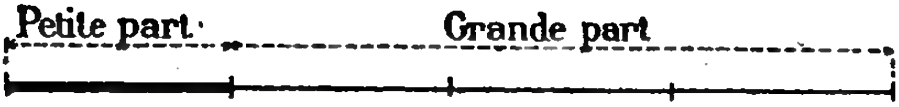
316. — Un père donne à ses 5 enfants une somme de 1000 fr. qu'ils se partagent de manière que chacun ait 20 fr. de plus que celui qui le suit immédiatement par ordre d'âge. On demande quelle est la part du plus jeune. (*E. P. S.*)

317. — Partager 285 fr. entre quatre personnes de manière que la 2e ait 10 fr. de plus que la 1re, la 3e 20 fr. de plus que la 2e, et la 4e 15 fr. de plus que la 3e. (*C. Compl.*)

318. — Partager 5000 fr. entre trois personnes, de manière que la 2e ait 500 fr. de plus que la 1re, et la 3e 200 fr. de moins que la 2e. 1400f 1900f 1700f

Parts multiples (Somme et quotient).

Problèmes. — I. **319.** — Partager une pièce d'étoffe de 48 m. entre deux personnes, de façon que la part de l'une soit le triple de celle de l'autre.



Somme = 4 fois la petite part.

Solution. — La *longueur à partager* est égale à 1 *fois* **la plus petite part** plus la part la plus grande ou 3 *fois* **la plus petite part.**

1° La **plus petite part** est donc le quotient de la *longueur à partager* (48 m.) par 1 + 3 ou 4 : $48^m : 4 = \mathbf{12\ m.}$

2° **Plus grande part :** $12^m \times 3 = \mathbf{36\ m.}$

Vérification. — La longueur totale $= 12^m + 36^m = 48$ m.

320. — Un enfant a deux livres qui contiennent ensemble 216 pages ; l'un en contient deux fois autant que l'autre. Combien y a-t-il de pages dans chacun des livres ? (*Lyc. et Coll.*)

8 - 23 H **321.** — La somme de deux nombres est 252 ; leur quotient est 13, quels sont ces deux nombres ?

16 f,50 **322.** — Une personne avait 66 fr. ; il lui reste 3 fois plus qu'elle n'a dépensé. Combien a-t-elle dépensé ? (*P. T. T.*)

× **323.** — Un père et son fils ont gagné ensemble 144 fr. dans un mois de 24 jours de travail. Le salaire du fils est la moitié de celui du père. On demande le prix de la journée de travail de chacun d'eux.

l = 380m **324.** — Le périmètre d'un champ rectangulaire est de 3800 m. Sachant que la longueur est quadruple de la largeur, quelles sont ces dimensions ?

L = 1520m

56 - 896 **325.** — Partager 955 en deux parties telles que si l'on divise la 1re par la 2e, on obtienne 16 pour quotient et 3 pour reste. (*E. P. S.*)

326. — Deux personnes achètent chacune un coupon d'étoffe. Ces coupons, de longueurs différentes, ont ensemble $41^m,20$. Elles prélèvent l'une et l'autre 8 m. sur leur coupon, et il reste alors à l'une d'elles le double de l'étoffe qui reste à l'autre. Quelle était la longueur de chaque coupon ? (*B. E. Seine.*)

II. **327.** — Partager 225 fr. entre 3 personnes, de manière que la 1re ait 2 fois plus que la 2e et la 2e 3 fois plus que la 3e.

Explication. — La *somme à partager* est égale à 1 *fois* **la plus petite part** (3e), plus 3 *fois cette* **plus petite part** (2e), plus 3×2 ou 6 *fois cette* **plus petite part** (1re), c'est-à-dire à 10 *fois cette* **plus petite part.**

328. — Partager 4250 fr. en trois parties telles, que la 1re soit égale au triple de la 2e et que la 2e soit le quadruple de la 3e.

329. — On partage une somme de 20000 fr. entre trois personnes. La 1re reçoit 2 fois autant que la 2e et celle-ci a 800 fr. de plus que la 3e. Calculer les 3 parts. (*C. Compl.*)

C = 213a **330.** — Une propriété estimée 24900 fr. se compose d'un champ valant 20 fr. l'are, d'une vigne qui vaut 2500 fr. l'hectare et d'une maison. La valeur de la vigne est double de celle du champ et la maison vaut 3600 fr. de plus que la vigne. Quelle est la contenance du champ et celle de la vigne ? Vérification. (*Lyc. et Coll.*)

V = 340a 80

Parts multiples (Différence et quotient).

Problèmes. — I. **331.** — La différence de deux nombres est 42 et le plus grand contient 4 fois le plus petit. Quels sont ces nombres?

Explication. — La *différence* (42) des deux nombres contient 4 *fois le* **plus petit nombre** moins 1 *fois le* **plus petit nombre,** c'est-à-dire 3 *fois le* **plus petit nombre.**

332. — La différence de deux nombres est 493 et leur quotient 30. Calculer ces deux nombres. (*C. Compl.*)

333. — Deux barriques sont pleines d'un vin à 0f,65 le litre. La 1re, qui est double de la 2e, a coûté 74f,75 de plus que celle-ci. Dites la contenance de chacune. (*E. P. S.*)

334. — La différence de deux nombres est 78. Le 1er est inférieur de 2 au quintuple du 2e. Quels sont ces nombres? 20-98.

335. — Le quotient de deux nombres est 4, le reste de leur division est 76. On demande de trouver chacun de ces nombres, sachant que leur différence est 430. (*C. Compl.*) 118 548.

336. — La longueur d'un rectangle, qui est supérieure de 2 m. au triple de la largeur, surpasse cette largeur de 50 m. Quelles sont les deux dimensions du rectangle? (*E. P. S.*)

337. — Deux nombres sont égaux; on retranche de l'un 60 et de l'autre 150, le 1er nombre est alors le quadruple de l'autre. Quels sont ces nombres?

338. — Si tu me donnais 6 fr., dit Louis à Emile, j'aurais autant que toi. Si tu me donnais 6 fr., lui répond Emile, je posséderais le quadruple de ce qui te resterait. Quel est l'avoir de chacun?

339. — Un patron paye leurs salaires à un ouvrier et à un apprenti qui ont fourni chacun 10 journées de travail. L'ouvrier reçoit 3 fois autant que l'apprenti plus 7f,50. La différence totale des salaires étant de 32f,50, déterminer le prix de la journée de l'un et de l'autre. (*E. P. S.*)

II. ***340.** — Un père a 42 ans et son fils 12 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le triple de l'âge du fils?

Explication. — La **différence** de deux nombres **ne change pas** quand on *ajoute* ou qu'on *retranche* une *même quantité* à chacun d'eux.

Quand l'*âge du père* sera *triple de l'âge du fils*, la **différence** des âges 42a — 12a ou 30 ans sera égale à 3 fois moins 1 fois ou 2 *fois l'âge du fils.*

***341.** — La différence de deux nombres est 18. On les augmente chacun de 4; le plus grand devient alors le quadruple du plus petit; quels sont ces deux nombres? (*E. N. Lot-et-Garonne.*) 2 - 24

***342.** — Un père a 53 ans et son fils 17 ans. 1° Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il le triple de l'âge du fils? 2° Combien y a-t-il d'années que l'âge du père était le quadruple de celui du fils?

***343.** — La différence entre les fortunes de deux personnes est de 60 000 fr. Chaque année l'avoir de chacune d'elles s'augmente de 1 500 fr., et, au bout de 6 ans, l'une possède 3 fois autant que l'autre. Quel était l'avoir primitif de chaque personne? (*Lyc. et Coll.*)

***344.** — Deux personnes possédaient l'une 368 fr. et l'autre 256 fr. Elles dépensent la même somme et alors la 1re a 3 fois plus que l'autre. Calculer la dépense de chacune d'elles. (*C. Compl.*) 200f.

Problème des coefficients.

(Méthode de réduction.)

Problèmes. — 345. — Un père et son fils ont reçu ensemble 239 fr. pour 26 jours de travail du 1er et 24 du 2e. Le mois suivant, on leur a donné 222f,50 pour 23 jours du 1er et encore 24 du 2e. Quel est le gain journalier de chacun ?

Analyse des données. { Prix de 26 j. du 1er + P. de 24 du 2e = 239 fr.
... 23 j. ... + ... 24 ... = 222f,50.

Explication. — 1° **Le salaire journalier du père** est le quotient de la *différence des valeurs totales* (239f — 222f,50) par la *différence des quantités* (26j — 23j).

2° **Le salaire journalier du fils** est le quotient par 24 de la différence entre le *salaire total* pendant l'un des mois et le *salaire du père* pendant le même temps.

346. — On a vendu 12 m. de toile et 6 m. de drap pour 138 fr. Une autre fois on a vendu 9 m. de la même toile et 5 m. du même drap pour 113f,50. Quel est le prix du mètre de toile et quel est le prix du mètre de drap ? (*B. E. Besançon.*)

Analyse des données. { Prix de 12 m. de toile + P. de 6 m. de drap = 138 fr.
... 9 m. ... + ... 5 m. ... = 113f,50.

Explication. — **Rendons égaux** les *nombres de mètres de toile* des deux ventes; soit, par exemple, 36 m. cette longueur commune (36 est le p. p. c. m. de 12 et 9), les deux ventes se composeraient alors de :

1° 12m × **3** ou **36 m.** de toile et 6m × **3** ou 18 m. de drap valant 138f × **3** = 414 fr.
2° 9m × **4** ou **36 m.** ... 5m × **4** ou 20 m. ... 113f,50 × **4** = 454 fr.

Le problème est ainsi *ramené au précédent* et la **différence des valeurs totales** est le *prix* de la *différence des quantités de drap.*

Remarques. — 1° Pour *rendre égaux les nombres de mètres de toile*, on aurait pu multiplier les deux membres de la 1re égalité par 9 et ceux de la 2e par 12.

2° Si on représente par **x** le *prix du mètre de toile* et par **y** le *prix du mètre de drap*, les égalités établies plus haut peuvent s'écrire :

$$12x + 6y = 138$$
$$9x + 5y = 113{,}50.$$

Pour obtenir les réponses, on opère sur les nombres 12, 9, 6 et 5 qui sont les *coefficients* de x et y, c'est pourquoi ce problème est dit **problème des coefficients.** (Voir *Algèbre.*)

347. — Un tailleur achète dans un magasin 8m,50 de velours et 12m,60 de toile pour 169f,68. Une 2e fois, il achète 15m,20 de velours et 12m,60 de toile pour 268f,17. Une 3e fois, il achète 14m,20 de velours et 6m,80 de toile. Combien devra-t-il payer pour cette dernière acquisition, si les étoffes ont la même qualité dans les 3 cas ? (*B. E. Seine.*)

348. — Deux ballots renferment chacun 8 pièces de toile de 43m,15 chacune. Le 1er contient, en outre, 5 pièces de calicot de 31m,04 chacune, et le 2e 7 pièces ayant ensemble 208m,40. Sachant que le 1er ballot vaut 591f,12 et le 2e 604f,42, trouver le prix du mètre de toile et celui du mètre de calicot. (*B. E. Toulouse.*)

349. — Un fermier a acheté 9 bœufs et 5 chevaux pour 7050 fr. Il revend 4 bœufs et 1 cheval au prix qu'il les avait payés et reçoit 2510 fr. Combien avait-il payé chaque bête? (*C. Compl.*) c = 510f b = 500f

350. — Avec 61 fr. on a acheté 8 kg. de café et 1 kg. de thé; avec 103 fr. on aurait 4 kg. de café et 3 kg. de thé. Quel est le prix du kilogramme de café et celui du kilogramme de thé? (*B. E. Chambéry.*) café 4f thé 9f

351. — Une personne achète 3 m. de drap et 8 m. de toile pour 46 fr.; une 2e personne achète 6 m. de drap et 4 m. de toile pour 68 fr. On demande combien doit une 3e personne qui achète 5 m. de drap et 5 m. de toile. (*B. E. Seine.*) 60f.

352. — Cinq pièces de 5 fr. et 12 pièces de 1 fr. en argent, en contact et bien alignées, forment une longueur de 461 mm., tandis que 7 pièces de 5 fr. et 11 pièces de 1 fr. forment une longueur de 512 mm. Calculer le diamètre de chacune des deux pièces. (*B. E. Besançon.*)

353. — Un train express a 27 voyageurs de 1re classe et 56 de 2e classe qui ont payé en tout 440 fr. S'il y avait eu au contraire 56 voyageurs de 1re et 27 de 2e classe, la recette eût été de 556 fr. On demande le prix du billet de chaque classe. (*B. E. Seine.*) 4f - 8f.

354. — Un cultivateur conduit au marché 10 hl. de blé, 8 d'orge et il vend le tout 198 fr. S'il avait vendu 2 fois plus de blé et 2 fois moins d'orge, il aurait reçu 324 fr. Trouver le prix de l'hectolitre de blé et de l'hectolitre d'orge. (*B. E. Alger.*) blé 15f orge 6f

355. — Un industriel emploie 2 ouvriers dont le 1er reçoit pour sa journée un salaire double de celui que reçoit l'autre. On donne au 1er pour 12 journées de travail 40 fr. et 10 l. de vin; on donne au 2e pour 9 journées de travail 16f,40 et 2 l. de vin. Quel est le prix d'un litre de ce vin? (*B. E. Lille.*) 0f,80

Parts différentes (Sommes 2 à 2).

Problèmes. — 356. — On fait 3 achats qui fournissent les combinaisons suivantes : le 2e et le 3e ensemble représentent une somme de 900 fr.; le 3e et le 1er, une somme de 750 fr.; le 1er et le 2e, une somme de 650 fr. Quelle est la valeur de chaque achat?

Analyse des données.
$$\begin{cases} 2^e + 3^e = 900 \text{ fr.} \\ 3^e + 1^{re} = 750 \text{ fr.} \\ 1^{re} + 2^e = 650 \text{ fr.} \end{cases}$$

Explication. — En faisant la *somme des égalités membre à membre*, on voit : 1° que le **double de la valeur totale** des 3 achats égale :

$$900^f + 750^f + 650 \text{ fr.};$$

2° que la **valeur de chacun des achats** est égale à la *valeur totale diminuée* de *chacune des sommes obtenues en prenant les* **achats 2 à 2.**

357. — Pierre, Jacques et Henri ont à se partager 120 billes. Pierre et Jacques doivent en avoir 70 à eux deux. Jacques et Henri ont ensemble 86 billes. Combien chacun aura-t-il de billes? (*Lyc. et Coll.*) H = 50 P = 34 J = 36

358. — Les populations réunies de Dijon et de Nevers donnent un total de 85861 habitants; celles de Nevers et d'Auxerre s'élèvent ensemble à 42462 habitants, et enfin celles d'Auxerre et de Dijon comptent 78311 habitants. Trouver la population de chacune des trois villes ci-dessus. (*B. E. Dijon.*)

359. — Trois ouvrières travaillent chez un fabricant : la 1re et la 2e ont gagné 97f,20 en 18 jours; la 1re et la 3e, 103f,50 en 15 jours; la 2e et la 3e, 150 fr. en 20 jours. Combien chacune d'elles gagne-t-elle par jour? (*B. E. Seine.*) 2f,40 3f 4f,50

Parts différentes et parts multiples.
(Méthode de substitution.)

Problèmes. — I. **360.** — Deux ouvriers viennent de recevoir ensemble 165 fr. L'un a fait 12 journées et l'autre 15. Le 2e gagne 2 fr. par jour de plus que le 1er. Quel est le salaire quotidien de chaque ouvrier? (*C. Compl.*)

Explication. — **Si nous substituions** aux 15 *journées du second* 15 *journées du premier*, le gain total (165 fr.) serait diminué de 15 fois la différence des salaires quotidiens (2 fr.).

Le **salaire du 1er ouvrier** serait égal au quotient du *gain total restant* par le *nombre total* (12 + 15) *des journées de travail.*

361. — Deux ouvriers, Charles et Louis, travaillent dans une usine. Louis gagne, par jour, 2 fr. de moins que Charles. Pour 25 journées de travail de Charles et 22 journées de Louis, ces deux ouvriers reçoivent en totalité 238 fr. On demande combien chacun des ouvriers gagne par jour. Vérification. (*Lyc. et Coll.*)

362. — On a acheté pour 53f,60 une pièce de calicot de 23m,20 et une pièce de toile de 42m,80. Sachant que le mètre de toile vaut 0f,25 de plus que le mètre de calicot, on demande le prix du mètre de calicot et celui du mètre de toile. (*Lyc. et Coll.*)

***363.** — Un marchand a acheté deux espèces de vins. Il a revendu le tout en faisant un bénéfice de 0f,10 par litre et un bénéfice total de 8000 fr. Sachant : 1° que la quantité de vin de 1re qualité surpassait de 200 hl. la quantité de vin de qualité inférieure ; 2° que les deux espèces de vins lui avaient coûté, tous frais compris, 51500 fr. ; 3° que le prix de revient de l'hectolitre de 1re qualité surpassait de 15 fr. celui de l'hectolitre de 2e qualité, on demande combien d'hectolitres de chaque espèce il avait achetés et quel a été le prix de vente d'un litre de chaque espèce. (*B. E. Seine.*)

***364.** — Une famille qui consomme, en moyenne, 1kg 1/2 de viande par jour, a dépensé 64f,80 dans un mois de 30 jours pour cet objet de consommation. Sachant que, pendant les 12 derniers jours, elle a payé, par kilogramme, 0f,10 de plus que les jours précédents. Quel a été le prix du kilogramme de viande pour les 2 périodes? (*B. E. Paris.*)

II. **365.** — Un horloger a vendu 18 montres en argent et 13 montres en or pour une somme totale de 3150 fr. Quel est le prix d'une montre de chaque espèce, sachant qu'une montre en or coûte 4 fois autant qu'une montre en argent? (*Lyc. et Coll.*)

Explication. — Le **prix d'une montre en argent** est égal au quotient du *prix total* (3150 fr.) par le *nombre des montres en argent* que l'on aurait **après substitution** de montres en argent aux 13 montres en or.

366. — Une personne achète 5 kg. de café et 3 kg. de sucre pour 26f,60. On sait que le kilogramme de café coûte autant que 7 kg. de sucre. Combien a-t-elle payé le kilogramme de café et le kilogramme de sucre? (*E. P. S.*)

367. — Un cultivateur a vendu 25 hl. de blé et 18 hl. de seigle pour 666 fr. Trouver le prix de l'hectolitre de chaque espèce de grain, sachant que le prix de l'hectolitre de blé est égal à 1 fois 1/2 le prix de l'hectolitre de seigle. (*B. E. Alger.*)

368. — Un père et son fils travaillent ensemble dans une usine. Au bout de 20 jours de travail, ils reçoivent en totalité 192 fr. On sait que le prix de 3 jours de travail du père est le même que celui de 5 journées du fils. Combien chacun d'eux gagne-t-il par jour? (*Lyc. et Coll.*)

369. — Un éleveur vend 30 moutons et 7 bœufs qu'il avait achetés 6580 fr. Sachant que le gain qu'il fait sur chaque mouton est le tiers du gain qu'il fait sur chaque bœuf et que le prix total de vente des moutons est de 1500 fr., celui des bœufs étant de 5488 fr., on demande le prix d'achat de chaque mouton et de chaque bœuf. (*B. E. Lille.*)

***370.** — Pour la confection d'une jupe on a employé $5^m,60$ d'un lainage en 70 cm. de large et 5 m. de doublure en $0^m,80$ de large. La jupe revient à 30 fr. Sachant que l'achat de l'étoffe et de la doublure coûte 7 fr. de plus que la façon et les accessoires, sachant, en outre, que 25 m. de doublure valent autant que 9 m. de lainage, trouver le prix du mètre de chaque étoffe. (*B. E. Grenoble.*)

***371.** — On a acheté un lot de marchandises se composant de 18 m. de toile, de $14^m,20$ de drap, de $12^m,50$ de soie, pour $480^f,55$. Quel est le prix du mètre de chacune de ces étoffes, sachant qu'en ajoutant au prix de 1 m. de drap le prix de 1 m. de toile, qui n'est que le quart de ce prix, on obtient le prix de 1 m. de soie? (*B. E. Alger.*)

***372.** — Une ouvrière paye 7 mois de loyer, en donnant la valeur de 18 journées de travail et 30 fr. en plus. Une autre fois, elle paye 3 mois de loyer, en se servant de la somme que lui ont rapportée 22 journées de travail, et sur cette somme, il lui reste encore 30 fr., le loyer payé. Quel est le prix du loyer mensuel et celui de la journée de travail? (*B. E. Bordeaux.*)

***373.** — Un marchand a acheté à la foire 5 bœufs, 7 vaches et 9 veaux. Un bœuf vaut 200 fr. de plus qu'une vache, et 10 veaux valent autant que 3 vaches. Le marchand a payé en tout 5410 fr. On demande de trouver : 1° le prix d'un bœuf, 2° le prix d'une vache et 3° le prix d'un veau. (*B. E. Besançon*).

***374.** — Un commerçant a acheté du drap et du velours, en tout 255 m. pour 4675 fr. On sait que 3 m. de velours coûtent autant que 5 m. de drap et que le commerçant a acheté 2 fois plus de drap que de velours. Quels sont les prix respectifs par mètre du drap et du velours? (*B. E. Seine.*)

***375.** — Un marchand a acheté 12 m. de toile et 25 m. de drap pour 236 fr. S'il avait acheté 25 m. de toile et 12 m. de drap, il aurait dépensé 65 fr. de moins. On demande quel est le prix du mètre de chaque étoffe. (*B. E. Aix*). velours 25f drap 15f

***376.** — Un industriel emploie dans son usine 15 hommes, 8 femmes et 12 enfants. Le montant des salaires de ces ouvriers pendant une semaine, c'est-à-dire 6 jours de travail, s'est élevé à $1015^f,20$. On demande combien chacun gagne par jour, sachant que 3 journées d'un homme valent 4 journées d'une femme, et que 5 journées d'une femme valent 18 journées d'un enfant. (*B. E. Seine.*) 1f50 5f40 1f,20

***377.** — Une fermière a acheté à un premier marchand 17 poules et 23 oies pour 387 fr.; à un 2e marchand elle a acheté, pour la même somme, 35 poules et 17 oies de même valeur que les 1res. On demande le prix de chaque volatile. (*B. E. Seine.*)

***378.** — Une personne a acheté $7^m,50$ de soie, $13^m,50$ de toile et $9^m,60$ de drap. Elle paye le tout $180^f,15$. Elle rapporte au marchand 6 m. de drap et reçoit en échange $3^m,50$ de soie et 6 m. de toile plus 11 fr. Dire le prix du mètre de chacune des étoffes, si le mètre de soie coûte $5^f,50$ de plus que le mètre de toile. (*B. E. Toulouse.*)

Règle dite de fausse position.

Problèmes. — 379. — Un convoi de chemin de fer contient au total 143 voyageurs de 1re et de 2e classe; les uns paient 16 fr. et les autres 13 fr. La recette totale est de 2 039 fr. Combien y a-t-il de voyageurs de chaque classe? (*E. P. S.*)

Solution. — Supposons qu'il y ait 143 voyageurs de 2e classe.
La recette totale serait de : $13^f \times 143 = 1\,859$ fr.
Il manquerait : $2\,039^f - 1\,859^f = 180$ fr.
Si on remplace alors un voyageur de 2e classe par un voyageur de 1re, la recette augmentera de : $16^f - 13^f = 3$ fr.
Pour qu'elle augmente de 180 fr., il faut que le **nombre des voyageurs de 1re classe** soit égal au quotient de l'*augmentation totale* (180 fr.) par l'*augmentation due à un voyageur* (3 fr.).

180 : 3 = 60 voyageurs de 1re classe.

Nombre de voyageurs de 2e classe : 143 — 60 = 83 voyageurs.

Vérification :

$16^f \times 60 = 960$ fr.
$13^f \times 83 = 1\,079$ fr. } Recette totale : $960^f + 1\,079^f = 2\,039$ fr.

380. — On coule dans une usine 490 pièces en fonte; les unes pèsent 15 kg. et les autres 20 kg.; le poids total de ces 490 pièces atteint 8 300 kg. Dire le nombre des pièces de chaque espèce. (*P.T.T.*)

381. — Un ouvrier a travaillé pendant 30 jours chez deux patrons; le 1er lui a donné $5^f,50$ par jour et le 2e $6^f,30$; il a gagné en tout $174^f,60$. Combien de jours a-t-il travaillé chez chaque patron? (*B. E. Nancy.*)

382. — Le diamètre d'une pièce de 5 fr. en argent est 37 mm., celui d'une pièce de 2 fr. est 27 mm. On veut former la longueur du mètre avec 30 pièces, les unes de 5 fr., les autres de 2 fr. Combien faut-il prendre de pièces de chaque espèce? (*E. P. S.*)

1 dm³

383. — Un litre de bon lait pèse 1 030 g. Ma laitière m'a apporté ce matin 45 l. de lait pesant $45^{kg},9$. Ce lait contient-il de l'eau? Si oui, quel volume? (*E. P. S.*)

1e = 4h
2e = 3h

384. — Un bassin de la contenance de 3 000 l. est alimenté par deux robinets; le 1er robinet donne 480 l. en 1 heure, et le 2e 360. On demande combien de temps il faut laisser couler chaque robinet séparément pour remplir le bassin en 7 heures. (*B. E. Paris.*)

385. — Un homme possède 100 pièces de monnaie; les unes sont de 20 fr. en or, les autres de 5 fr. en argent. La somme dont il dispose ainsi est de 1 700 fr. Combien a-t-il de pièces de chaque espèce? Combien pèsent-elles en tout? (*Lyc. et Coll.*)

386. — Un négociant a vendu 70 m. de drap et de toile pour une somme de 308 fr. Combien a-t-il vendu de mètres de chaque étoffe, sachant que le drap est vendu au prix de $6^f,50$ le mètre, et la toile à raison de $1^f,25$ le mètre? (*B. E. Seine.*)

387. — Un marchand a des œufs à $0^f,15$ et à $0^f,20$ la pièce. Comment pourrait-on lui acheter une douzaine d'œufs si l'on ne veut dépenser qu'une somme de 2 fr.? (*Lyc. et Coll.*)

388. — Quelqu'un loue un domestique pour 90 jours; il convient de lui donner $3^f,50$ par jour lorsqu'il ne le nourrira pas, et 2 fr. lorsqu'il le nourrira. A l'époque du paiement, le domestique reçoit 270 fr. Pendant combien de jours a-t-il été nourri? (*E. P. S.*)

389. — On a payé 2 022 fr. pour la solde d'une quinzaine à 35 ouvriers, hommes et femmes. Les hommes gagnaient 5f,50 par jour et les femmes 3f,50. La quinzaine comprenant 12 jours de travail, combien y avait-il d'hommes et de femmes? (*E. P. S.*)

390. — Une femme de ménage, qui reçoit 0f,40 par heure de travail, est occupée tantôt 8 heures, tantôt 10 heures par jour. Au bout de 4 semaines de chacune 6 jours de travail, elle reçoit un salaire de 83f,20. Pendant combien de jours a-t-elle travaillé 10 heures? (*E. P. S.*) 8 jours

391. — Une marchande a 100 pêches de deux qualités; elle se propose de vendre les pêches de la 1re qualité 0f,15 pièce, et les autres 0f,10. Mais elle trouve à vendre toutes ses pêches à 0f,25 les deux, et reçoit ainsi 0f,70 de moins que si elle les avait vendues séparément. Combien avait-elle de pêches de chaque qualité? (*B. E. Seine.*)

392. — J'ai 71 fr. en pièces de 5 fr., de 2 fr. et de 1 fr. Le nombre des pièces de 1 fr. est égal à celui des pièces de 2 fr. Il y a en tout 31 pièces. Combien y en a-t-il de chaque sorte? (*C. Compl.*) 12 à 1f 12 à 2f 7 à 5f.

393. — Une usine emploie des hommes, des femmes et des enfants, en tout 38 personnes, dont le salaire journalier est de 158f,10. Sachant que chaque homme reçoit 5f,75, chaque femme 2f,25, et chaque enfant 1f,15; sachant, en outre, que le nombre des femmes est triple de celui des enfants, on demande combien il y a de personnes de chaque catégorie. (*B. E. Seine.*)

394. — Un ouvrier travaille chez un tailleur pendant le mois de janvier. Pour chaque jour de travail, il reçoit 5f,40; mais, pour chaque jour ouvrable qu'il chôme, il paye à son patron 3 fr. Le compte réglé, il reçoit 103f,80. Le mois ayant eu quatre dimanches, combien l'ouvrier a-t-il fait de journées de travail? (*B. E. Grenoble.*) 22 jours

* **395.** — Un fermier mène au marché un troupeau composé de 60 têtes de bétail, vaches et veaux, il les vend pour 21 600 fr.; mais, comme il a besoin de 25 000 fr., il calcule que, les prix restant les mêmes que la première fois, en vendant 8 vaches, il lui resterait 200 fr., tandis que s'il vendait 20 veaux, il lui manquerait 400 fr. On demande le prix d'une vache, celui d'un veau, et le nombre de têtes de bétail de chaque espèce. (*E. N. Dordogne.*)

* **396.** — Un ouvrier qui reçoit un salaire de 6f,75 lorsqu'il travaille, dépense en moyenne 4f,60 par jour. Mais, quand il chôme, il augmente sa dépense journalière de 5 fr. Au bout d'un mois de 31 jours, il se trouve endetté de 62f,60. D'après cela, on demande combien de jours il a travaillé. (*Coll. Chaptal.*) 20 jours

* **397.** — Un fabricant de chaises a un lot de 450 chaises qu'il vend aux prix de 3f,50 et de 2f,75 pièce. Il cède le tout pour la somme de 1 368 fr., ayant fait la concession de donner une chaise en surplus de deux douzaines. On demande combien il y avait de sièges de chaque prix. (*B. E. Seine.*)

* **398.** — Un banquet a réuni 100 personnes, parmi lesquelles 10 invités n'ont pas payé leur part; les autres ont payé soit 8 fr., soit 4 fr. par tête. Le prix de revient a été de 5 fr. par convive; il y a eu en outre 100 fr. de frais divers; sachant que les recettes ont excédé les dépenses de 40 fr., on demande combien il y avait de convives à 8 fr. et de convives à 4 fr. (*B. E. Paris.*)

* **399.** — Deux villes, A et B, sont distantes de 64 km. En A, le quintal de blé vaut 18 fr.; en B, il vaut 18f,60. Le transport du quintal de blé coûte 0f,012 par kilomètre de A à B, et 0f,008 seulement de B vers A. Trouver le point M de la droite AB où le quintal de blé ait la même valeur, qu'il vienne de A ou de B. (*E. N. Hautes-Pyrénées.*)

Revision générale.

* **Exercices.** — **400.** — Qu'appelle-t-on numération écrite? Quelles conventions a-t-on faites pour écrire tous les nombres? Pourquoi n'a-t-on inventé que neuf chiffres significatifs? Si on avait pris le système de numération dont la base est 12, combien aurait-on dû inventer de chiffres? (*B. E. Seine.*)

401. — Sur quel principe s'appuie-t-on pour faire la soustraction dans le 2e cas? Faire la soustraction suivante: 4 253 617 — 836 425. Théorie de l'opération. De combien de manières peut-on faire la preuve de la soustraction? Quel est le procédé le plus rationnel? (*B. E. Paris.*)

402. — Démontrer: 1° que pour ajouter à un nombre la différence de deux autres, il suffit d'y ajouter le plus grand et d'en retrancher le plus petit de ces deux derniers nombres; 2° que pour retrancher d'un nombre la différence des deux autres, il suffit d'en retrancher le plus grand et d'y ajouter le plus petit de ces deux derniers nombres. (*B. E. Clermont.*)

403. — On donne le produit 389×38. On augmente le multiplicateur de 1. De combien faut-il augmenter le multiplicande, pour que le nouveau produit dépasse le 1er de 818? (*B. E. Dijon.*)

404. — Que deviendra la différence de deux nombres: 1° si l'on augmente chacun d'eux d'une même quantité; 2° si l'on multiplie chacun d'eux par un même nombre; 3° si l'on multiplie le plus grand par 5, par exemple, et le plus petit par 3? (*B. E. Nancy.*)

405. — Démontrer que la somme de deux nombres consécutifs est égale à la différence des carrés de ces deux nombres. (*B. E. Paris.*)

change pas
diminue

406. — Que devient le reste d'une soustraction: 1° quand on retranche le même nombre aux deux termes; 2° quand on divise les deux termes par un même nombre? Explications à l'appui. (*B. E. Dijon.*)

407. — Que deviendra le produit 549×87: 1° si l'on multiplie le multiplicande par 15 et si l'on divise le multiplicateur par 3; 2° si l'on augmente le multiplicande de 15 et si l'on diminue le multiplicateur de 3? (*B. E. Nancy.*)

408. — Quelles modifications subissent: 1° la somme de deux nombres; 2° leur différence; 3° leur produit, quand on augmente le plus grand de ces nombres de 5 unités, et qu'on diminue le plus petit de 5 unités? Expliquer sur un exemple. (*B. E. Toulouse.*)

409. — Diviser 3 537 par 598. Définition de l'opération. Relations entre le dividende, le diviseur, le quotient et le reste. Expliquer comment on déterminera le chiffre du quotient. (*B. E. Alger.*)

410. — Que devient le produit de deux facteurs: 1° quand on augmente les deux facteurs d'un même nombre, de 7 par exemple; 2° quand on multiplie les deux facteurs par un même nombre, par 7 par exemple? Justifier les réponses données. (*B. E. Seine.*)

411. — Démontrer qu'un produit de plus de deux facteurs ne change pas: 1° quand on intervertit l'ordre des deux derniers facteurs; 2° quand on intervertit l'ordre de deux facteurs consécutifs quelconques. On prendra pour exemple: $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$. (*B. E. Paris.*)

412. — Démontrer que, si dans une division de nombres entiers on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre, le quotient ne change pas, mais le reste est multiplié par ce nombre. Qu'arriverait-il si on multipliait seulement le dividende par un nombre: 1° dans le cas où la division se fait sans reste; 2° dans le cas où elle donne un reste? (*B. E. Toulouse.*)

413. — Que devient un produit de deux facteurs quand on ajoute un même nombre à chacun d'eux? *Application :* En augmentant le multiplicande et le multiplicateur d'une multiplication de 7 unités, le produit augmente de 364. Trouver les deux facteurs de ce produit si leur différence est 5. (*B. E. Lyon.*)

414. — Dans une division qui se fait exactement, la somme du dividende, du diviseur et du quotient est 49, et la somme du dividende et du diviseur dépasse le quotient de 41. Trouver le dividende, le diviseur et le quotient. (*B. E. Lyon.*)

415. — On multiplie 138 par 27 et l'on recommence l'opération après avoir ajouté 4 unités au multiplicande et 6 unités au multiplicateur. Indiquer d'avance de combien le nouveau produit surpasse le premier. Justifier la réponse par un raisonnement. (*E. N. Seine.*)

416. — On multiplie l'un des facteurs d'une multiplication par un certain nombre, et on divise l'autre facteur par le même nombre. Prouver que le produit ne change pas. Montrer par un exemple que l'application de ce principe peut, dans certains cas, rendre la multiplication plus facile. (*B. E. Nancy.*)

417. — Diviser 748 par 205; dire si, en divisant le dividende par le quotient, on retrouverait le diviseur et, dans le cas contraire, profiter de la première opération pour abréger la seconde. (*B. E. Caen.*)

418. — Que devient le produit de deux facteurs : 1° si on augmente chacun d'eux de la même quantité; 2° si on augmente le plus petit et qu'on diminue le plus grand de la même quantité? (*B. E. Aix.*)

419. — I. Construction et usage de la table de Pythagore.

II. Sachant que la somme des neuf premiers nombres est égale à 45, exprimer, au moyen d'une formule simple, la somme de tous les nombres contenus dans la table de Pythagore. (*E. N. Oise.*)

420. — Montrer comment on peut, sans effectuer les opérations indiquées dans les parenthèses, faire le produit de $(7+4)\times(5-2)$. Déduire du résultat le produit de $(7+4)(7-4)$ et, en général, le produit de la somme de deux nombres par leur différence. (*B. E. Paris.*)

421. — Démontrer ce que deviennent le quotient et le reste d'une division, lorsqu'on multiplie ou qu'on divise le dividende et le diviseur par un même nombre. Applications de ce principe. (*B. E. Seine.*)

422. — Démontrer que $10^3 = 2^3 \times 5^3$. (*B. E. Alger.*)

423. — S'appuyant sur la définition de la multiplication des nombres entiers, démontrer que : 1° $(2+5)3 = (2\times3)+(5\times3)$;

2° $2(3+4) = (2\times3)+(2\times4)$;

3° $(2+5)(3+4) = (2\times3)+(2\times4)+(5\times3)+(5\times4)$;

4° $(2+5)^2 = 2^2+2(2\times5)+5^2$. (*B. E. Montpellier.*)

424. — Etant donné le produit 325×58, on demande ce qu'il devient : 1° quand on ajoute 45 au multiplicateur sans toucher au multiplicande; 2° quand on ajoute 45 au multiplicande sans toucher au multiplicateur; 3° enfin, dans la division de 325 par 58, qu'arrive-t-il si l'on augmente le dividende d'une somme égale à deux fois le diviseur? Justifier ces trois réponses. (*B. E. Dijon.*)

425. — On refait une multiplication après avoir augmenté le multiplicande de 3 unités et le multiplicateur de 2 unités. Sachant que le produit s'est trouvé augmenté de 11 648 unités et que le multiplicateur était 276, dire quel était le multiplicande primitif. (*B. E. Aix.*)

426. — Une division étant effectuée, quel est le plus grand nombre qu'on peut ajouter : 1° au dividende, 2° au diviseur, sans altérer le quotient? (*B. E. Dijon.*)

427. — Qu'est-ce que le quotient et le reste de la division de 4 395 par 82? Comment faites-vous l'opération? Justifiez la règle. Si vous ne connaissiez pas cette règle, pourriez-vous trouver cependant le quotient et le reste? Comment feriez-vous? (*B. E. Paris.*)

428. — Que deviennent : 1° le produit de deux facteurs lorsqu'on multiplie chacun d'eux par un même nombre; 2° le quotient de deux nombres lorsqu'on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre? (*B. E. Clermont.*)

429. — Comment peut-on trouver, sans effectuer la division, quel est le nombre de chiffres du quotient de deux nombres entiers? Raisonner sur l'exemple : 6 849 à diviser par 37. (*B. E. Aix.*)

430. — Lorsque le quotient de deux nombres est entier, si on divise le dividende par le quotient on retrouve le diviseur; en est-il de même lorsqu'il y a un reste? S'il n'en est pas toujours ainsi, dans quelles conditions retrouvera-t-on le diviseur? (*B. E. Lille.*)

431. — Dans la soustraction on ajoute 10 aux chiffres supérieurs qui se trouvent plus faibles que les chiffres placés en dessous. Faire la soustraction 454 — 89, en ajoutant 8 au lieu de 10 et donner les raisons qui font préférer ce dernier nombre. (*B. E. Montpellier.*)

432. — Peut-on, dans la division de 48 537 par 72, dire à l'avance quel sera le nombre des chiffres de la partie entière du quotient? Justifiez votre réponse. Expliquez en outre comment vous trouverez le chiffre des plus hautes unités de ce quotient. (*B. E. Alger.*)

433. — Etant donnée la division de 4 532 par 137, peut-on, sans changer la valeur du quotient, ajouter ou retrancher des unités au dividende et au diviseur, et combien? (*B. E. Lille.*)

434. — Que devient le quotient d'une division : 1° si l'on multiplie le dividende par 5, 2° si on divise le diviseur par 7? (*B. E. Paris.*)

435. — La différence entre un nombre de deux chiffres et le nombre formé des mêmes chiffres, placés dans l'ordre inverse, est égale à 9 fois la différence des deux chiffres. (*B. E. Seine.*)

436. — La somme des chiffres d'un nombre de 2 chiffres est 8. Si l'on intervertit l'ordre des chiffres de ce nombre, il augmente de 36 unités. Quel est ce nombre? (*E. N. Basses-Pyrénées.*)

Problèmes. — 437. — Un père, en mourant, laisse 15 200 fr. à chacun de ses enfants; l'un d'eux vient à mourir et sa part est divisée entre chacun des survivants. Sachant que chacun d'eux possède alors 19 000 fr., trouver le bien du père et le nombre des enfants. (*P. T. T.*)

438. — On a acheté 5 m. de drap et 4 m. de lainage pour 78 fr. Combien coûte le mètre de chaque étoffe, sachant que 8 m. de lainage valent autant que 3 m. de drap? (*Lyc. et Coll.*)

439. — Quatre associés ont à se partager une somme de 75 000 fr. Le 1er doit avoir autant que les trois autres qui auront des parts égales. Combien chacun aura-t-il? (*E. P. S.*)

440. — Un employé a économisé en 8 ans 3 200 fr. Les trois premières années, il a dépensé 900 fr. par an; les deux années suivantes 1 100 fr. et chacune des années suivantes 100 fr. de plus que la précédente. Quel était son traitement annuel? (*E. P. S.*)

441. — On a dépensé 90 fr. pour acheter 18 m. de toile et 6 m. de drap. Le mètre de drap coûtant 7 fr. de plus que le mètre de toile, quelle est la valeur du mètre de chaque étoffe? (*E. P. S.*)

442. — Deux personnes ont à elles deux 40 fr. Si la première avait 4 fr. de plus et la deuxième 1 fr. de moins, elles auraient la même somme. Combien chacune a-t-elle? (*Lyc. et Coll.*)

443. — Une ménagère qui a élevé des vers à soie veut consacrer à l'achat d'une machine à coudre le prix de vente de ses cocons. Si elle vend ceux-ci 4f,75 le kilogramme, il lui restera 44f,50 après avoir payé sa machine. Mais il lui manquera 8 fr. si le kilogramme de cocons n'est vendu que 3f,50. Dites : 1° combien elle a de kilogrammes de cocons; 2° combien coûte la machine à coudre. (*E. P. S.*)

444. — Trois chasseurs conviennent de se partager également le gibier qu'ils tueront. A la fin de la journée ils n'ont tué qu'un perdreau et un lièvre. Le premier prend le perdreau, le second prend le lièvre et donne 1 fr. au 1er et 3 fr. au 3e. De cette façon, les parts sont égales. A quel prix ont été estimés le perdreau et le lièvre? (*Lyc. et Coll.*)

445. — Un tailleur d'habits veut vendre un lot de gilets pour acheter un tonneau de vin. S'il les vend 7 fr. pièce, il lui restera 38 fr.; mais, s'il ne les vend que 5 fr. pièce, il lui manquera 10 fr. Quel est le prix du tonneau de vin? (*Lyc. et Coll.*)

130f

446. — Huit personnes devaient payer en commun 1250 fr. Plusieurs étant insolvables, les autres payent 93f,75 de plus que leur part. Combien y avait-il d'insolvables? (*C. Compl.*)

3

447. — Partager 60 000 fr. entre trois personnes de manière que la 1re ait le double de la 2e, et que la 3e ait autant que les deux autres, plus 1 800 fr. (*B. E. Rennes.*)

19400f
9700f
30900f

448. — Deux personnes possèdent l'une 18 450 fr., l'autre 8650 fr. Chaque année, la 1re dépense 860 fr. sur son avoir, tandis que la 2e augmente le sien de 540 fr. Au bout de combien de temps les fortunes de ces deux personnes seront-elles égales? (*Lyc. et Coll.*)

449. — Deux pièces d'étoffe ont la même longueur. Trois mètres de l'une valent autant que 2 mètres de l'autre et le prix de ces 5 m. est de 27 fr. La différence des prix des deux pièces est de 101f,25. Trouver la longueur commune de ces deux pièces. (*B. E. Nancy.*)

45m

450. — Une prairie qui comprend 72 ares est composée de deux parties égales en surface, mais de qualités différentes. La 1re moitié vaut 30 fr. l'are et l'autre 25 fr. Retrancher de la 1re un nombre d'ares tel que, si on les ajoute à la 2e, les deux parties devenues inégales en surface aient la même valeur. (*B. E. Rennes.*)

451. — Une mère, qui a trois filles, a acheté une pièce de bengaline et une pièce de doublure pour leur confectionner des robes. Celle de l'aînée a nécessité l'emploi de 14 m. d'étoffe et de 8 m. de doublure; celle de la cadette, 12 m. d'étoffe et 7 m. de doublure. Sachant que la 1re revient à 69f,40 et la 2e à 59f,60, on demande ce que coûtera la robe de la dernière fille, si l'on y emploie 11 m. de bengaline et 6 m. de doublure. (*B. E. Seine.*)

54f,30

452. — Huit personnes ont fait un voyage qu'elles devaient payer en commun. Trois d'entre elles ne peuvent pas payer, et la part de celles qui restent se trouve augmentée de 90 fr. A combien s'élevait la dépense totale? (*Lyc. et Coll.*)

453. — Un fermier a du blé qui, étant vendu 20 fr. l'hectolitre, produirait la somme nécessaire à l'acquisition d'une propriété et il resterait 560 fr. Mais, s'il ne vendait son blé que 17f.50, il serait contraint d'emprunter 1 260 fr. On demande : 1° le nombre d'hectolitres de blé du fermier; 2° la surface de cette propriété, sachant qu'elle vaut 910 fr. l'hectare. (*E. N. Aveyron.*)

454. — On veut partager une somme de 2520 fr. entre quatre personnes : la 1re aura le double de la 2e moins 1 000 fr.; la 2e autant que la 3e et la 4e, et la 3e aura 360 fr. Quelles seront les parts des trois autres personnes? (*B. E. Besançon.*)

760f
880f
520f

455. — Partager 6 490 fr. entre quatre personnes sous les conditions suivantes : la 1re aura 100 fr. de plus que la 2e ; la 2e aura 240 fr. de plus que la 3e ; la 3e aura 350 fr. de plus que la 4e. Quelle sera la part de chaque personne ? (*B. E. Seine.*)

456. — Un marchand a acheté des oranges à 0f,90 la douzaine. Il commence à les vendre à raison de 4 pour 0f,35. Quand il en a vendu la moitié, il se trouve obligé de vendre le reste à raison de 3 pour 0f,25 ; il gagne en tout 2 fr. On demande combien il avait acheté de douzaines d'oranges. (*B. E. Toulouse.*)

457. — Quatre joueurs A, B, C, D conviennent qu'à chaque partie, le perdant doublera l'argent des autres. Ils perdent chacun une partie dans l'ordre indiqué par leurs noms ; après quoi, ils ont chacun 32 fr. Combien chacun avait-il en se mettant au jeu ? (*B. E. Aix.*)

458. — Une personne a une dette à payer. Si chacun de ses débiteurs lui donnait 1 520 fr., il lui manquerait 3 110 fr. pour payer sa dette, tandis qu'elle aurait 205 fr. de trop si elle recevait de chacun 1 715 fr. On demande de calculer le nombre de ses débiteurs et le montant de sa dette. (*E. N. Pas-de-Calais.*)

459. — Une personne achète 10 kg. de café et 20 kg. de sucre pour 64 fr. Si elle avait pris 20 kg. de café et 6 kg. de sucre, elle aurait payé 104f,20. Quels sont les prix du kilogramme de sucre et du kilogramme de café ? (*B. E. Caen.*)

460. — On met en loterie un meuble valant 1 700 fr. On demande de calculer : 1° la valeur d'un billet, sachant qu'en mettant le billet à 3 fr., on perdrait autant qu'en le mettant à 5 fr. ; 2° le nombre des billets émis. (*B. E. Nancy.*)

461. — Une femme a donné 9 kg. de beurre et 2f,70 en argent pour avoir 1m,80 de drap. Si elle avait donné 3 kg. de beurre de plus et pas d'argent, elle aurait eu 2m,16 de drap. On demande le prix du kilogramme de beurre et le prix du mètre de l'étoffe. (*Ec. prof.les.*)

462. — Un fabricant emploie 110 ouvriers, hommes et femmes. Il paye la journée d'un homme 4f,50 et celle d'une femme 2f,85, et il débourse chaque soir pour la paye de ces 110 ouvriers 417f,45. On demande le nombre des hommes et celui des femmes employés. (*B. E. Besançon.*)

463. — Une ménagère, qui a l'habitude d'acheter par lots ses provisions, rentre un jour du marché ayant pour 2f,80 de beurre, 1f,25 de raisin, 3f,25 de poisson. Elle trouve, en pesant, qu'elle a 0kg,900 de beurre, 2kg,350 de raisin et 0kg,700 de poisson. Le cours moyen du jour était de 3f,20 le kilogramme pour le beurre, 0f,55 pour le raisin, et 4 fr. pour le poisson ; on demande si la ménagère doit se féliciter de sa manière d'acheter, et quel serait son bénéfice ou sa perte pendant le mois d'octobre, s'il y a deux jours de marché par semaine, le mardi et le vendredi. (*B. E. Caen.*)

464. — Un propriétaire qui a acheté 560 m³ de pierre, offre, pour les payer, une terre ou un pré valant ensemble 2970 fr. S'il donne le pré, on devra lui rendre 214 fr. ; s'il donne la terre, il devra encore 156 fr. On demande : 1° la contenance de chaque terrain, sachant que la terre vaut 200 fr. l'are et le pré 250 fr. ; 2° le prix du mètre cube de pierre. (*B. E. Poitiers.*)

465. — Un fabricant promet à sa fille de lui acheter un piano avec le produit de la vente d'une pièce de velours. Il lui dit : « Si je vends le velours 18 fr. le mètre, j'aurai 16 fr. de plus que la valeur du piano, mais si je ne le vends que 16 fr., il manquera 208 fr. pour acheter le piano. » Combien la pièce de velours contient-elle de mètres et quel est le prix du piano ? (*B. E. Seine.*)

466. — Trois pièces de terre contiennent ensemble 23475 m², et ont coûté 9390 fr. La plus grande contient 760 m² de moins que les deux autres ensemble et la plus petite 5975 m² de moins que la plus grande. Dire la superficie et le prix de chacune. (*B. E. Paris.*)

467. — Un marchand a acheté deux pièces d'étoffe pour 1260 fr. Il en a revendu 18 m. pour 251f,10 et a gagné ainsi 1f,95 par mètre. Quelle était la longueur de chaque pièce si l'une était 2 fois plus longue que l'autre? (*C. Compl.*)

468. — Deux fontaines coulant dans un bassin, la 1re pendant 12 minutes, la 2e pendant 7 minutes, ont versé 250 l. d'eau. Si la 1re coulait pendant 8 minutes, et la 2e pendant 5 minutes, elles verseraient 170 l. On demande de calculer combien chaque fontaine verse de litres d'eau par minute. (*B. E. Seine.*)

469. — On veut couper des serviettes dans une pièce de toile. Si on donne à chacune 72 cm. de long, il reste un morceau de toile de 16 cm. de long, tandis que, si on leur donne 4 cm. de plus, il ne reste rien, mais on obtient 3 serviettes de moins. Trouver le nombre de serviettes dans chaque cas et la longueur de la pièce. (*B. E. Seine.*)

470. — Un marchand a acheté 50 m. de velours et 60 m. de drap pour le prix de 630 fr. Sachant que 5 m. de velours valent autant que 3 m. de drap, trouver le prix d'achat du mètre de velours et du mètre de drap. Le marchand revend le tout et gagne ainsi 260f,50. S'il a vendu le quart de son drap à 8 fr. le mètre et le surplus à 8f,50, quel a été le prix de vente du mètre de velours? (*E. P. S.*)

11f,35 draps
10f,75 couvert.

471. — Une personne a payé 242f,40 six paires de draps et une couverture. Trouver le prix de chacun de ces objets, sachant que 7 paires de draps et 2 couvertures ont coûté 308f,05. (*B. E. Clermont.*)

472. — Une mère et ses deux filles ont à faire 200 m. de dentelle. En travaillant ensemble, elles auraient fini dans 25 jours. Au bout de 5 jours, la mère tombe malade et le travail est achevé en 40 jours par les deux filles. Combien chacune des trois ouvrières en faisait-elle de mètres par jour, sachant que l'aînée des deux sœurs en faisait 3 fois autant que la cadette? (*Lyc. et Coll.*)

473. — Un ouvrier est engagé à raison de 3f,50 et la nourriture pour chaque jour qu'il travaille. Mais il doit payer sa nourriture 1f,50 pour chaque jour de chômage. Au bout de 30 jours, il reçoit, tout compte fait, 75 fr. On demande combien il a travaillé de jours et combien il en a chômé. (*E. N. Loir-et-Cher.*)

474. — Parti en voyage sur ma bicyclette avec laquelle je fais en moyenne 96 km. par jour, j'ai dû, par suite d'un accident, achever mon parcours à pied et alors je n'ai plus fait que 32 km. par jour. Quel trajet avais-je à faire et pendant combien de jours me suis-je servi de ma bicyclette, sachant que si j'avais employé seul ce mode de locomotion, j'aurais pu parcourir 384 km. de plus que je n'en ai fait réellement et que si, au contraire, j'avais constamment voyagé à pied, je me serais trouvé à 576 km. de mon but? (*B. E. Seine.*)

475. — On a acheté un certain nombre de mètres de drap à raison de 12 fr. le mètre; 9 mètres ont été détériorés dans le transport et le reste a été revendu à raison de 15 fr. le mètre. On a fait un bénéfice de 105 fr. Trouver le nombre de mètres achetés. (*B. E. Bordeaux.*)

80m

476. — Trois personnes héritent en commun d'une somme de 2925 fr.; mais le partage doit avoir lieu de la façon suivante : la 3e aura autant que la 2e et la 1re ensemble, et la première aura 250 fr. de moins que la 2e. Quelle est la part de chaque personne et que produira chaque part à 4 % l'an? (*B. E. Seine.*)

477. — On a mis dans le même tonneau 110 l. de vin à 0f,60 le litre, avec 114 l. d'une 2e espèce et 216 l. de vin d'une 3e espèce. On sait qu'un litre de vin de la 2e espèce et un litre de vin de la 3e espèce valent ensemble 0f,97, et que les 440 l. versés dans le tonneau valent en tout 219f,42. On demande le prix du litre de vin de la 2e espèce et le prix du litre de vin de la 3e espèce. (*B. E. Lyon.*)

478. — Cinq personnes voyageant en 2e classe ont payé 45f,75 pour le trajet de Toulouse à Agen. Au retour, deux d'entre elles prennent des billets de 3e classe, et la dépense, pour les 5 personnes, ne s'élève plus qu'à 39f,65. On sait qu'un billet de 2e classe coûte, par kilomètre, 2 centimes 1/2 de plus qu'un billet de 3e classe. Cela posé, on demande : 1° la distance en chemin de fer de Toulouse à Agen ; 2° le prix du tarif kilométrique en 2e et en 3e classe. (*B. E. Toulouse.*)

36 16 26 **479.** — La somme de trois nombres est 78. Le plus grand de ces nombres dépasse le plus petit de 20 et le 3e est une moyenne entre les deux autres. Calculez ces trois nombres. (*E. P. S.*)

480. — Deux robes sont faites pour deux jeunes filles. Pour l'aînée on prend 12 m. d'étoffe et 8 m. de doublure ; pour la plus jeune, 6 m. d'étoffe et 5 m. de doublure. La robe de l'aînée coûte 39f,80 ; celle de la cadette 20f,75. Calculer les prix du mètre d'étoffe et du mètre de doublure. (*B. E. Clermont.*)

481. — On a payé 2000 fr. pour le transport de Paris à New-York d'un chargement de 500 t. de fer et 250 t. de cuivre ; une autre fois on a payé 1800 fr. pour le transport de 400 t. de fer et 300 t. de cuivre. Quel est le prix du transport d'une tonne de fer et celui d'une tonne de cuivre ? (*B. E. Rennes.*)

***482.** — Un fabricant a vendu une 1re fois 225 m. de toile et 240 m. de calicot pour 1098 fr. ; une 2e fois, pour la même somme, 180 m. de toile et 375 m. de calicot de même qualité. Trouver le prix du mètre de toile et du mètre de calicot. (*B. E. Seine.*)

***483.** — Un pépiniériste a loué une pièce de terre au prix annuel de 120 fr. Il y plante des arbres qu'il achète à raison de 0f,90 le pied ; les frais de culture coûtent tous les ans 0f,30 par arbre planté, conservé ou non. Au bout de 3 ans, une moitié des arbres a péri, et le pépiniériste vend le reste 2100 fr. avec un bénéfice de 840 fr. On demande combien il a planté d'arbres et combien il a vendu chaque arbre. (*B. E. Seine.*)

28.145 m² 57490 m² 60f. ***484.** — Une vigne coûte 17247 fr. et une prairie d'étendue double 25870f,50. L'hectare de vigne coûte 1500 fr. de plus que l'hectare de prairie. Trouver la surface de la vigne et celle de la prairie, ainsi que la valeur d'un are de vigne. (*B. E. Aix.*)

***485.** — Trois tiroirs d'un meuble contiennent de l'argent. Dans les deux premiers réunis, se trouve une somme de 8023 fr. ; dans le 1er et le 3e réunis, 9134 fr. ; enfin dans le 2e et le 3e, 10245 fr. Combien y a-t-il dans chaque tiroir ? (*B. E. Seine.*)

***486.** — Un négociant a dépensé 7620 fr. pour acheter du drap et de la soie. Le mètre de drap lui a coûté 12 fr. et le mètre de soie 9f,50. S'il avait payé le drap au prix de la soie et la soie au prix du drap, il aurait dépensé 562f,50 de plus. Combien a-t-il acheté de mètres de drap et de mètres de soie ? (*B. E. Lyon.*)

***487.** — Un propriétaire a dépensé 80870 fr. pour acheter des vignes et des terres ; l'hectare de vigne a coûté 940 fr. et l'hectare de terre 550 fr. ; s'il avait payé 940 fr. chaque hectare de terre et 550 fr. l'hectare de vigne, il aurait dépensé 6630 fr. de plus. Quelle est l'étendue des vignes et celle des terres ? (*B. E. Clermont.*)

*488. — Une ménagère veut acheter une pièce de toile. On lui en présente deux. La 1re a 65 m., la 2e n'a que 52 m., mais coûte 0f,80 de plus par mètre. Trouver le prix du mètre de chaque pièce et la somme dont dispose la ménagère, sachant qu'il lui resterait 3f,25 si elle achetait la première pièce, et qu'il lui manquerait 13 fr. si elle achetait la deuxième. (*B. E. Dijon.*)

1f,95
1f,78

*489. — Une personne prend à Paris, pour aller à Brest, 5 billets de 2e classe et un billet de 3e classe qui lui coûtent ensemble 254f,10. Au retour, elle prend à Brest, pour Paris, 2 billets de 2e classe et 4 billets de 3e pour lesquels elle paye 207f,30. Sachant qu'un billet de 2e classe coûte, par kilomètre, 2 centimes 1/2 de plus qu'un billet de 3e, on demande : 1° la distance, par le chemin de fer, de Paris à Brest ; 2° le prix d'un billet de chaque classe. (*B. E. Seine.*)

*490. — Un fabricant a employé 184 hommes et 96 femmes, du 1er au 24 juillet inclus, et leur a payé 21 660 fr. Le 1er juillet était un samedi, et les ouvriers n'ont chômé que les dimanches et le jour de la fête nationale. On demande de trouver le salaire journalier d'un homme et celui d'une femme, sachant que la somme de ces deux salaires était 7f,75. (*B. E. Seine.*)

*491. — Un propriétaire possède une vigne, une prairie et un champ. On lui demande quel est le revenu pour 100 de chacune de ces trois cultures. Il répond : « En moyenne et par an, la vigne et la prairie rapportent ensemble 1 272 fr. ; la prairie et le champ, 945 fr. ; la vigne et le champ, 873 fr. » Trouver le revenu demandé, sachant que la vigne a coûté 12 000 fr., la prairie 14 400 fr. et le champ 7 800 fr. (*B. E. Montpellier.*)

*492. — Une salle de concert contient 450 places, premières, secondes et troisièmes. Une seconde coûte la moitié des prix réunis d'une première et d'une troisième et surpasse de 1f,50 le prix d'une troisième. Trois places d'espèces différentes coûtent ensemble 10f,50. Quel est le prix de chaque place ? Sachant qu'il y a 150 secondes et qu'une séance a rapporté 1 380 fr., quel est le nombre des premières et des troisièmes ? (*E. N. Aisne.*)

*493. — Une personne se propose d'assister 12 indigents en donnant à chacun 4m,50 d'étoffe. Elle revient sur son projet, en choisissant une autre étoffe qui coûte 2 fr. de moins par mètre, ce qui lui permet d'assister 4 pauvres de plus, tout en donnant à chacune des 16 personnes la même longueur d'étoffe et en dépensant la même somme. On demande le prix du mètre de chaque étoffe. (*B. E. Caen.*)

8f. 6f.

*494. — Prise à la fosse A, la houille coûte 23 fr. la tonne, tandis qu'à la fosse B, elle ne coûte que 21f,50. Une localité C est située entre A et B, sur la voie ferrée qui réunit les deux fosses, à 35 km. de A, et à 58 km. de B. Sachant que les frais de transport de la houille s'élèvent à 0f,08 par tonne et par kilomètre, on demande : 1° de comparer les prix de revient en C de la houille provenant de A et de celle qui provient de B ; 2° de déterminer la position, entre A et B, de la localité D, où ces prix de revient sont égaux. (*B. E. Lille.*)

*495. — Deux personnes mettent de côté 3 500 fr. par an. La fortune de la 1re est actuellement de 315 000 fr. ; celle de la 2e est de 63 000 fr. Dans combien de temps la fortune de la 1re sera-t-elle quadruple de la fortune de la 2e ? (*E. N. Yonne.*)

Bans

*496. — Une personne possède deux sommes A et B en numéraire français. Si A est en pièces d'or et B en pièces d'argent, le total des poids des deux sommes est 975 g. Mais si A était en pièces d'argent et B en pièces d'or, le total de leurs poids serait de 3 150 g. Quelles sont en francs ces deux sommes ? (*B. E. Seine.*)

DIVISIBILITÉ

81. — Un nombre est **divisible** par un autre quand la division du 1er nombre par le 2e se fait *sans reste*. Le 1er nombre est un **multiple** du 2e; le 2e divise le 1er, ou encore est un **diviseur**, un **sous-multiple** du 1er.

Ex. : 21 est *divisible* par 3; 21 est un *multiple* de 3;
3 est un *diviseur* ou un *sous-multiple* de 21.

82. Théorème. — *Tout nombre qui divise plusieurs autres nombres divise leur somme.*

Ex. : Si 6 divise 12, 36 et 24; 6 divise 12 + 36 + 24 ou 72.

On a :

$$\begin{aligned} 12 &= 6 \times 2. \\ 36 &= 6 \times 6. \\ 24 &= 6 \times 4. \\ \hline 12 + 36 + 24 &= 6 \times (2 + 6 + 4) \quad (\S\ \mathbf{54}) \\ &= 6 \times 12 = \text{mult. de } 6. \end{aligned}$$

83. Théorème. — *Tout nombre qui divise un autre nombre divise les multiples de cet autre.*

Ex. : Si 8 divise 16; 8 divise 32, 48, 64, etc. (§ **82**)

84. Théorème. — *Tout nombre qui divise deux autres nombres divise leur différence.*

Ex. : Si 3 divise 12 et 18; 3 divise 18 — 12 ou 6.

(Démonstration analogue à celle du théorème § **82**.)

Remarque. — Le théorème précédent peut s'enoncer : *Tout nombre qui divise une somme de deux parties et l'une des parties divise l'autre.*

85. Théorème. — *Tout nombre qui divise le dividende et le diviseur d'une division divise le reste.*

Ex : Si 8 divise 88 et 24; 8 divise 16 le reste de leur division.

On a : $88 = 24 \times 3 + 16$; $16 < 24$.

ou $88 - 24 \times 3 = 16$.

8 divise 88 par *hypothèse*, il divise 24×3, multiple de 24 (§ **83**), donc 8 divise leur différence 16. (§ **84**)

86. Théorème. — *Tout nombre qui divise le diviseur et le reste d'une division divise le dividende.*

Ex. : On a : $84 = 35 \times 2 + 14$; $14 < 35$. Si 7 divise le diviseur 35 et le reste 14 de la division, 7 divise le dividende 84.

En effet, 7 divise 35×2 (§ **83**), il divise 14 par *hypothèse;* donc 7 divise leur somme 84. (§ **82**)

87. Théorème. — *Si une somme est formée de deux parties :*

1° *Tout nombre qui divise l'une des parties sans diviser l'autre ne divise pas la somme ;*

2° *Le reste de la division de la somme par ce nombre est le même que celui de la partie non divisible par ce même nombre.*

Ex. : Si 5 divise 45 et ne divise pas 13 ;
1° 5 ne divise pas $45+13$ ou 58 ;
2° Le reste de la division de 58 par 5 est égal à celui de 13 par 5.

En effet : $45=5\times 9.$
$13=5\times 2+3. \qquad 3<5$

$45+13=5\times(9+2)+3$; (§ 54).
$=5\times 11+3. \qquad 3<5.$

La division de $(45+13)$ par 5 donne 11 pour quotient et 3 pour reste.

Donc : 1° 5 ne divise pas $(45+13)$;
2° 3 est le reste de la division de $(45+13)$ par 5 et de 13 par 5.

Exercices. — **497.** — Rédiger les démonstrations des théorèmes énoncés aux paragraphes 83 et 84.

498. — Démontrer que la somme de deux nombres pairs est toujours un nombre pair. — En est-il de même de la somme de deux nombres impairs?

499. — Le nombre 12 étant diviseur des deux nombres 2 544 et 348, démontrer : 1° que 12 est diviseur de la différence $2544-348$; 2° que 12 est diviseur du reste de la division de 2 544 par 348. (*B. E. Rennes.*)

500. — Démontrer que tout nombre qui divise 12 et 18 divise la somme $(18\times 6)+(12\times 5)$ et la différence $(18\times 6)-(12\times 5)$.

501. — Démontrer que tout diviseur commun de plusieurs nombres divise la somme de ces nombres. (*B. E. Grenoble.*)

502. — Le reste d'une division ne change pas si l'on ajoute au dividende ou si l'on en retranche un multiple du diviseur. Exemples et démonstration.

503. — Démontrer que le produit de deux nombres entiers consécutifs est toujours divisible par 2.

504. — Démontrer que le produit de trois nombres entiers consécutifs est toujours divisible par 3.

***505.** — Pour qu'une somme soit divisible par un nombre, est-il nécessaire que tous les termes soient divisibles par le nombre? Est-ce suffisant ? Raisonner sur les sommes $13+5$ et $12+6$ en prenant 3 pour diviseur.

***506.** — Si deux nombres divisés par le même diviseur donnent le même reste, la différence des deux nombres est un multiple du diviseur. (*B. E. Seine.*)

***507.** — En divisant deux nombres par leur différence, les restes obtenus sont-ils égaux? (*B. E. Dijon.*)

Divisibilité par 2 et 5, 4 et 25, 8 et 125.

88. Théorème. — *Un nombre est divisible par* **2** *ou par* **5** *lorsque le chiffre de ses unités est zéro ou un nombre divisible par* 2 *ou par* 5.

I. Ex. : 48 est divisible par 2, car 8 est divisible par 2.

En effet, un nombre peut être décomposé en dizaines et en unités.

On a : $48 = 40 + 8$.

10 étant un multiple de 2, un nombre de dizaines est un multiple de 2. La première partie 40 de la somme $40 + 8$ est donc divisible par 2; la deuxième partie 8 étant divisible par 2, le nombre 48 est divisible par 2. (§ **82**)

II. Ex. : Le nombre 65 est divisible par 5, car 5 est divisible par 5.

(Démonstration analogue à la précédente.)

Le **caractère de divisibilité** par **2** ou par **5** peut s'énoncer :

Pour qu'un nombre soit divisible par 2 *ou par* 5, **il faut** *et* **il suffit** *que le chiffre de ses unités soit zéro ou un nombre divisible par* 2 *ou par* 5.

I. *Condition nécessaire.* — Si un nombre est divisible par 2 ou par 5, le chiffre de ses unités est 0 ou un nombre divisible par 2 ou par 5.

Ex. : Si 48 est divisible par 2, 8 est divisible par 2.

En effet, la somme $40 + 8$ étant divisible par 2, et 40 l'étant aussi, 8 est divisible par 2. (§ **84**)

II. *Condition suffisante.* — Si le chiffre des unités d'un nombre est zéro ou un nombre divisible par 2 ou par 5, le nombre lui-même est divisible par 2 ou par 5. (C'est le théorème énoncé plus haut, § **88**.)

Remarque. — Un nombre divisible par 2 est *pair* et se termine par 2, 4, 6, 8, 0.

Un nombre divisible par 5 est terminé par 5 ou par 0.

89. Théorème. — *Un nombre est divisible par* **4** *ou par* **25**, *lorsque les deux derniers chiffres à droite sont deux zéros ou forment un nombre divisible par* 4 *ou par* 25.

I. Ex. : 4 564 est divisible par 4, car 64 est divisible par 4.

En effet, un nombre peut être décomposé en centaines et en unités.

On a : $4\,564 = 4\,500 + 64$.

100 étant un multiple de 4, un nombre de centaines est un multiple de 4. La première partie 4 500 de la somme $4\,500 + 64$ est donc divisible par 4; la deuxième partie 64 étant divisible par 4, le nombre 4 564 est divisible par 4. (§ **82**)

II. Ex. : 6 875 est divisible par 25, car 75 est divisible par 25.

(Démonstration analogue à la précédente.)

Le **caractère de divisibilité** par **4** ou par **25** peut s'énoncer :

Pour qu'un nombre soit divisible par 4 ou par 25, **il faut** *et* **il suffit** *que ses deux derniers chiffres de droite soient deux zéros ou forment un nombre divisible par 4 ou par 25.*

(Démonstration analogue à celle du § **88**.)

90. Théorème. — *Un nombre est divisible par* **8** *ou par* **125**, *lorsque les trois derniers chiffres à droite sont trois zéros ou forment un nombre divisible par 8 ou par 125.*

1 000 étant un multiple de 8 et de 125, un nombre de mille est un multiple de 8 et de 125.

(Démonstration analogue à celle des §§ **88** et **89**.)

Le **caractère de divisibilité** par **8** ou par **125** peut s'énoncer :

Pour qu'un nombre soit divisible par 8 ou par 125, **il faut** *et* **il suffit** *que ses trois derniers chiffres de droite soient trois zéros ou forment un nombre divisible par 8 ou par 125.*

(Démonstration analogue à celle du § **88**.)

Exercices. — 508. — Parmi les nombres : 44; 225; 650; 925; 1 248; 1 305; quels sont ceux qui sont divisibles : par 4? par 5?

509. — Quels sont les nombres que peuvent former les deux derniers chiffres à droite des nombres divisibles par 4? par 25?

510. — Quels sont les nombres que peuvent former les trois derniers chiffres à droite des nombres divisibles par 125?

511. — Parmi les nombres : 700; 625; 1 750; 743; 1 800; 2 448; 19 875; quels sont ceux qui sont divisibles : par 8? par 25? par 125?

512. — On donne les trois nombres : 8 435, 6 472 et 10 275. Montrer que le 1er est divisible par 5, le 2e par 4 et le 3e par 25. (*E.P.S.*)

513. — Quelle est, dans un nombre de quatre chiffres, la partie qui est toujours divisible : 1° par 2 et par 5; 2° par 4 et 25; 3° par 8 et 125?

514. — Rédiger la démonstration du théorème § 90.

515. — Pour qu'un nombre soit divisible par 4, est-il nécessaire qu'il soit divisible par 2? Est-ce suffisant?

***516.** — Démontrer : 1° la condition nécessaire ; 2° la condition suffisante pour qu'un nombre soit divisible par 4 ou par 25. (*B. E. Clermont.*)

***517.** — Montrer qu'un nombre de plus de trois chiffres est divisible par 8 lorsqu'il est terminé par 640. (*B. E. Seine.*)

***518.** — Divisibilité par 25. Citez les nombres compris entre 100 et 300 qui, divisés par 25, donnent 9 pour reste. (*B. E. Aix.*)

***519.** — Démontrer qu'un nombre est divisible par 8 ou par 125 lorsque ses trois derniers chiffres à droite forment un nombre divisible par 8 ou par 125. (*B. E. Chambéry.*)

***520.** — Quand un nombre est-il divisible par 4? Démonstration. Combien y a-t-il de nombres divisibles par 4 dans les mille premiers nombres entiers? (*B. E. Paris.*)

***521.** — Enoncer et démontrer les théorèmes qui tendent à établir les caractères de divisibilité : 1° par 4; 2° par 25. (*B. E. Charente.*)

Divisibilité par 3 et 9, par 11.

91. Théorème. — *Un nombre est divisible par* **3** *ou par* **9**, *lorsque la somme de ses chiffres est divisible par* 3 *ou par* 9.

Ex. : 7 524 est divisible par 9, car $7+5+2+4$ est divisible par 9.

A. — Tout nombre formé de l'unité suivie d'un nombre quelconque de zéros est un multiple de 9 plus 1.

En effet : $10 = 9+1 = \text{m}.9+1$;
$100 = 9\times 11+1 = \text{m}.9+1$;
$1\,000 = 9\times 111+1 = \text{m}.9+1$;... etc.

B. — Tout nombre formé d'un chiffre significatif suivi d'un nombre quelconque de zéros est un multiple de 9 augmenté de ce chiffre.

Ex. : $600 = \text{m}.9+6$.

En effet : $600 = 100\times 6$;
$= (\text{m}.9+1)\times 6 = \text{m}.9+6$. (§ **39**)

C. — Tout nombre est un multiple de 9 augmenté de la somme des valeurs absolues de ses chiffres.

Ex. : $7524 = \text{m}.9+(7+5+2+4)$.

En effet :
$$\begin{array}{rl} 7000 = & \text{m}.9+7 \\ 500 = & \text{m}.9+5 \\ 20 = & \text{m}.9+2 \\ 4 = & \quad\;\; +4 \\ \hline 7524 = & \text{m}.9+(7+5+2+4). \end{array}$$

Le nombre 7 524 est une somme de deux parties. La 1re partie (m. 9) est divisible par 9, la 2e partie $(7+5+2+4)$ ou 18 l'est aussi, 7 524 est donc divisible par 9. (§ **82**)

(Même démonstration pour la divisibilité d'un nombre par 3.)

Le caractère de divisibilité par **3** ou par **9** peut s'énoncer : *Pour qu'un nombre soit divisible par* 3 *ou par* 9, **il faut** et **il suffit** *que la somme de ses chiffres soit divisible par* 3 *ou par* 9.

(Démonstration analogue à celle du § **88**.)

92. Théorème. — *Le reste de la division d'un nombre par* **3** *ou par* **9** *est le même que le reste de la division par* 3 *ou par* 9 *de la somme de ses chiffres.*

Ex. : Le reste de la division par 9 de 7 534 est le même que le reste de la division par 9 de $(7+5+3+4)$ ou 19.

En effet : $7\,534 = \text{m}.9+(7+5+3+4)$. (C § **91**)

La première partie (m. 9) est divisible par 9, la deuxième partie $(7+5+3+4)$ ne l'est pas, et le reste de la division de cette partie par 9 est le même que le reste de 7 534 par 9. (§ **87**)

93. Théorème. — *Un nombre est divisible par* **11**, *lorsque la différence entre la somme de ses chiffres de rang impair et la somme de ses chiffres de rang pair à partir de la droite est nulle ou divisible par* 11.

Ex. : 3 927 est divisible par 11, car 11 divise $(9+7)-(3+2)$

A. — Tout nombre formé de l'unité suivie d'un nombre pair de zéros est un multiple de 11 plus 1. Si le nombre des zéros est impair, le nombre formé est un multiple de 11 moins 1.

$$10=11-1 \qquad =m.11-1;$$
$$100=(11-1)10=m.11-10=m.11+11-10=m.11+1;$$
$$1000=100\times10=(m.11+1)10=m.11+10=m.11-1;$$
$$10000=1000\times10=(m.11-1)10=m.11-10=m.11+1, \text{ etc., etc.}$$

B. — Tout nombre formé d'un chiffre significatif, suivi d'un nombre quelconque de zéros, est un multiple de 11 plus ou moins ce chiffre, suivant que le nombre des zéros est pair ou impair.

En effet : $800=100\times8=(m.11+1)8=m.11+8.$

$7000=1000\times7=(m.11-1)7=m.11-7.$

C. — Tout nombre est un multiple de 11 augmenté de la somme de ses chiffres de rang impair et diminué de la somme de ses chiffres de rang pair à partir de la droite.

Ex. : $3927=m.11+(9+7)-(3+2).$

En effet :
$$\begin{array}{rl} 3000 = & m.11-3 \\ 900 = & m.11+9 \\ 20 = & m.11-2 \\ 7 = & \quad\;\; +7 \\ \hline 3927 = & m.11+(9+7)-(3+2)=m.11+11. \end{array}$$

Le nombre 3 927 est une somme de deux parties. La 1re partie (m. 11) est divisible par 11, la 2e partie $(9+7)-(3+2)$ ou 11 l'est aussi, 3 927 est donc divisible par 11. (§ **82**)

Exercices. — **522.** — Parmi les nombres : 4 752; 444; 6 666; 9 944; 777 777; quels sont ceux qui sont divisibles : par 3? par 9? par 11?

523. — Un nombre divisible par 9 est-il toujours divisible par 3?

524. — Lorsqu'on fait la somme des chiffres d'un nombre pour reconnaître s'il est divisible par 9, quels sont les chiffres que l'on peut négliger et pourquoi? (*B. E. oral, Paris.*)

525. — Par quel nombre est toujours divisible la différence entre un nombre et la somme des valeurs absolues de ses chiffres?

***526.** — Dire comment on peut reconnaître si le nombre 76 529 est divisible par 3 et justifier la manière d'opérer. (*B. E. Besançon.*)

***527.** — Le reste de la division d'un nombre par 9 ne change pas quand on intervertit l'ordre des chiffres de ce nombre. (*B. E. Aix.*)

***528.** — Trouver la série des restes qu'on obtient en divisant par 11 les puissances successives de 10. Comment, d'après cela, trouver le reste de la division d'un nombre par 11? (*B. E. Nancy.*)

***529.** — Démontrer que si deux nombres sont composés des mêmes chiffres, leur différence est divisible par 9. (*E. N. Aisne.*)

Preuve par 9.

94. **Règle.** — Pour faire la **preuve par 9** de la **multiplication,** on cherche :

1° les *restes* de la division par 9 *des deux facteurs;*
2° le *reste* par 9 du *produit des deux restes obtenus,*
3° le *reste* de la division par 9 du *produit total.*
Ces deux derniers restes doivent être égaux.

Ex. : $683 \times 609 = 415\,947$.

On a :

$$683 = m.9 + 8$$
$$609 = m.9 + 6$$
$$683 \times 609 = (m.9 + 8)(m.9 + 6)$$
$$= m.9 \times m.9 + 8 \times m.9 + m.9 \times 6 + 8 \times 6 \quad (\S\ 52)$$
$$415\,947 = m.9 + 8 \times 6.$$

Le reste des divisions par 9 du produit total 415 947 et du produit des deux restes 8 et 6 sont les mêmes. (§ **87**)

95. **Règle.** — Pour faire la **preuve par 9** de la **division,** on cherche :

1° les *restes* par 9 *du diviseur* et du *quotient ;*
2° le *reste* par 9 du *produit des deux restes trouvés ;*
3° le *reste* par 9 *de la somme* obtenue en ajoutant le *reste précédent* au *reste de la division* à vérifier ;
4° le *reste* de la division par 9 *du dividende.*
Ces deux derniers restes doivent être égaux.

Ex. : Le quotient de 98 308 par 64 est 1 536 et le reste est 4.

On a : $98\,308 = 64 \times 1\,536 + 4$.

$$64 = m.9 + 1.$$
$$1\,536 = m.9 + 6.$$
$$64 \times 1\,536 = m.9 \times m.9 + 1 \times m.9 + m.9 \times 6 + 1 \times 6. \quad (\S\ 52)$$
$$= m.9 + 1 \times 6.$$
$$64 \times 1\,536 + 4 = m.9 + 1 \times 6 + 4.$$
$$98\,308 = m.9 + 1 \times 6 + 4.$$

Les restes par 9 de 98 308 et de $(1 \times 6 + 4)$ sont les mêmes. (§ **87**)

Exercices. — 530. — Théorie de la preuve par 9 de la multiplication sur l'exemple suivant : 247×56. Cette preuve ne présente-t-elle pas de chances d'erreur? — Quelles sont-elles? (*B. E. Caen.*)

531. — Additionner 3 625 et 728 ; faire la preuve par 9 et expliquer.

532. — Expliquer la preuve par 9 d'une soustraction. (*B. E. Alger.*)

533. — Expliquer la preuve par 9 d'une division : 1° qui n'a pas de reste : 1 634 : 43 ; 2° qui a un reste : 1 645 : 43. (*B. E. Besançon.*)

* Revision.

Exercices. — 534. — Démontrer que lorsqu'on multiplie par 9 un nombre quelconque, le produit obtenu est formé de chiffres dont la somme est 9 ou un multiple de 9. (*B. E. Seine.*)

535. — Multiplier 12358 par 54. Expliquer l'opération et démontrer que le produit est divisible par 2, 3, 9. (*B. E. Seine.*)

536. — Pourquoi la preuve par 9 de la multiplication n'indique-t-elle pas d'erreur quand le 1er chiffre à droite d'un produit partiel a été placé sous le 3e chiffre, au lieu d'être placé sous le 2e chiffre du produit précédent? (*E. N. Toulouse.*)

537. — Utilité de la connaissance du reste de la division d'un nombre entier par 9. 1° Trouver, sans effectuer l'opération, le reste de la division par 9 du produit de 745 par 308; 2° Montrer que si dans cette multiplication on néglige le zéro, c'est-à-dire si l'on multiplie par 38, la preuve par 9 ne peut indiquer l'erreur. (*E. N. Toulouse.*)

538. — Pour qu'un nombre soit divisible par 9, il faut et il suffit que la somme de ses chiffres soit divisible par 9. (*B. E. Lyon.*)

539. — Démontrer que si les restes de la division par 6 de deux nombres sont égaux, la différence entre ces deux nombres est divisible par 6. (*B. E. Toulouse.*)

540. — Démontrer que, si on divise successivement par 9 un nombre entier quelconque, 31845 par exemple, et la somme de ses chiffres $(3+1+8+4+5)$, les restes des deux divisions seront égaux. Chercher les restes des divisions de 31845 et de 16376 par 9. Ces deux restes trouvés, peut-on écrire immédiatement le reste de la division par 9 du nombre obtenu en retranchant 16376 de 31845? (*B. E. Paris.*)

541. — Démontrer que tout nombre qui divise le dividende et le diviseur d'une division divise aussi le reste. — *Application :* On divise par 14 un nombre multiple de 7, mais non divisible par 14, par exemple 7×13. On demande de dire, sans effectuer la division, quel sera le reste. (*B. E. Grenoble.*)

542. — Faire la preuve par 10 d'une multiplication et dire si elle est préférable à la preuve par 9. (*B. E. Seine.*)

543. — Démontrer que le reste d'une division ne change pas si l'on ajoute ou si l'on retranche au dividende un multiple du diviseur. Déduire de ce principe la règle pratique pour trouver le reste de la division d'un nombre par 9. (*B. E. Toulouse.*)

544. — Démontrer que tout nombre est un multiple de 4 plus le chiffre des unités, plus 2 fois le chiffre des dizaines. En déduire le moyen de trouver, sans faire la division, le reste d'un nombre divisé par 4. (*B. E. Besançon.*)

545. — Exposer la théorie de la preuve par 9 de la multiplication sur l'exemple suivant : 3526×2517. Comment ferait-on la preuve par 4 et pourquoi la preuve par 9 est-elle préférable? (*B. E. Clermont.*)

546. — Comment peut-on obtenir le reste de la division de 35671 par 11 sans faire l'opération? Enoncez et démontrez la règle. Pourriez-vous en conclure que la différence entre 35671 et 17653 est divisible par 11? (*E. N. Seine.*)

547. — Montrer quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un nombre soit divisible par 2, 4, 8, 16. Enoncer une règle générale exprimant le caractère de divisibilité par toutes les puissances de 2. (*B. E. Clermont.*)

Plus grand commun diviseur.

96. — Un **diviseur commun** à plusieurs nombres est un *nombre qui divise exactement* chacun d'eux.

Ex. : 8 est un *commun diviseur* des nombres 32 et 48.

97. — Le **plus grand commun diviseur** de plusieurs nombres est *le plus grand nombre qui les divise exactement.*

Problème. — Chercher le p. g. c. d. de 648 et de 84.

1re division.

648	84
60	7

2e division.

84	60
24	1

3e division.

60	24
12	2

4e division.

24	**12**
0	2

Disposition habituelle.

Quotients :	7	1	2	2
648	84	60	24	**12**
Restes : 60	24	**12**	0	

Rép. : Le **p. g. c. d.** de 648 et de 84 est **12.**

Règle. — Pour trouver le **p. g. c. d. de deux nombres,** on divise : 1° le *plus grand* nombre par le *plus petit*, 2° le *plus petit* par le *reste* de la 1re division, 3° ce *reste* par *celui de la* 2e division, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on obtienne un reste égal à zéro. Le *dernier diviseur* employé est le *p. g. c. d.*

98. Théorème. — *Lorsque deux nombres sont divisibles l'un par l'autre, leur plus grand commun diviseur est le plus petit de ces deux nombres.*

Ex. : Si 54 est divisible par 18; 18 est le p. g. c. d. de 54 et de 18. En effet, 18 ne peut admettre un diviseur plus grand que lui-même.

99. Théorème. — *Lorsque deux nombres ne sont pas divisibles l'un par l'autre, leur plus grand commun diviseur est le même que le p. g. c. d. du plus petit et du reste de la division du plus grand par le plus petit.*

Ex. : Si la division de 648 par 84 donne pour reste 60 ;
Le p. g. c. d. de 648 et de 84 est égal au p. g. c. d. de 84 et de 60.
En effet : 1° Tout diviseur de 648 et de 84 est diviseur de 60. (§ **85**)
2° Tout diviseur de 84 et de 60 est diviseur de 648. (§ **86**)

La *liste des diviseurs communs* à 648 et 84 est *identique* à celle des diviseurs communs à 84 et 60, car tout nombre qui figure dans l'une figure dans l'autre et réciproquement ; par suite, le plus grand nombre de chaque liste est le même.

Remarques. — 1° On démontrerait de même que les p. g. c. d. de 84 et 60, de 60 et 24, de 24 et 12, sont les mêmes, et ainsi que **12** est le **p. g. c. d. de 648 et 84.**

2° Le 1er reste est 60, le 2e est 24, le 3e est 12; les *restes vont en diminuant :* le **nombre des divisions** à effectuer pour obtenir le p. g. c. d. est donc **limité.**

100. THÉORÈME. — *Tout nombre qui en divise deux autres divise leur plus grand commun diviseur.*

Ex. : Si 3 divise 648 et 84 ; 3 divise le p. g. c. d. 12 de 648 et 84.

3 divisant 648 et 84 divise 60, reste de leur division ; (§ **85**)
3 — 84 et 60 — 24, —
3 — 60 et 24 — 12, —

Remarque. — Tout diviseur du p. g. c. d. de deux nombres divise ces deux nombres qui en sont des multiples. Les *diviseurs communs à deux nombres* sont donc les *diviseurs de leur p. g. c. d.*

101. THÉORÈME. — *Quand on multiplie deux nombres par un troisième, leur plus grand commun diviseur est multiplié par ce troisième.*

(Appliquer le th. § **79**. Même démonstration que § **100**.)

102. THÉORÈME. — *Quand on divise deux nombres par un de leurs diviseurs communs, leur p. g. c. d. est divisé par ce nombre.*

(Appliquer le th. § **80**. Même démonstration que § **100**.)

Exercices. — **548.** — Trouver deux diviseurs communs de 15 et 12 ; de 16 et 24 ; de 14 et 42 ; de 20 et 60.

549. — Chercher le p. g. c. d. des nombres : 15 et 36 ; 432 et 18 ; 36 et 24 ; 99 et 27 ; 60 et 42 ; 54 et 25 ; 35 et 15 ; 150 et 105.

550. — Trouver le p. g. c. d. des nombres suivants : 44 et 32 ; 300 et 108 ; 414 et 186 ; 81 et 51 ; 228 et 144 ; 1 740 et 1 095.

551. — Trouver le p. g. c. d. de : 6 420 et 2 280 ; 8 028 et 3 132 ; 6 900 et 1 800. (Simplifier les opérations en appliquant le th. § 102.)

552. — Trouver deux nombres qui admettent pour p. g. c. d. 16 ; quels sont les deux plus petits ? (*B. E. oral, Paris.*)

553. — Le p. g. c. d. de deux nombres est 12. Quels sont ces deux nombres, sachant que les quotients obtenus dans la recherche de ce p. g. c. d. sont 3, 2, 4 ? (*E. P. S.*) 971 108

554. — En divisant 1 271 et 341 par le plus grand nombre possible, on obtient les restes 11 et 5. Quel est ce nombre ? (*E. P. S.*)

***555.** — Démontrer que les diviseurs communs à deux nombres sont les mêmes que les diviseurs communs au plus petit et au reste de la division du plus grand par le plus petit. (*E. N. Paris.*)

***556.** — Lorsque la division de deux nombres ne se fait pas exactement, le plus grand commun diviseur des deux nombres est le même que celui du plus petit et du reste de leur division. Trouver le p. g. c. d. des deux nombres 9 009 et 165. (*B. E. Aix.*)

***557.** — Rédiger les démonstrations des Th. §§ 101 et 102.

Nombres premiers entre eux.

103. — Deux nombres sont **premiers entre eux** lorsqu'ils n'ont pas d'autre *diviseur commun* que *l'unité*.

Ex. : 14 et 3; 10 et 13; 28 et 15.

104. **Caractères de divisibilité.** — Un *nombre divisible* séparément par *deux nombres premiers entre eux* est divisible par leur *produit*.

Ex. : Un nombre est divisible par **12**, s'il est divisible par **3** et par **4**.

105. Théorème. — *Lorsqu'on divise deux nombres par leur plus grand commun diviseur, les quotients obtenus sont premiers entre eux.*

Le p. g. c. d. de ces quotients est le quotient du p. g. c. d. des deux nombres par lui-même. (§ **102**)

106. Théorème. — *Tout nombre qui divise un produit de deux facteurs et qui est premier avec l'un d'eux divise l'autre.*

Ex. : Si 9 divise 13×54, et est premier avec 13; 9 divise 54.

En effet : 9 et 13 ont pour p. g. c. d. 1. (§ **103**)

9×54 et 13×54 ... 1×54 ou 54 (§ **101**)

9 divise : 1° 9×54, qui est son multiple, 2° 13×54 par hypothèse, 9 divise donc leur p. g. c. d. 54. (§ **100**)

107. Théorème. — *Lorsqu'un nombre est divisible séparément par deux nombres premiers entre eux, il est divisible par leur produit.*

Ex. : Si 60 est divisible par 4 et 3, qui sont premiers entre eux, 60 est divisible par 4×3 ou 12.

On a : $60 = 4 \times 15$. (1)

3 divise 60, et par conséquent 4×15, il est premier avec 4, il divise donc 15. (§ **106**)

$15 = 3 \times 5$. (2)

Le produit des égalités (1) et (2) membre à membre donne :

$60 \times 15 = 4 \times 15 \times 3 \times 5$.

ou : $\mathbf{60} = (4 \times 3) \times 5 = \mathbf{12} \times 5$.

Exercices. — **558.** — Parmi les couples de nombres suivants : 7 et 9, 8 et 14, 5 et 13, 7 et 18, 8 et 15, 13 et 29, 12 et 25, 9 et 15, 16 et 35, quels sont ceux qui sont premiers entre eux ?

559. — Quand un nombre est-il divisible par 20 ? par 30 ? par 72 ?

560. — Parmi les nombres 180; 375; 624; 945; 6960; quels sont ceux qui sont divisibles : 1° par 12; 2° par 15; 3° par 45? Pourquoi?

561. — Etablir que les nombres 1870 et 5187 sont premiers entre eux. (*B. E. Besançon.*)

562. — Quel est le caractère de divisibilité d'un nombre par 24? par 60? (*B. E. oral, Paris.*)

***563.** — Démontrer que si un nombre est divisible par 3 et par 5, il est divisible par 15. (*B. E. Seine.*)

***564.** — Démontrer que deux nombres entiers consécutifs sont premiers entre eux. (*B. E. Grenoble.*)

* *Revision.*

Exercices. — 565. — Chercher le p. g. c. d. de 3492 et 4680. Démontrer que si l'on divise ces deux nombres par leur p. g. c. d., les quotients obtenus sont premiers entre eux. (*B. E. Bordeaux.*)

566. — Montrer : 1° que 420 est divisible par 4 et par 3; 2° qu'il est divisible par 12. (*E. N. Paris.*)

567. — Démontrer que si A divise un produit BC et est premier avec l'un des facteurs, il divise l'autre. (*B. E. Toulouse.*)

568. — Démontrer que si l'on multiplie deux nombres par un troisième, leur p. g. c. d. est multiplié par ce troisième. (*B. E. Paris.*)

569. — Calculer le p. g. c. d. des nombres 27636 et 6552, en indiquant seulement la marche suivie. Démontrer ensuite que 4, qui divise les deux nombres donnés, divise leur p. g. c. d. (*B. E. Bordeaux.*)

570. — Le p. g. c. d. de deux nombres est 14, on demande quels sont ces deux nombres, sachant que la série des quotients qu'on obtient dans la recherche de leur p. g. c. d. est 3, 8, 2, 4. (*B. E. Dijon.*)

571. — Démontrer que deux nombres impairs consécutifs sont toujours premiers entre eux. (*B. E. Grenoble.*)

572. — Tout nombre qui divise à la fois 255 et 195 divise le reste de leur division, et tout nombre qui divise à la fois ce reste et 195 divise 255. Quel est le p. g. c. d. de 255 et 195? (*B. E. Seine.*)

573. — Montrer que la différence de deux nombres pairs divisibles par 3 est divisible par 6. (*B. E. Lyon.*)

574. — Si les quotients de deux nombres par un 3e sont premiers entre eux, ce 3e nombre est le p. g. c. d. des deux premiers. (*B. E. Seine.*)

575. — Pouvez-vous dire *à priori* si les nombres 46620 et 42526 sont divisibles par 36? Démonstration. (*B. E. Dijon.*)

576. — Démontrer qu'en divisant deux nombres par un de leurs diviseurs communs, leur p. g. c. d. est divisé par ce diviseur. *Application :* recherche du p. g. c. d. de 72000 et 32000. (*B. E. Seine.*)

577. — Quel est le plus grand nombre qui, divisant 2556, donne pour reste 36, et divisant 4694, donne pour reste 74? (*B. E. Seine.*)

578. — Démontrer que si on fait le produit de trois nombres consécutifs, ce produit est divisible par 6. Exemples. (*B. E. Chambéry.*)

579. — Si deux nombres sont premiers entre eux, leur somme et leur différence n'ont pas d'autre diviseur commun que 2. (*B. E. Aix.*)

580. — Quand on divise 4928 par 632, on obtient 7 pour quotient et 504 pour reste. Démontrer que le p. g. c. d. des nombres 4928 et 632 est égal au p. g. c. d. des nombres 632 et 128. (128 étant la différence entre 632 et 504.) (*B. E. Chambéry.*)

Nombres premiers.

108. — On appelle **nombre premier** un nombre qui n'est *divisible* que *par lui-même* et *par l'unité.*

Ex. : 2, 3, 5, 7 sont des *nombres premiers.*

109. Théorème. — *Tout nombre qui n'est pas premier admet au moins un diviseur premier.*

Ex. : Si N n'est pas premier, N admet un diviseur premier.

En effet, N, n'étant pas premier, admet des diviseurs autres que lui-même et l'unité. (§ **108**)

Le plus petit, *a*, de ces diviseurs est premier; car, s'il ne l'était pas, il admettrait un diviseur plus petit que lui-même qui diviserait N, ce qui est impossible.

110. — *Liste des nombres premiers* inférieurs à 100.

1, 2, 3, 5, 7, ~~9~~, 11, 13, ~~15~~, 17, 19,
~~21~~, 23, ~~25~~, ~~27~~, 29, 31, ~~33~~, ~~35~~, 37, ~~39~~,
41, 43, ~~45~~, 47, ~~49~~, ~~51~~, 53, ~~55~~, ~~57~~, 59,
61, ~~63~~, ~~65~~, 67, ~~69~~, 71, 73, ~~75~~, ~~77~~, 79,
~~81~~, 83, ~~85~~, ~~87~~, 89, ~~91~~, ~~93~~, ~~95~~, 97, ~~99~~.

Règle. — Pour former la **liste des nombres premiers** inférieurs à un nombre (*Crible d'Eratosthène*) :

1° Ecrire 1, 2, puis la suite des nombres impairs jusqu'au nombre donné ;

2° Barrer les nombres de 3 en 3 à partir de 3, de 5 en 5 à partir de 5, etc... ; jusqu'à ce qu'on parvienne à un *nombre* non barré dont le *carré* est *supérieur au nombre donné.*

Les *nombres non barrés* sont les nombres premiers.

***Démonstration.** — Ex. : 53, *nombre non barré*, n'est multiple ni de 2, ni de 3, ni de 5, ni de 7, il est premier.

S'il n'était pas premier, il aurait un diviseur premier. (§ **109**)

Ce diviseur premier, étant supérieur à 7, serait l'un des nombres 11, 13, 17, etc..., ce qui est impossible, car le plus petit multiple non supprimé de l'un de ces nombres est 11×11, ou 13×11, ou 17×11, etc..., c'est-à-dire un nombre supérieur à 100.

111. — *Reconnaître si* 157 *est un nombre premier*

Solution : Le nombre 157 n'est divisible ni par 2, ni par 5, ni par 3, ni par 11. (§§ 88, 91, 93) Il ne l'est ni par 7, ni par 13.

157	7
17	22
3	

Le quotient 12 de la division de 157 par 13 étant plus petit que 13, **157 est un nombre premier.**

157	13
27	12
1	

Règle. — Pour **reconnaître si un nombre est premier,** on le *divise* successivement *par tous les nombres premiers* jusqu'à ce qu'on trouve un *quotient égal* ou *inférieur au diviseur essayé;* si aucune division ne se fait exactement, le nombre est premier.

***Démonstration.** — Ex. : 157 est premier.

En effet, si 157 était divisible par un nombre supérieur à 13, le quotient serait inférieur à 12, puisque les quotients vont en diminuant. Mais 157 serait divisible par ce quotient et par le diviseur premier que ce quotient admettrait (§ **109**), donc 157 serait divisible par un nombre premier plus petit que 13, ce qui n'est pas.

112. Théorème. — *Si un nombre premier ne divise pas un nombre donné, il est premier avec lui.*

Les deux nombres n'ont pour diviseur commun que l'unité. (§ **108**)

113. Théorème. — *Tout nombre premier qui divise un produit de plusieurs facteurs divise au moins l'un d'eux.*

Ex. : Si 7 divise le produit *abc;* 7 divise l'un des facteurs.

1° Si 7 divise *c*, le théorème est démontré; s'il ne divise pas *c*, il est premier avec *c* et il divise le facteur *ab*. (§ **108**)

2° Si 7 divise *b*, le théorème est démontré; sinon, il est premier avec *b* et il divise *a*. (§ **108**)

Exercices. — **581.** — Combien un nombre premier admet-il de diviseurs? Les nombres 12 et 17 sont-ils premiers? sont-ils premiers entre eux?

582. — Dans la table construite p. 70, en barrant de 7 en 7 à partir de 7 : 1° pourquoi barre-t-on tous les multiples de 7; 2° pourquoi le 1er nombre à barrer est-il 49?

583. — Dans cette même table, pourquoi peut-on dire que 17 est un nombre premier?

584. — Construire une table des nombres premiers compris entre 0 et 40. Justifier les procédés employés. (*B. E. Lille.*)

585. — Reconnaître si les nombres suivants sont premiers : 121; 113; 137; 265; 373; 661.

586. — Qu'est-ce qu'un nombre premier? Comment reconnaît-on qu'un nombre, tel que 151, est un nombre premier? (*B. E. Seine.*)

***587.** — Lorsque, dans la liste p. 70, on a supprimé les multiples de 2, de 3, de 5, quels sont : 1° le plus petit multiple de 7; 2° le plus petit multiple de 11 qui restent? Pourquoi ne reste-t-il pas de multiples de 4 ou de 6?

***588.** — Trouver parmi les nombres suivants quels sont ceux qui sont premiers : 1421; 313; 1473. (*B. E. Seine.*)

Facteurs premiers. Diviseurs.

114. — **Décomposer un nombre en ses facteurs premiers,** c'est trouver tous les *nombres premiers* dont le *produit est égal à ce nombre.*

Ex. : Décomposer 360 en facteurs premiers.

En commençant par les plus petits diviseurs :

				Disposition pratique.	
360 est divisible par	2 :	$360 = 2 \times 180$;		360	2
180 —	2 :	$180 = 2 \times 90$;		180	2
90 —	2 :	$90 = 2 \times 45$;		90	2
45 —	3 :	$45 = 3 \times 15$;		45	3
15 —	3 :	$15 = 3 \times 5$;		15	3
5 —	5 :	$5 = 5 \times 1$;		5	5
				1	

Rép. : $\mathbf{360} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = \mathbf{2^3 \times 3^2 \times 5}$.

Règle. — Pour **décomposer un nombre en ses facteurs premiers :** 1° On le *divise* par son *plus petit diviseur premier ;* 2° On divise le *quotient obtenu* par son *plus petit diviseur premier,* et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on obtienne un quotient égal à l'unité. Les *diviseurs employés* sont les *facteurs* du produit cherché.

115. Théorème. — *Tout nombre qui n'est pas premier est un produit de facteurs premiers.*

Ex. : Si N n'est pas premier, N est un produit de facteurs premiers.

En effet, N admet au moins un diviseur premier n, et on a :

$$N = nA. \quad (\S\ \mathbf{109})$$

Si A est premier, le théorème est démontré ; s'il ne l'est pas, il admet un diviseur premier a et on a :

$$A = aB \quad \text{et} \quad N = naB.$$

Si B est premier, le théorème est démontré ; sinon il admet un diviseur premier b... En continuant ainsi, on obtiendra un quotient k qui sera premier, car les quotients A, B, ... *vont en décroissant.*

Donc : $N = n \times a \times b \ldots \times k$.

116. — Former la *liste des diviseurs* de 720 :

Solution. — 1° Décomposons 720 en ses facteurs premiers :

$$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5.$$

2° Formons un tableau comprenant 1 et les puissances de 2 jusqu'à 2^4, 1 et les puissances de 3 jusqu'à 3^2, puis 1 et 5.

1	2	4	8	16
1	3	9		
1	5			

3° *Multiplions tous les nombres de la 1re ligne* successivement par *chacun des nombres de la 2e*, puis tous les *résultats obtenus* par *chacun des nombres de la 3e*, sauf par 1.

Produits de la 1re ligne par la 2e.	1, 2, 4, 8, 16; 3, 6, 12, 24, 48; 9, 18, 36, 72, 144.
Produits des résultats obtenus par la 3e.	5, 10, 20, 40, 80; 15, 30, 60, 120, 240; 45, 90, 180, 360, 720.

Rép. : Les **produits précédents** sont les **diviseurs de 720.**

Disposition pratique.

720	2	
360	2	*Diviseurs de 720 :*
180	2	1, 2, 4, 8, 16;
90	2	3, 6, 12, 24, 48;
45	3	9, 18, 36, 72, 144;
15	3	5, 10, 20, 40, 80;
5	5	15, 30, 60, 120, 240;
1		45, 90, 180, 360, 720.

Remarque. — Le **nombre** total **des diviseurs** d'un nombre est égal au *produit des exposants de ses facteurs augmentés chacun d'une unité.*

Ex. : 720 a : $(4+1)(2+1)(1+1)$ ou 30 diviseurs.

117. Théorème. — *Pour qu'un nombre soit divisible par un autre, il faut et il suffit qu'il contienne tous les facteurs premiers de cet autre avec des exposants au moins égaux.*

A. — La condition est nécessaire.

Ex. : Si D est divisible par d, ou est égal à dq; D contient tous les facteurs premiers de d avec des exposants au moins égaux.

En effet, D contient les facteurs premiers de d, avec un exposant égal pour les facteurs ne figurant pas dans q, avec un exposant supérieur pour les facteurs communs à d et à q. (§ **56**)

B. — La condition est suffisante.

Ex. : Si D contient tous les facteurs de d avec des exposants au moins égaux; D est divisible par d.

Les facteurs de d contenus dans D peuvent y être remplacés par leur produit effectué (§ **47**). Par suite, D est égal au produit de d par d'autres facteurs, il est donc divisible par d.

Exercices. — **589.** — Décomposer les nombres suivants : 14; 18; 27; 72; 45; 2 520; 1 800; 6 930; 3 312; 4 488 en leurs facteurs premiers.

590. — Trouver tous les diviseurs de 14; 27; 45; 96; 110; 210; 1 800.

591. — Comment décompose-t-on un nombre en ses facteurs premiers? Expliquer la règle sur le nombre 45 900. (*B. E. Dijon.*)

* **592.** — Comment trouve-t-on tous les diviseurs d'un nombre qui n'est pas premier? Prendre pour exemple 450. (*F. E. Seine.*)

* **593.** — Décomposer un nombre en ses facteurs premiers. Définir le but de l'opération. Application au nombre 16 808. A quoi reconnaissez-vous que l'opération est terminée? (*B. E. Alger.*)

* **594.** — Le dividende et le reste d'une division de nombres entiers sont 85 et 8; quels sont le diviseur et le quotient? (*B. E. Bordeaux.*)

* **595.** — Décomposer les nombres 1 192 et 126 en facteurs premiers et indiquer de quels facteurs sera composé le produit $1\,192 \times 126$.

Plus grand commun diviseur.

(*Facteurs premiers.*)

118. — *Recherche du p. g. c. d. de* 180, 840 *et* 324.

Solution. — Décomposons les nombres en facteurs premiers.

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5.$
$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7.$
$324 = 2^2 \times 3^4.$

180	2	**840**	2	**324**	2
90	2	420	2	162	2
45	3	210	2	81	3
15	3	105	3	27	3
5	5	35	5	9	3
1		7	7	3	3
		1		1	

Rép. : **Le p. g. c. d. de ces trois nombres est : $2^2 \times 3 = 12$.**

Règle. — Pour trouver le **p. g. c. d. de plusieurs nombres :** 1° On les décompose en facteurs premiers ; 2° On fait le *produit des facteurs premiers communs*, affectés chacun de son *plus petit exposant*. Ce produit est le p. g. c. d. cherché.

***Démonstration.** — 1° ($2^2 \times 3$) ou 12 est un *diviseur commun* à 180, 840 et 324. (§ **117**)

2° 12 est le *plus grand* des diviseurs communs.

Si on introduisait un nouveau facteur dans le produit ($2^2 \times 3$), ou si on augmentait les exposants de ses facteurs, ce produit ne serait plus un diviseur commun aux nombres donnés. (§ **117**)

Plus petit commun multiple.

119. — *Recherche du p. p. c. m. de* 60, 80 *et* 132.

Solution. — Décomposons ces nombres en facteurs premiers :

$60 = 2^2 \times 3 \times 5.$
$80 = 2^4 \times 5.$
$132 = 2^2 \times 3 \times 11.$

60	2	**80**	2	**132**	2
30	2	40	2	66	2
15	3	20	2	33	3
5	5	10	2	11	11
1		5	5	1	
		1			

Rép. : **Le p. p. c. m. des nombres donnés est : $2^4 \times 3 \times 5 \times 11 = 2\,640$.**

Règle. — Pour trouver le **p. p. c. m. de plusieurs nombres :** 1° On les décompose en facteurs premiers ; 2° On fait le *produit de tous les facteurs premiers*, pris chacun une fois avec son *plus grand exposant*. Ce produit est le p. p. c. m. cherché.

***Démonstration.** — 1° ($2^4 \times 3 \times 5 \times 11$) ou 2 640 est un *multiple commun* à 60, 80 et 132, puisqu'il est divisible par chacun d'eux. (§ **117**)

2° 2 640 est le *plus petit commun multiple.*

Si on supprimait un facteur dans le produit ($2^4 \times 3 \times 5 \times 11$) ou si on diminuait un des exposants de ses facteurs, ce produit ne serait plus divisible par les nombres donnés. (§ **117**)

Remarques. — 1° Le **produit de deux nombres** est égal au *produit de leur p. p. c. m. par leur p. g. c. d.*

Ex. : $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ et $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ ont pour p. p c. m. ($2^2 \times 3 \times 5 \times 11$) et pour p. g. c. d. ($2^2 \times 3$).

Or : $60 \times 132 = (2^2 \times 3 \times 5)\ (2^2 \times 3 \times 11)$;

ou encore : $= (2^2 \times 3 \times 5 \times 11)\ (2^2 \times 3)$.

2° Le **p. p. c. m. de deux nombres** est égal au *quotient du produit de ces nombres par leur p. g. c. d.*

Exercices. — **596.** — Trouver le p. g. c. d. et le p. p. c. m. des nombres 96 et 129; 60 et 840; 540 et 468; 72, 189 et 975.

597. — Trouver le p. g. c. d. de 360 et 420; puis de 360, 420 et 1 200. Expliquer. (*E. P. S.*)

598. — Qu'appelle-t-on p. g. c. d. de plusieurs nombres? Trouver le p. g. c. d. de 432, 624 et 760. Justifier le procédé employé. (*E. P. S.*)

599. — Trouver le p. p. m. c. aux nombres 60, 70, 72 Donner la règle et l'expliquer. (*B. E. Clermont.*)

600. — Chercher le plus petit nombre divisible par les nombres 765, 315 et 450. Expliquer l'opération. (*B. E. Toulouse.*) 53550

601. — Trouver le p. p. c. m. des trois nombres 60, 1 036 et 3 108. Calculer les quotients qu'on obtient en divisant ce p. p. c. m. par chacun des trois nombres. (*E. P. S.*)

602. — Trouver le p. g. c. d. des nombres 228 456 et 47 952 par la méthode de décomposition en facteurs premiers. Donner la règle et la démonstration. (*B. E. Lyon.*)

603. — Trouver le plus petit nombre qui soit divisible par les douze premiers nombres. Justifier la manière de procéder. (*B. E. Nancy.*)

***604.** — Tout diviseur commun à plusieurs autres est un diviseur de leur p. g. c. d. Expliquer sur un exemple. (*B. E. Toulouse.*)

***605.** — Chercher le plus grand commun diviseur et le plus petit multiple commun aux nombres 45 864 et 20 328. Montrer que les résultats trouvés répondent bien à la question. (*B. E. Seine.*)

***606.** — Tout commun multiple de plusieurs nombres est un multiple de leur p. p. c. m. Exemple et démonstration. (*B. E. oral, Paris.*)

***607.** — Trouvez les diviseurs communs à 10 500, 15 400, 910, et donnez la raison de vos opérations. (*B. E. Lille.*)

***608.** — Connaissant deux nombres 5 544 et 936, et leur p. g. c. d. 72, trouver leur p. p. c. m. (*B. E. Seine.*)

***609.** — Quels sont les nombres inférieurs à 1 000, qui sont divisibles à la fois par 4, 5, 6, 8? (*B. E. Aix.*)

***610.** — Le produit de deux nombres est 1 512 et leur p. g. c. d. 6; quel est leur p. p. c. m.? Justifier par le raisonnement le résultat obtenu. (*B. E. Lille.*)

***611.** — Quand deux nombres sont premiers entre eux, leur p. p. c. m. est égal à leur produit. Démonstration : 1° à l'aide de la décomposition en facteurs premiers; 2° en se servant uniquement des théorèmes relatifs aux nombres premiers entre eux. (*B. E. Aix.*)

Diviseurs. P. G. C. D.

Problèmes. — 612. — Une classe comprend 48 élèves que l'on veut ranger par files égales. Combien chaque file peut-elle compter d'élèves? De combien de manières peut-on ranger ces 48 élèves?

Explication. — I. Le **nombre d'élèves de chaque file** doit être un **diviseur de 48**, et tous les diviseurs de 48 répondent à la question.

II. On peut ranger les élèves d'**autant de manières différentes que 48 a de diviseurs.** (*Remarque* § 116.)

613. — Un marchand vend deux pièces de drap de qualités différentes, l'une de 72 m., l'autre de 42 m., par coupons égaux, dont la longueur est un nombre de mètres aussi grand que possible. Dire la longueur de chaque coupon.

Explication. — La **longueur de chaque coupon** est un **diviseur de 72 m. et de 42 m.**; de plus, **c'est le p. g. c. d.** de ces longueurs.

614. — De combien de manières peut-on ranger en files régulières un escadron de 360 cavaliers? (*C. Compl.*)

615. — Un marchand de vin a trois tonneaux de la contenance de 200, 280 et 400 l. Il veut faire construire un récipient, le plus grand possible, avec lequel il puisse remplir exactement chacun des tonneaux. Quelle sera la contenance du vase? (*B. E. Poitiers.*)

616. — Trois pièces d'étoffe ont respectivement 180 m., 252 m. et 324 m. On veut les partager en pièces d'égale longueur. Quelle devra être cette longueur commune pour que le nombre des pièces soit le plus petit possible? (*E. P. S.*)

60 **617.** — Un caissier a payé deux sommes, l'une de 240 fr., l'autre de 300 fr., avec des pièces de même valeur. Quel est le nombre des pièces employées, si la valeur de chacune est la plus grande possible?

618. — Deux volumes ont : l'un 192 pages, l'autre 240 pages. Ils sont formés de fascicules qui ont tous un même nombre de pages supérieur à 30. Trouver : 1° le nombre de pages de chaque fascicule; 2° le nombre de fascicules de chaque volume.

619. — Un cultivateur, qui vend ses moutons plus de 20 fr. l'un, a reçu dans une 1re vente 312 fr., et dans une 2e vente 504 fr. Combien a-t-il vendu de moutons? (*C. Compl.*)

***620.** — On veut entourer d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions 525 m. et 280 m. Les arbres doivent être également espacés, et la distance entre deux arbres consécutifs sera un nombre exact de mètres inférieur à 6; de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle. On demande de calculer : 1° la distance comprise entre deux arbres; 2° le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ. (*E. N. Charente.*)

***621.** — Quels sont les rectangles dont les dimensions sont exprimées par des nombres entiers de décimètres et dont la surface est équivalente à 1 m²? (*B. E. Seine.*)

***622.** — Un marchand a acheté 120 litres de rhum à raison de 4 fr. le litre et 60 litres à raison de 6 fr. Il voudrait les vendre en fûts d'égale valeur, mais aussi grands que possible. On demande de déterminer la valeur commune aux différents fûts et la capacité de chacun d'eux.

Multiples communs.

Problèmes. — **623.** — Dans une classe, il y a moins de 65 élèves. On peut les placer 4 par 4, 6 par 6 et 10 par 10 sans laisser de rang incomplet. Combien y a-t-il d'élèves?

Explication. — Le **nombre des élèves** est à la fois un **m. de 4,** un **m. de 6** et un **m. de 10; c'est un multiple commun à ces trois nombres** et c'est n'importe lequel, pourvu qu'il soit **inférieur à 65.**

Remarque. — Les **multiples communs à plusieurs nombres** sont les *multiples de leur p. p. c. m.*

624. — Deux roues dentées s'engrènent l'une sur l'autre; la 1re portant 66 dents fait 12 tours à la minute; la 2e porte 24 dents. On les met en mouvement; au bout de combien de temps les deux roues se trouveront-elles dans la même position qu'au départ? (*C. Compl.*)

625. — Un nombre d'œufs mis dans une corbeille est compris entre 200 et 300. Il y en a un nombre exact de douzaines et un nombre exact de dizaines. Quel est ce nombre d'œufs? (*E. P. S.*)

626. — Une fête est célébrée tous les 12 ans chez un peuple, tous les 15 ans chez un 2e et tous les 22 ans chez un 3e. On demande de déterminer à quel intervalle cette fête sera célébrée simultanément chez tous ces peuples, en supposant que les trois peuples aient choisi la même année pour célébrer cette fête la 1re fois. (*B. E. Rennes.*)

627. — Trois bateaux à vapeur partent de Marseille, le 1er tous les 15 jours, le 2e tous les 20 jours, le 3e tous les 40 jours. Ces trois bateaux partent ensemble aujourd'hui. Dans combien de jours leurs départs coïncideront-ils de nouveau pour la 1re fois? A cette époque, combien chacun d'eux aura-t-il effectué de voyages? (*B. E. Seine.*)

628. — Une pépinière renferme un nombre d'arbres tel qu'en les comptant par 7, par 13, par 19, par 21, par 39, il en reste toujours 5. Quel est ce nombre d'arbres? (*B. E. Aix.*)

629. — On place à côté l'une de l'autre trois règles, de manière qu'elles se touchent et qu'elles aient une extrémité commune. Chacune est divisée en parties égales, mais les divisions de la 1re valent 8 mm., celles de la 2e 12 mm., et celles de la 3e 20 mm. Déterminer les traits de divisions qui coïncident sur les trois règles. (*B. E. Montpellier.*)

***630.** — L'effectif d'une école à plusieurs classes est compris entre 100 et 300 élèves. Si on les range par files de 4, de 5 ou de 6, il en reste toujours 3; mais si on les range par files de 9, il n'en reste pas. Trouver le nombre des élèves de cette école. (*E. P. S.*)

***631** — On voudrait faire construire un baril aussi petit que possible, mais qu'on pût remplir avec un nombre exact de bouteilles ayant chacune les capacités suivantes : ou 45 cl., ou 75 cl., ou 180 cl. Quelle devra être la capacité de ce baril? Combien contiendra-t-il de bouteilles de chaque sorte? (*B. E. Seine.*)

***632.** — Une marchande a deux paniers d'œufs qui en contiennent le même nombre. Elle vend les œufs du 1er par dizaines et ceux du 2e par douzaines. Après la vente il lui reste 4 œufs dans chaque panier. Combien avait-elle d'œufs à vendre, sachant qu'elle n'en avait pas 11 douzaines en tout? (*B. E. Seine.*)

***633.** — Trois voyageurs se rencontrent le 1er janvier dans une localité où le 1er vient tous les 8 jours, le 2e tous les 12 jours et le 3e tous les 15 jours. A quelle époque ces trois voyageurs se rencontreront-ils dans la même localité? (*B. E. Paris.*)

* Revision générale.

Exercices. — 634. — Un diviseur commun à deux nombres peut-il être supérieur à la différence de ces nombres? (*B. E. Montpellier.*)

635. — Qu'est-ce que décomposer un nombre en ses facteurs premiers? Quels sont les facteurs premiers de 156? (*B. E. Grenoble.*)

636. — Exposer trois manières de faire la preuve de la multiplication des nombres entiers. Démonstration. (*B. E. Paris.*)

637. — Comment reconnaît-on qu'un nombre est divisible : 1° par 3; 2° par 9; 3° par 6? Enoncer la règle et la démontrer. (*B. E. Rennes.*)

638. — Qu'appelle-t-on nombre premier? nombres premiers entre eux? Donner des exemples. Le nombre 137 est-il premier? Expliquer la réponse. Les nombres 137 et 852 sont-ils premiers entre eux? Expliquer. (*B. E. Dijon.*)

639. — Expliquer et justifier la manière dont on opère pour trouver le plus grand commun diviseur des deux nombres 1350 et 918. — Quels sont les diviseurs communs à 1350 et 918? (*B. E. Paris.*)

640. — Le nombre 5783 est-il divisible par 9? Pourquoi? Si on lit ce nombre de droite à gauche, on obtient 3875. Ce nouveau nombre est-il divisible par 9? Pourquoi? (*B. E. Toulouse.*)

641. — Montrer comment on reconnaît que les nombres : 715, 928, 1197 sont premiers entre eux. (*B. E. Seine.*)

642. — Qu'appelle-t-on plus grand commun diviseur de deux nombres? Comment l'obtient-on? — *Application :* Quel est le plus grand nombre tel qu'en divisant par ce nombre 1828 et 2456 on obtienne comme restes 19 et 26? (*E. P. S.*)

643. — Qu'est-ce qu'un nombre premier? Qu'est-ce que deux nombres premiers entre eux? — Démontrer : 1° que deux nombres premiers sont toujours premiers entre eux; 2° que les quotients de deux nombres par leur p. g. c. d. sont premiers entre eux. (*B. E. Chambéry.*)

644. — Trouver un nombre compris entre 100 et 150 qui, divisé par 8 et par 9, donne 5 pour reste. (*B. E. oral, Paris.*)

645. — Calculer le p. g. c. d. D des nombres 1666 et 1785. Calculer le p. p. c. m. M de ces mêmes nombres. — Chercher les quotients de 1666 par D et de M par 1785. Prouver *à priori* que ces quotients doivent être égaux. (*Lyc. Coll. 3e série.*)

646. — Quand un nombre est-il divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9? Donnez un nombre d'au moins 4 chiffres divisible à la fois par 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9. (*E. P. S.*)

647. — Les nombres a, b, c divisés par d, donnent pour restes r, r', r''. Démontrer que la somme $(a+b+c)$ divisée par d donne le même reste que la somme $(r+r'+r'')$ divisée par d. *Application :* Faire la preuve par 9 de l'addition. (*E. N. Privas.*)

648. — On considère les produits $4\times11\times18$ et $4\times13\times18$. Comment peut-on obtenir leur p. g. c. d. et leur p. p. c. m. sans effectuer ces produits? Citer les théorèmes appliqués. (*B. E. Poitiers.*)

649. — Expliquez comment vous trouvez les nombres entiers divisibles à la fois par 8, 15 et 20. Indiquez ceux de ces nombres qui n'ont que trois chiffres. (*E. N. Gers.*)

650. — Le produit du p. p. c. m. de deux nombres par leur p. g. c. d. est égal au produit de ces nombres. Démonstration et vérification sur 360 et 420 décomposés en leurs facteurs premiers. (*B. E. Seine.*)

651. — Qu'appelle-t-on plus grand commun diviseur de deux nombres? Qu'est-ce que deux nombres premiers entre eux? Démontrez les propositions suivantes : 1° lorsque deux nombres sont exactement divisibles l'un par l'autre, leur p. g. c. d. est le plus petit de ces deux nombres; 2° deux nombres consécutifs sont toujours premiers entre eux. (*B. E. Grenoble.*)

652. — Démontrer que si 7 divise le produit de 6 par un autre nombre a, il divise nécessairement ce nombre a. — On demande d'appliquer ce théorème pour trouver les nombres plus petits que 100 qui sont divisibles à la fois par 3, 6 et 7. (*B. E. Paris.*)

653. — Définir un nombre premier. Dresser la table des nombres premiers de 1 jusqu'à 200. Expliquer. (*B. E. Montpellier.*)

654. — Peut-on dire à l'inspection du nombre 3780 s'il est ou non divisible par 45? Démontrer le théorème invoqué pour affirmer cette divisibilité. (*B. E. Clermont.*)

655. — Tout nombre qui en divise deux autres divise leur p. g. c. d. et réciproquement. — En s'appuyant sur ce principe, trouver tous les nombres qui divisent à la fois exactement 360 et 84. (*B. E. Aix.*)

656. — On a divisé l'un par l'autre deux nombres divisibles eux-mêmes par 23; on a trouvé comme reste 41. Ce résultat est-il exact? S'il y a erreur, exposer et démontrer le principe qui permet de trouver cette erreur. (*E. N. Jura.*)

657. — Le p. g. c. d. de deux nombres est 18. On demande quels sont ces deux nombres, sachant que la série des quotients qu'on obtient dans la recherche de leur p. g. c. d. est 11, 5, 1 et 2. (*B. E. Lille.*)

658. — Peut-on reconnaître que le produit de 105×85 est divisible par 25 sans effectuer cette multiplication? Justifier la réponse par le raisonnement. — Trouver le quotient de ce produit par 25 à l'aide des facteurs premiers des deux nombres 105 et 85. (*B. E. Seine.*)

659. — Propriétés du p. g. c. d. de deux nombres. On raisonnera sur les nombres 912 et 336. (*B. E. Toulouse.*)

660. — Quand un nombre est-il divisible par un autre? Peut-on savoir sans faire la division si un nombre est divisible par un autre? *Applications :* 1° Caractère de divisibilité par 4; 2° Le produit de trois nombres entiers consécutifs est toujours divisible par 3. (*B. E. Alger.*)

661. — Démontrer que si on divise successivement le p. p. c. m. de plusieurs nombres par chacun de ces nombres, les quotients obtenus sont premiers entre eux. Prendre pour exemple le p. p. c. m. de 7, 12 et 21. (*B. E. Seine.*)

662. — On donne le nombre 725400; quels chiffres significatifs peut-on mettre à la place des deux zéros pour former un nombre qui soit à la fois divisible par 4 et par 9? (*B. E. Besançon.*)

663. — Démontrer que le produit de quatre nombres entiers consécutifs est divisible par 3 et par 8. (*B. E. Seine.*)

664. — Trouver un nombre qui, divisé par 2, 5, 7, 11, 26, donne toujours 1 pour reste. Y a-t-il plusieurs nombres jouissant de cette propriété? Quel est le plus petit? (*B. E. Poitiers.*)

665. — Qu'est-ce que faire la preuve d'une opération? — Faire la preuve par 9 de la multiplication de 385 par 669 en justifiant les opérations effectuées. — Pourrait-on faire la preuve d'une multiplication par 2, par 4, par 8, par 10? Pourquoi ne la fait-on pas? (*B. E. Toulouse.*)

666. — Démontrer que si l'on augmente ou si l'on diminue de 1 un nombre premier autre que 2 et 3, l'un des deux nombres ainsi obtenus est divisible par 6. (*B. E. Seine.*)

667. — Le plus grand commun diviseur de deux nombres est 12 les quotients successifs obtenus en cherchant ce p. g. c. d. sont 8, 2, 7. On demande de trouver les deux nombres. Si on augmente chacun d'eux d'un nombre égal à sa moitié, quel sera le p. g. c. d. des nombres obtenus? (*B. E. Paris.*)

668. — Un nombre A, divisé par 9, donne pour reste R; un nombre B, divisé par 9, donne pour reste r. Démontrer que le produit $A \times B$ divisé par 9 donne le même reste que le produit $R \times r$. Appliquer ce théorème à la preuve par 9 de la multiplication. Que peut-on affirmer : 1° si la preuve réussit; 2° si elle ne réussit pas? (*E. N. Deux-Sèvres.*)

669. — Qu'appelle-t-on nombres premiers? nombres premiers entre eux? — Démontrer que si deux nombres, 8 et 15 par exemple, sont premiers entre eux, leur somme et leur produit sont également des nombres premiers entre eux. (*B. E. Seine.*)

670. — Trouver le p. g. c. d. et le p. p. c. m. des nombres, $A = 8 \times 346\,795$ et $B = 125 \times 346\,795$, sans effectuer ces produits. — Enoncer, sans les démontrer, les principes sur lesquels on s'appuie dans ce cas particulier. (*B. E. Bordeaux.*)

671. — Quel est le plus grand des nombres inférieurs à 100 qui, divisé par 13, donne pour reste 11? — Trouver deux nombres a et b, connaissant leur somme 68 et leur différence 24. (*B. E. Rennes.*)

672. — Trouver le p. g. c. d. des nombres 112 et 92. Peut-on, dans certains cas, diminuer le nombre des divisions? (*B. E. Seine.*)

673. — Enoncer la condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre soit divisible par un autre. — Décomposer les nombres 27 720 et 792 en facteurs premiers. Dire alors si le premier est divisible par le second et trouver le quotient sans faire la division. (*B. E. Seine.*)

674. — Démontrer que le produit de trois nombres entiers consécutifs dont deux sont pairs est toujours divisible par 24. (*B. E. Grenoble.*)

675. — Un élève en divisant un nombre par 8 a obtenu pour reste 4. En divisant ce même nombre par 12, il a eu pour reste 3. Démontrer qu'il a certainement commis une erreur. (*B. E. Chambéry.*)

676. — Qu'appelle-t-on nombres premiers entre eux? Prouver que deux nombres entiers consécutifs sont toujours premiers entre eux, et se servir de ce principe pour démontrer qu'un nombre impair et la moitié du nombre pair suivant sont premiers entre eux, ainsi que ce nombre impair et la moitié du nombre pair précédent. (*B. E. Tarn.*)

677. — Enoncer et démontrer le caractère de divisibilité par 8, en prenant pour exemple 37512. Quels sont les autres diviseurs, inférieurs à 10, du même nombre 37512? (*B. E. Seine.*)

678. — Le nombre 7854 est divisible par 3 et par 6, l'est-il par 18? Il est aussi divisible par 3 et par 7, l'est-il par 21? A quelle condition un nombre divisible par deux autres est-il divisible par leur produit? Démonstration. (*B. E. Paris.*)

679. — On donne le nombre 20706. Déterminer les couples de chiffres significatifs que l'on peut mettre à la place des deux zéros pour obtenir des nombres divisibles à la fois par 4 et par 9. (*B. E. Dijon.*)

680. — Si le carré d'un nombre entier est divisible par un nombre premier, il est également divisible par le carré de ce nombre premier. Démonstration. (*Ec. milit. Versailles.*)

681. — Sachant que le nombre total des diviseurs d'un nombre est égal au produit des exposants de ses facteurs augmentés chacun d'une unité, dire combien le nombre 90 a de diviseurs et former le tableau de ces nombres. (*B. E. Nancy.*)

Problèmes. — **682.** — Les roues de devant d'une voiture ont $2^m,75$ de circonférence, les roues de derrière ont $3^m,30$. Quelle est la plus petite distance que doit parcourir la voiture pour que les roues de devant et les roues de derrière aient fait un nombre exact de tours? — Expliquez les opérations. (*B. E. Clermont.*)

683. — On a trois vases : le 1er a une capacité de 1092 cm³; le 2e, de 2520 cm³; et le 3e, de 2772 cm³. Trouver : 1° la capacité d'un 4e vase, le plus grand possible, et tel qu'on puisse avec lui remplir exactement les trois autres; 2° combien de fois il faudra verser dans chacun des trois premiers vases le contenu du 4e pour les remplir. (*E. P. S.*)

684. — Un bataillon qui compte moins de 1000 hommes fait l'exercice sur un champ de manœuvres. En le voyant se mettre en colonne : 1° par files de 8 hommes, 2° par files de 15 hommes, 3° par files de 25 hommes, un spectateur qui a remarqué que la dernière file, dans les trois cas, ne comprenait que 5 hommes, trouve que si les soldats se mettaient en colonne par files de 11 hommes, toutes les files seraient complètes. Trouver le nombre des hommes et montrer qu'il satisfait à toutes les conditions énoncées. (*B. E. Seine.*)

685. — Un ouvrier a reçu 56 fr. pour plusieurs journées entières de travail; le même ouvrier reçoit plus tard 84 fr. pour un autre nombre entier de journées de travail. On demande quel est le salaire journalier de cet ouvrier, sachant que ce salaire est un nombre entier de décimes compris entre 5 et 6 fr. (*C. Compl.*)

686. — Une personne comptant une somme d'argent inférieure à 200 fr. successivement par 12 fr., par 15 fr., par 20 fr., trouve qu'il lui reste à chaque fois 4 fr. Quelle est cette somme? (*B. E. Grenoble.*)

687. — La planète Jupiter a cinq satellites : le 1er accomplit en 12 heures sa révolution autour de la planète, le 2e en 42 heures, le 3e en 85 heures, le 4e en 172 heures et le 5e en 400 heures. Dans combien de temps ces cinq satellites se retrouveront-ils à la fois dans les mêmes situations relatives qu'ils occupent aujourd'hui. Combien de révolutions chacun d'eux accomplira-t-il dans ce temps? (*B. E. Seine.*)

688. — On veut planter le long des bords d'une plate-bande rectangulaire un certain nombre de rosiers également espacés, de manière que la distance d'un rosier au suivant soit au moins de 1 m., mais moindre que 2 m., et qu'il y ait un rosier à chaque coin de la plate-bande. La longueur de celle-ci est de $14^m,84$ et sa largeur de $10^m,60$. Combien peut-il y avoir de rosiers? (*E. N. Meuse.*)

689. — En comptant les marches d'un escalier 2 par 2, il en reste 1; en les comptant 3 par 3, il en reste 2; en les comptant 5 par 5, il en reste 4. Quel est le nombre des marches de cet escalier, sachant qu'il est moindre que 100? (*B. E. Seine.*)

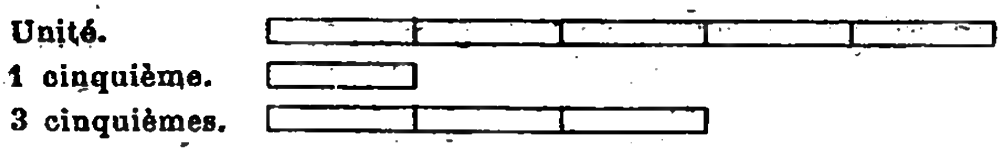
690. — Quatre bateaux à vapeur partent du même lieu, le 1er tous les 4 jours, le 2e tous les 6 jours, le 3e tous les 18 jours, et le 4e tous les 21 jours. Ils sont partis ensemble le 11 septembre 1899. A quelle date sont-ils de nouveau partis le même jour? (*Ec. Coloniale, Tunis.*)

691. — Un omnibus partant de la place de l'Alma met 55 minutes pour effectuer son trajet, stationne 11 minutes et revient à son point de départ en 50 minutes; il repart après un nouveau stationnement de 10 minutes. Un second omnibus part du même point pour une autre destination; il effectue son trajet en 46 minutes, stationne 9 minutes, revient au point de départ en 45 minutes et repart après 8 minutes de stationnement. Ces deux omnibus sont partis en même temps de la place de l'Alma à 6 heures du matin. A quelle heure repartiront-ils de nouveau en même temps pour la 1re fois? (*B. E. Seine.*)

FRACTIONS

Définitions.

Si on partage une bande de papier en cinq parties égales, l'une des parties est **1 cinquième** de la bande et la réunion de trois parties en est les **3 cinquièmes.**



1 *cinquième*, 3 *cinquièmes* sont des **fractions.**

120. — Une *unité* (bande de papier, pomme, etc.) étant partagée en *parties égales*, une **fraction** est *une* ou *plusieurs* de ces *parties*.

3 cinquièmes, 5 sixièmes, 4 septièmes, s'écrivent :

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{7}$. **3, 5, 4** sont les **numérateurs ;**
5, 6, 7 sont les **dénominateurs.**

Le *numérateur* et le *dénominateur* sont les **termes** de la fraction.

Le **dénominateur** indique en *combien de parties égales* l'unité a été divisée, et le **numérateur**, *combien l'on a pris de ces parties.*

121. — Pour **lire une fraction**, on lit d'abord le numérateur, puis le dénominateur, que l'on fait suivre de la terminaison *ième*.

Les dénominateurs **2, 3, 4** s'énoncent **demi, tiers, quart.**

122. — **Deux fractions** sont dites **égales** lorsqu'elles *mesurent la même longueur* avec la *même unité.*

123. Théorème. — *Une fraction est supérieure, égale ou inférieure à l'unité selon que son numérateur est supérieur, égal ou inférieur à son dénominateur.*

Ex. : $\frac{7}{4} > 1$; $\frac{4}{4} = 1$; $\frac{3}{4} < 1$. (§§ **120, 122**)

Remarque. — Une fraction *plus grande que l'unité* est appelée parfois **expression fractionnaire.**

124. Théorème. — *De deux fractions qui ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.*

Ex. : La fraction $\frac{5}{7}$ est plus grande que la fraction $\frac{3}{7}$.

La longueur mesurée par 5/7 contient plus de septièmes de l'unité que la longueur mesurée par 3/7. (§ **122**).

125. — Un **nombre fractionnaire** est un *nombre entier suivi d'une fraction* plus petite que l'unité.

126. — **Convertir un nombre fractionnaire** en fraction, c'est *remplacer* ce nombre fractionnaire par une *fraction* qui lui soit égale.

Ex. : Convertir 2 unités 3/5 en fraction.

Solution. — **2 unités 3/5** est la *somme de* 2 *unités et de* 3/5.
1° 2 *unités* valent : 5 cinquièmes $\times$ 2 = 10 cinquièmes.
2° **2 unités 3/5** valent : 10 cinquièmes + 3 cinquièmes = $\frac{13}{5}$.

127. — **Extraire les entiers** d'une fraction, c'est *remplacer* cette fraction par un *nombre fractionnaire* qui lui soit *égal*.

Ex. : Combien y a-t-il de centimètres dans 23/4 de centimètre?

Solution. — Il y a **autant de centimètres** *qu'il y a de fois* 4 quarts dans 23 quarts.

$23^{\text{quarts}} = 4^{\text{quarts}} \times 5 + 3$ quarts.

Rép. $\frac{23}{4} = 5^{\text{cm}}\frac{3}{4}$.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 4 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$$

Exercices. — **692.** — Donnez la définition de chacune des fractions suivantes : 3/4, 18/21, 4/7, 5/19.

693. — Représenter graphiquement les fractions 3/4, 2/5, 5/6, 4/9.

694. — Des fractions égales peuvent-elles représenter des longueurs différentes? Expliquer à l'aide d'exemples.

695. — Des fractions inégales peuvent-elles représenter la même longueur? Expliquer à l'aide d'exemples.

696. — Expliquer : 1° que la fraction 4/4 est égale à l'unité, 2° que la fraction 7/8 est plus grande que la fraction 5/8.

697. — Transformer les nombres entiers : 5, 8, 13, 19 en fractions ayant pour dénominateur 14.

698. — Convertir en fractions les nombres fractionnaires :

$$4\frac{5}{7};\quad 8\frac{1}{2};\quad 9\frac{7}{11};\quad 12\frac{8}{13};\quad 15\frac{7}{12};\quad 25\frac{17}{48}.$$

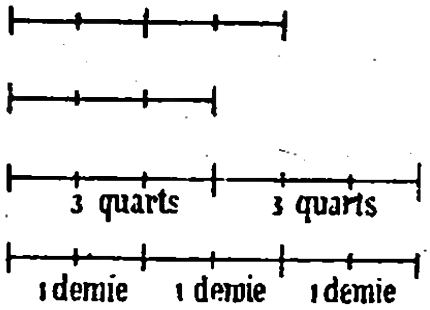
699. — Extraire les entiers des fractions : 24/5, 40/7, 537/12, 160/15.

700. — Convertir 15 unités en fractions ayant pour numérateurs 60, 45, 75, 90. Ce problème est-il toujours possible?

Propriétés des fractions.

128. Théorème. — *Pour rendre une fraction 2, 3, 4... fois plus grande, on multiplie son numérateur ou, si cela est possible, on divise son dénominateur par 2, 3, 4...*

Ex. : Rendre 2 fois plus grande la fraction $\frac{3}{4}$.



$\frac{4}{4}$ ou $\frac{2}{2} = 1$.

$\frac{3}{4}$

2 fois $\frac{3}{4} = \frac{6}{4}$ ou $\frac{3 \times 2}{4}$.

2 fois $\frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4:2}$.

1° La fraction $\frac{3 \times 2}{4}$ ou $\frac{6}{4}$ est **2 fois plus grande que** $\frac{3}{4}$.

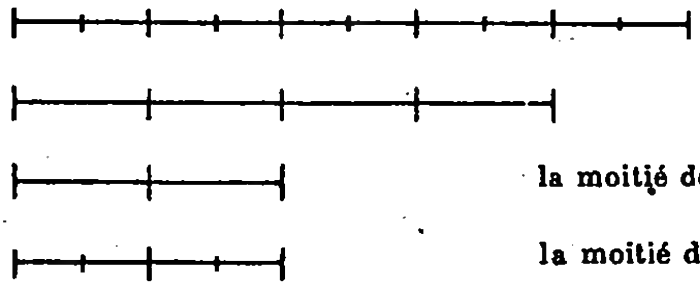
En effet, ces deux fractions sont formées de quarts de l'unité et la 1re en contient 2 fois plus que la seconde.

2° La fraction $\frac{3}{4:2}$ ou $\frac{3}{2}$ est **2 fois plus grande que** $\frac{3}{4}$.

En effet, ces deux fractions sont formées d'un même nombre de parties de l'unité; mais les parties de la 1re sont deux fois plus grandes que celles de la seconde.

129. Théorème. — *Pour rendre une fraction 2, 3, 4... fois plus petite, on multiplie son dénominateur ou, si cela est possible, on divise son numérateur par 2, 3, 4...*

Ex. : Rendre 2 fois plus petite la fraction $\frac{4}{5}$.



$\frac{5}{5}$ ou $\frac{10}{10} = 1$.

$\frac{4}{5}$

la moitié de $\frac{4}{5}$ est $\frac{2}{5}$ ou $\frac{4:2}{5}$.

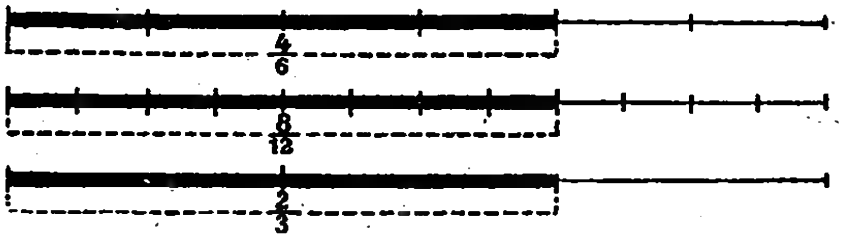
la moitié de $\frac{4}{5}$ est $\frac{4}{10}$ ou $\frac{4}{5 \times 2}$.

1° La fraction $\frac{4:2}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ est **2 fois plus petite que** $\frac{4}{5}$.

2° La fraction $\frac{4}{5 \times 2}$ ou $\frac{4}{10}$ est **2 fois plus petite que** $\frac{4}{5}$.

(Démonstrations analogues aux précédentes. (§ **128**)

130. Théorème. — *Une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie ou qu'on divise ses deux termes par un même nombre.*



$$\frac{4}{6} = \frac{4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{8}{12}.$$

$$\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}.$$

1° La fraction $\frac{4}{6}$ **est égale à** la fraction $\frac{4 \times 2}{6 \times 2}$ ou $\frac{8}{12}$.

En effet, si on partage en deux parties égales chacun des sixièmes contenus dans l'unité et dans la fraction 4/6, on aura dans l'unité douze parties égales, chacune d'elles sera 1/12 et les 4/6 contiendront 8 de ces douzièmes; donc 4/6 = 8/12.

2° La fraction $\frac{4}{6}$ **est égale à** la fraction $\frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$.

(Démonstration analogue à la précédente.)

Exercices. — **701.** — Rendre les fractions :

$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{10}{11}$ 4 fois plus grandes; $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{13}$, $\frac{6}{7}$ 5 fois plus petites.

702. — Rendre, par le meilleur moyen, les fractions :

$\frac{7}{12}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{14}{72}$ 3 fois plus grandes; $\frac{8}{11}$, $\frac{12}{21}$, $\frac{40}{51}$ 4 fois plus petites.

703. — Quelles sont les fractions égales à 5/7 qui ont pour dénominateurs : 35, 14, 28, 63, 77, 84, 105, 140?

704. — Trouver les fractions égales à 4/5 dont les numérateurs sont : 16, 24, 80, 36, 48, 96, 120, 112.

705. — Quel changement fait-on subir à une fraction quand on remplace son dénominateur par l'unité? Exemples.

706. — Rédiger les démonstrations du théorème § 129 et de la 2e partie du théorème § 130.

707. — Rendre le nombre fractionnaire 8 3/4 : 1° 4 fois plus petit; 2° 4 fois plus grand sans le convertir.

708. — Combien y a-t-il de moyens de rendre la fraction 4/9 un certain nombre de fois plus grande? Expliquer. (*E. P. S.*)

709. — On ajoute respectivement au numérateur et au dénominateur de la fraction 3/5 les nombres 12 et 20 obtenus en multipliant les deux termes de la fraction par 4. Démontrer que la fraction ainsi obtenue doit être équivalente à la fraction 3/5. (*E. P. S.*)

710. — Quels sont les moyens dont on dispose pour rendre 4 fois plus petite la fraction 12/29? (*B. E. Caen.*)

711. — Démontrer que si l'on ajoute simultanément chacun des deux termes d'une fraction 2 fois, 3 fois, 4 fois à lui-même, la valeur de la fraction ne change pas. (*B. E. Bordeaux.*)

712. — Trouver une fraction égale au quart de l'unité : 1° dont le numérateur soit 20; 2° dont le dénominateur soit 20. Le problème est-il toujours possible? Expliquer. (*E. P. S.*)

Simplification des fractions.

131. — **Simplifier une fraction**, c'est la *remplacer* par une *fraction égale* dont les *termes soient plus petits*.

Ex. : Simplifier la fraction 24/40.

Solution. — 24 et 40 sont divisibles par 8.

$$\frac{24}{40} = \frac{24 : 8}{40 : 8} = \frac{3}{5}$$

La fraction $\frac{3}{5}$ **est égale à** $\frac{24}{40}$ (§ **130**) et a des **termes plus petits.**

Règle. — On **simplifie une fraction** en *divisant ses deux termes* par un de leurs *communs diviseurs*.

132. — Une **fraction** est **irréductible**, ou **réduite à sa plus simple expression**, lorsqu'elle *ne peut plus être simplifiée*, c'est-à-dire lorsque toute fraction qui lui est égale a des termes plus grands que les siens.

Ex. : Réduire la fraction 288/360 à sa plus simple expression.

Solution. — 1° Décomposons les deux termes en facteurs premiers :

$$288 = 2^5 \times 3^2 ; \qquad 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5.$$

2° Supprimons les facteurs communs aux deux termes, nous obtenons:

$$\frac{288}{360} = \frac{2^5 \times 3^2}{2^3 \times 3^2 \times 5} = \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}.$$ *Rép.* $\frac{4}{5}$ **est irréductible.**

Autre solution. — En divisant 288 et 360 par leur p. g. c. d. 72, on obtient 4 et 5 qui sont premiers entre eux. (§ **105**)

On a : $\frac{288}{360} = \frac{4}{5}$ (§ **130**) *Rép.* $\frac{4}{5}$ **est irréductible.**

Règle. — Pour **réduire une fraction à sa plus simple expression**, on peut *décomposer* les deux termes en leurs *facteurs premiers* et *supprimer les facteurs communs*, on peut aussi *diviser les deux termes* par leur *plus grand commun diviseur*.

* 133. — Théorème. — *Toute fraction irréductible a ses deux termes premiers entre eux.*

Si $\frac{a}{b}$ est une fraction irréductible; a et b sont premiers entre eux.

En effet, si a et b avaient un diviseur commun n, on aurait :

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n = c}{b : n = d}. \quad (\S\ \mathbf{130})$$

c et d seraient plus petits que a et b, ce qui est impossible.

*134. THÉORÈME. — *Toute fraction dont les deux termes sont premiers entre eux est irréductible.*

Ce théorème résulte du *théorème suivant.*

*135. THÉORÈME. — *Lorsqu'une fraction a ses termes premiers entre eux, toute fraction qui lui est égale a pour termes des équimultiples des termes de la* 1re.

Ex. : Si 7/11 a ses termes premiers entre eux, la fraction a/b, qui lui est égale, a ses termes *équimultiples* de 7 et de 11, c'est-à-dire que a et b sont les produits de 7 et de 11 par un même nombre.

On a : $\frac{7}{11}=\frac{a}{b}$ et $\frac{7\times b}{11\times b}=\frac{a\times 11}{b\times 11}$. (§ **130**)

D'où $7\times b=a\times 11$. (1)

7 est premier avec 11 et divise $a\times 11$, donc il divise a. (§ **106**)

On peut écrire : $a=7\times q$,

et, d'après l'égalité (1), $7\times b=7\times q\times 11$

d'où $b=q\times 11$.

a et b sont donc les produits de 7 et de 11 par q.

Exercices. — **713.** — Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{4}{8},\ \frac{20}{40},\ \frac{35}{90},\ \frac{24}{44},\ \frac{39}{117},\ \frac{66}{143},\ \frac{125}{1000},\ \frac{625}{700}.$$

714. — Expliquer la simplification des fractions :

$\frac{48}{72}$ (*E. P. S.*), $\frac{56272}{263775}$ et $\frac{9764}{36615}$ (*B. E. Lyon*), $\frac{474747}{313131}$.

715. — Expliquer la réduction à leur plus simple expression de :

$\frac{84}{292}$, $\frac{7314}{18126}$ (*E. P. S.*), $\frac{663}{1105}$ (*B. E. Seine*), $\frac{6408}{48060}$ (*Nancy*), $\frac{46872}{165564}$ (*Rennes*).

716. — Réduire à sa plus simple expression la fraction 1078/2541 en décomposant ses deux termes en facteurs premiers. (*B. E. Seine.*)

717. — Réduisez à sa plus simple expression, par la méthode du p. g. c. d., la fraction 360/504, et prouvez que les deux termes de la fraction obtenue sont premiers entre eux. (*B. E. Seine.*)

718. — Dire ce qu'on entend par une fraction irréductible. Indiquer la manière de réduire une fraction à sa plus simple expression, par exemple : 19286148/28929222. (*B. E. Dijon.*)

***719.** — Simplifier 2/420. Combien y a-t-il de fractions équivalentes à 321/420 dont le dénominateur soit plus petit que 420 ? (*E. P. S.*)

***720.** — Former une fraction équivalente à 91/143 et dont le dénominateur soit 110. (*B. E. Seine.*)

***721.** — Trouver une fraction équivalente à 15/20 et dont le numérateur soit 21. (Justifier les opérations.) (*B. E. Dijon.*)

***722.** — Trouver une fraction ordinaire irréductible qui ne change pas de valeur quand on ajoute 14 au numérateur et 35 au dénominateur. (*B. E. Grenoble.*)

***723.** — Trouver une fraction équivalente à 3/7 et telle que la somme des termes soit égale à 80. (*B. E. Paris.*)

Réduction des fractions au même dénominateur.

136. — **Réduire des fractions au même dénominateur**, c'est trouver des *fractions* respectivement *égales* aux fractions données et *ayant un même dénominateur*.

Ex. : Réduire 2/3, 3/4 et 4/5 au même dénominateur.

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times4\times5}{3\times4\times5}=\frac{40}{60};\quad \frac{3}{4}=\frac{3\times3\times5}{4\times3\times5}=\frac{45}{60};\quad \frac{4}{5}=\frac{4\times3\times4}{5\times3\times4}=\frac{48}{60}.$$

Règle. — On *multiplie les deux termes* de chaque fraction par le *produit des dénominateurs* de toutes les autres.

En effet : 1° les fractions obtenues sont égales aux fractions données; (§ **130**) 2° elles ont toutes le même dénominateur.

Remarque. — Il est bon de n'opérer que sur des fractions réduites à leur plus simple expression : les résultats sont plus simples.

137. — *Réduction au plus petit dénominateur commun.*

Ex. : Réduire 24/36, 18/40 et 7/16 au p. p. d. c.

Solution. — 1° Réduisons ces fractions à leur plus simple expression

$$\frac{24}{36}=\frac{2}{3},\qquad \frac{18}{40}=\frac{9}{20},\qquad \frac{7}{16}=\frac{7}{16}.$$

2° Cherchons le p. p. m. c. aux dénominateurs :

a) $3=3 \qquad 20=2^2\times5 \qquad 16=2^4.$

b) P. p. m. c. $=3\times2^4\times5=240.$

3° Le p. p. d. c. est 240 et les fractions données sont égales à

I. *Rép.* $\frac{3\times2^4\times5}{3}=2^4\times5=\mathbf{80};\qquad \frac{24}{36}=\frac{2\times80}{3\times80}=\frac{160}{240}.$

II. *Rép.* $\frac{3\times2^4\times5}{2^2\times5}=3\times2^2=\mathbf{12};\qquad \frac{18}{40}=\frac{9\times12}{20\times12}=\frac{108}{240}.$

III. *Rép.* $\frac{3\times2^4\times5}{2^4}=3\times5=\mathbf{15};\qquad \frac{7}{16}=\frac{7\times15}{16\times15}=\frac{105}{240}.$

Règle. — 1° On *réduit* les fractions à leur *plus simple expression;* 2° On cherche le *p. p. m. c. aux dénominateurs* obtenus, c'est le *plus petit dénominateur commun;* 3° On *divise* le *p. p. d. c.* par chaque *dénominateur;* 4° On *multiplie les deux termes* de chaque fraction irréductible par le *quotient correspondant.*

*138. Théorème. — *Le plus petit dénominateur commun à plusieurs fractions irréductibles est le p. p. c. m. de leurs dénominateurs.*

A. — Tout dénominateur commun est un multiple de leurs dénominateurs.

Hypothèse : $\frac{2}{3}=\frac{a}{M}$; $\frac{3}{4}=\frac{b}{M}$; $\frac{5}{7}=\frac{c}{M}$.

Conclusion : M est un multiple commun à 3, 4 et 7. (§ **135**)

B. — Tout multiple commun aux dénominateurs est un dénominateur commun.

Hypothèse : M est un multiple commun à 3, 4 et 7.

Conclusion : $\frac{2}{3}=\frac{a}{M}$; $\frac{3}{4}=\frac{b}{M}$; $\frac{5}{7}=\frac{c}{M}$.

On a : $M=3\times q$; $M=4\times q'$; $M=7\times q''$;

par suite : $\frac{2}{3}=\frac{2\times q}{3\times q}=\frac{a}{M}$; $\frac{3}{4}=\frac{3\times q'}{4\times q'}=\frac{b}{M}$; $\frac{5}{7}=\frac{5\times q''}{7\times q''}=\frac{c}{M}$.

C. — Le plus petit dénominateur commun est le p. p. c. m.

En effet, la liste des dénominateurs communs à plusieurs fractions irréductibles est identique à celle des multiples communs aux dénominateurs de ces fractions. (**A** et **B**)

Exercices. — 724. — Réduire au même dénominateur les fractions :

$\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{13}$ et $\frac{6}{7}$; $\frac{7}{11}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{3}{5}$; $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{12}$ et $\frac{11}{17}$.

725. — Réduire les fractions 1/2, 7/21, 14/35 au même dénominateur. Démontrer le principe sur lequel on s'appuie. (*E. P. S.*)

726. — Expliquer la réduction au même dénominateur des fractions :

$\frac{24}{45}$ et $\frac{17}{20}$ (*B. E. Lille*); $\frac{3}{4}$, $\frac{11}{15}$ et $\frac{7}{8}$ (*Bordeaux*); $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$ et $\frac{8}{9}$ (*Lyon*).

727. — Expliquer la réduction au p. p. d. c. des fractions :

$\frac{4}{27}$ et $\frac{22}{36}$ (*B. E. Poitiers*); $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$ et $\frac{5}{6}$ (*Paris*); $\frac{11}{15}$, $\frac{17}{40}$, $\frac{13}{24}$ et $\frac{210}{252}$ (*E.P.S.*);

$\frac{35}{8}$, $\frac{16}{9}$, $\frac{15}{24}$ et $\frac{11}{50}$ (*Seine*); $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{231}$ et $\frac{3}{3\,003}$ (*Var*); $\frac{3}{4}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{45}{24}$ et $\frac{630}{995}$ (*Paris*);

$\frac{18}{64}$, $\frac{25}{120}$, $\frac{48}{216}$ (*E. N. Meuse*); $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{30}$ et $\frac{1}{12}$ (*E. N. Marne*).

728. — Comment réduit-on les deux fractions 6/13 et 4/9 au même numérateur? Utilité de cette opération. Pourrait-elle remplacer la réduction au même dénominateur? (*B. E. Grenoble.*)

729. — Diverses méthodes pour réduire des fractions au même dénominateur. Application aux cas suivants :

1er cas : $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}$; 2e cas : $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{12}$; 3e cas : $\frac{2}{25}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{6}$. (*B. E. Seine.*)

Comparaison des fractions.

Problème. — Comparer les fractions $\frac{4}{5}$ et $\frac{5}{8}$.

Solution. — Réduisons ces fractions au même dénominateur :

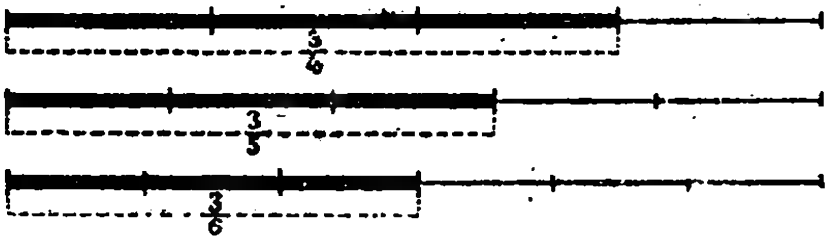
$$\frac{4}{5}=\frac{4\times 8}{5\times 8}=\frac{32}{40}, \qquad \frac{5}{8}=\frac{5\times 5}{8\times 5}=\frac{25}{40}.$$

$\frac{32}{40}$ étant plus grande que $\frac{25}{40}$ (§ **124**), $\frac{4}{5}$ est plus grande que $\frac{5}{8}$.

139. **Règle.** — Pour **comparer deux fractions** quelconques, on les *réduit au même dénominateur :* la *plus grande* est alors celle qui a le *plus grand numérateur.*

140. Théorème. — *Quand deux fractions ont le même numérateur, l'une est supérieure, égale ou inférieure à l'autre, si son dénominateur est inférieur, égal ou supérieur à l'autre.*

Ex. : Comparer 3/4, 3/5 et 3/6. (Même démonstration que § **124**.)



*141. Théorème. — *Lorsqu'on ajoute un même nombre aux deux termes d'une fraction, cette fraction se rapproche de l'unité.*

A. — La fraction augmente si elle est plus petite que l'unité.

Hypothèse : $\frac{7}{11}<1$; *Conclusion :* $\frac{7}{11}<\frac{7+2}{11+2}$ ou $\frac{9}{13}$.

En effet : $1-\frac{7}{11}=\frac{11-7}{11}=\frac{4}{11}$. $1-\frac{9}{13}=\frac{13-9}{13}=\frac{4}{13}$.

La différence $11-7$ ne changeant pas quand on ajoute un même nombre à ses deux termes, les deux fractions $\frac{11-7}{11}$ et $\frac{13-9}{13}$ ont le même numérateur 4. (§ **27**)

On a : $\frac{4}{11}>\frac{4}{13}$ ou $1-\frac{7}{11}>1-\frac{9}{13}$ (§ **140**), donc $\frac{7}{11}<\frac{9}{13}$.

B. — La fraction diminue si elle est plus grande que l'unité.

Hypothèse : $\frac{13}{7} > 1$; *Conclusion :* $\frac{13}{7} > \frac{13+4}{7+4}$ ou $\frac{17}{11}$.

En effet : $\frac{13}{7} - 1 = \frac{13-7}{7} = \frac{6}{7}$; $\frac{17}{11} - 1 = \frac{17-11}{11} = \frac{6}{11}$.

$\frac{6}{7}$ et $\frac{6}{11}$ ont le même numérateur. (§ **27**)

On a : $\frac{6}{7} > \frac{6}{11}$ ou $\frac{13}{7} - 1 > \frac{17}{11} - 1$ (§ **140**), donc $\frac{13}{7} > \frac{17}{11}$.

***142.** Théorème. — *Si on retranche un même nombre aux deux termes d'une fraction, cette fraction s'éloigne de l'unité. Elle diminue, si elle est plus petite que l'unité; elle augmente, si elle est plus grande que l'unité.*

Démonstration analogue à la précédente.

Exercices. — **730.** — Quelle est la plus grande des deux fractions :

$\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$? $\frac{7}{9}$ et $\frac{9}{13}$? $\frac{11}{12}$ et $\frac{14}{13}$? $\frac{14}{17}$ et $\frac{13}{15}$?

731. — Ranger par ordre de grandeur croissante les fractions :

1° $\frac{8}{45}$, $\frac{8}{18}$ et $\frac{8}{57}$; 2° $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{13}$ et $\frac{11}{16}$; 3° $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{12}{18}$ et $\frac{27}{36}$.

732. — De combien les deux fractions suivantes sont-elles inférieures ou supérieures à l'unité? D'après cela, quelle est la plus grande?

1° $\frac{4}{7}$ et $\frac{7}{10}$; 2° $\frac{13}{11}$ et $\frac{7}{5}$; 3° $\frac{11}{14}$ et $\frac{8}{11}$; 4° $\frac{21}{15}$ et $\frac{43}{37}$.

733. — Expliquer : 1° quelle est la plus grande; 2° quelle est la plus petite des fractions 3/5, 5/7, 7/9. (*E. P. S.*)

734. — Quelle est la plus grande des deux fractions 3/13 et 1/3? Démonstration. (*E. P. S.*)

735. — Comment peut-on comparer la valeur de deux fractions? Dire, par exemple, comment on reconnaît quelle est la plus grande des deux fractions 7/9 et 11/13? 8/11 et 8/15? 3/4 et 5/7? (*B. E. Seine.*)

736. — Par tous les procédés que vous pouvez connaître, recherchez la plus grande des deux fractions 17/19 et 59/66. (*B. E. Poitiers.*)

737. — Deux fractions, 3/4 et 3/5 par exemple, ont même numérateur; quelle est la plus grande? — Comparer entre elles, en les réduisant au même numérateur, les fractions 36/43, 84/115 et 60/77. On essayera de trouver le plus petit numérateur commun. (*B. E. Besançon.*)

***738.** — Dites et démontrez comment varie un nombre de forme fractionnaire aux deux termes duquel on ajoute un même nombre. On prendra 5 pour le nombre ajouté, et, pour les expressions, successivement 17/43, 17/17, 43/17. (*B. E. Seine.*)

***739.** — Faites voir comment change la valeur de la fraction 9/14 quand on retranche un même nombre à ses deux termes. (*E. P. S.*)

***740.** — Que devient une fraction si on ajoute un même nombre à ses deux termes? — Quel nombre faut-il ajouter aux deux termes de la fraction 4/9 pour qu'elle diffère de l'unité de 1/100? (*E. P. S.*)

* Revision.

Exercices. — 741. — Réduire 16 unités + 17/28 en une seule fraction. L'expression obtenue est-elle simplifiable? (*E. P. S.*)

742. — Qu'est-ce que simplifier une fraction, et qu'est-ce que réduire une fraction à sa plus simple expression? Effectuer, en les justifiant, sur la fraction 462/770, une simplification quelconque et la réduction à sa plus simple expression. (*B. E. Seine.*)

743. — Indiquer une fraction équivalente à 3/8 et ayant pour numérateur 6; démontrer le principe sur lequel on s'appuie. (*B. E. Seine.*)

744. — Indiquer, dans les trois cas suivants, la plus grande des deux fractions données. On s'efforcera d'employer, pour chacun de ces cas, la méthode la plus simple et on énoncera chaque fois la règle employée. 1er cas, 11/14 et 17/21; 2e cas, 3/107 et 6/211; 3e cas, 413/697 et 417/701. (*B. E. Rennes.*)

745. — Démontrer que la fraction obtenue, en ajoutant les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux des fractions 5/7 et 15/21, est égale à chacune des fractions données. (*B. E. Bordeaux.*)

746. — On considère les fractions 5/6, 8/15, 3/24; indiquer tous les dénominateurs communs qu'elles peuvent avoir sans augmenter ni diminuer. Choisir, parmi eux, le p. p. c. m. de 6, 15 et 24 et dire comment, d'une manière générale, on peut l'obtenir. (*E. P. S.*)

747. — Réduire la fraction 7812/18396 à sa plus simple expression. Expliquer. Dites à quel caractère on reconnaît qu'une fraction est réduite à sa plus simple expression. (*B. E. Caen.*)

748. — Aux deux termes de la fraction 5/7 on ajoute 10. Change-t-elle de valeur et pourquoi? — Si on ajoute 10 au numérateur, quel nombre faut-il ajouter au dénominateur pour que la fraction ne change pas de valeur? Expliquez. (*B. E. Toulouse.*)

749. — Théorie de la réduction au même dénominateur. Nombre de systèmes de réduction; expliquer à l'aide d'exemples les deux systèmes ordinairement employés. (*B. E. Nancy.*)

750. — A quoi sert la réduction des fractions au même dénominateur? Expliquer à l'aide d'exemples. (*B. E. Caen.*)

751. — Que devient une fraction quand on multiplie les deux termes par un même nombre? — *Applications.* Trouver: 1° une fraction équivalente à 5/9 et dont le dénominateur soit 549; 2° une fraction équivalente à 12/45 et dont la somme des termes soit 76. (*B. E. Chambéry.*)

752. — Que devient la différence de deux nombres quand on les multiplie par un 3e? Démontrer ce principe et l'appliquer à la résolution de ce problème: Trouver une fraction équivalente à 117/195 et telle que la différence entre ses termes soit 30. (*B. E. Grenoble.*)

753. — Les fractions 513/999 et 513513/999999 sont-elles équivalentes? (*B. E. Alger.*)

754. — Trouver une fraction équivalente à la fraction 188887/211109 et dont la somme des termes soit 108. (*B. E. Aix.*)

755. — Au numérateur de la fraction 15/39, on ajoute 5; que faut-il ajouter au dénominateur pour que cette fraction ne change pas de valeur? (*B. E. Paris.*)

756. — Qu'est-ce que réduire plusieurs fractions au même dénominateur? Qu'appelle-t-on p. p. d. c.? Réduire au p. p. d. c. les fractions 7/312, 3/280 et 11/225. Faire connaître les principes sur lesquels on s'appuie pour faire cette opération. (*B. E. Dijon.*)

757. — Quelles sont les fractions égales à 18/63 et ayant des termes plus petits que cette fraction? — Indiquez la méthode que vous avez employée et justifiez-la. (*B. E. Lille.*)

758. — Démontrer que si l'on a deux fractions égales, 28/35 = 12/15, en les retranchant terme à terme, on obtient une nouvelle fraction égale aux fractions proposées. (*B. E. Seine.*)

759. — Trouver une fraction égale à 4/7 et telle que la différence de ses termes soit 12. Raisonner les opérations. (*B. E. Montpellier.*)

760. — Que devient une fraction (inférieure ou supérieure à l'unité) lorsqu'on ajoute un même nombre à ses deux termes? Quel nombre faut-il ajouter aux deux termes de la fraction 5/7 pour qu'elle ne diffère plus de l'unité que de 1/1000? (*B. E. Poitiers.*)

761. — Remplacer les fractions 3/5 et 4/7 par deux fractions équivalentes telles que le dénominateur de la première soit égal au numérateur de la deuxième. (*B. E. Rennes.*)

762. — Démontrer que si deux fractions sont égales, le produit du dénominateur de la première par le numérateur de la deuxième est égal au produit du numérateur de la première par le dénominateur de la deuxième. — Soit, d'après cela, la fraction 12/33, qui est égale à une fraction dont le numérateur est 8. Trouver le dénominateur de cette dernière fraction. (*B. E. Clermont.*)

763. — Une fraction étant donnée, est-il toujours possible de trouver une autre fraction qui soit égale à la première et qui ait un dénominateur donné. — Ex. : On donne 84/133, est-il possible de trouver une fraction égale dont le dénominateur soit: 1° 210; 2° 209? (*B.E. Grenoble.*)

764. — Une fraction est équivalente à 16/72. Trouver ses deux termes, sachant que leur p. g. c. d. est 13. (*B. E. Grenoble.*)

765. — Que devient la fraction 8/15 quand on ajoute un même nombre à ses deux termes? — Quel même nombre faut-il ajouter aux deux termes de cette fraction pour qu'elle ne diffère de l'unité que de 1/300? (*B. E. Seine.*)

766. — Les fractions 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6 étant données, les réduire toutes : 1° au même dénominateur, 2° au même numérateur. — Montrer qu'il y a, dans les deux cas, une infinité de solutions. Quelle solution semble préférable? Pourquoi la réduction au même dénominateur offre-t-elle un plus grand intérêt pratique? (*B. E. Seine.*)

767. — Enoncer et démontrer le principe qui permet de simplifier une fraction. — Quand reconnaît-on qu'une fraction est irréductible? Pourrait-on simplifier une fraction par soustraction? (*B. E. Chambéry.*)

768. — Au dénominateur de la fraction 21/33 on ajoute 11. Quel nombre faut-il ajouter au numérateur pour que la fraction ne change pas de valeur? Démontrer le plus important des théorèmes sur lequel vous vous appuyez pour trouver ce nombre. (*B. E. Lille.*)

769. — Trouver deux fractions ayant pour numérateur l'unité, pour dénominateur deux nombres entiers consécutifs, et qui comprennent entre elles la fraction 7/41. Expliquez votre manière de procéder et appliquez-la à cette autre fraction 7/63. (*B. E. Dijon.*)

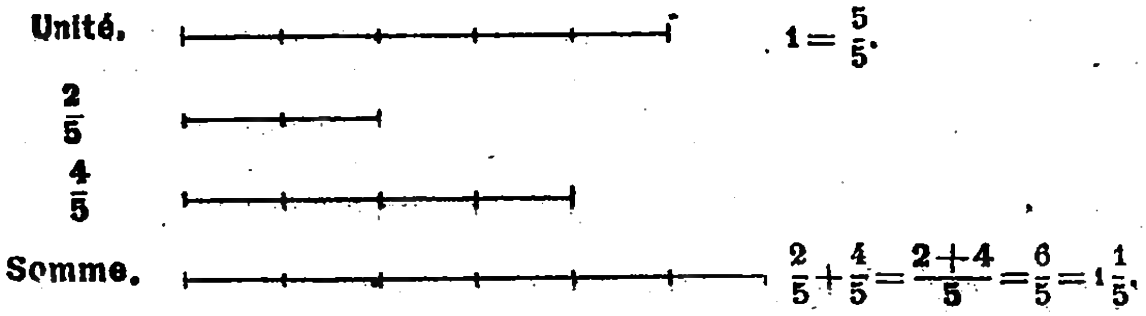
770. — Si on augmente de 32 le numérateur d'une fraction, cette fraction devient égale à 1; si on augmente de 69 le dénominateur de cette même fraction, elle devient égale à 1/2. Quelle est cette fraction? (*B. E. Lyon.*)

771. — Démontrer que si une fraction a ses termes premiers entre eux, toute fraction qui lui est équivalente a pour termes des équimultiples de ses termes. — *Application :* Trouver une fraction équivalente à 60/252 et dont le dénominateur soit 294. (*B. E. Clermont.*)

Addition des fractions.

143. **1er Cas.** — *Addition de fractions qui ont le même dénominateur.*

Ex. : Calculer la somme : $2/5 + 4/5$.



Règle. — On *additionne* les *numérateurs* des fractions et on donne au résultat le *dénominateur commun.*

144. **2e Cas.** — *Addition de fractions quelconques.*

Ex. : Calculer la somme : $3/5 + 4/7$. Formuler la règle.

1° Réduisons ces fractions au même dénominateur :

$$\frac{3}{5} = \frac{21}{35}; \qquad \frac{4}{7} = \frac{20}{35}.$$

2° **Somme :** $\mathbf{\frac{3}{5} + \frac{4}{7}} = \frac{21}{35} + \frac{20}{35} = \mathbf{\frac{41}{35}}$ ou $\mathbf{1\,\frac{6}{35}}$. (§ **143**)

145. **3e Cas.** — *Addition des nombres fractionnaires.*

Ex. : Calculer la somme : $4\frac{2}{3} + 6\frac{5}{6} + 3\frac{1}{4}$.

1° Somme des fractions : (§ **144**)

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{10}{12} + \frac{3}{12} = \frac{21}{12} = 1\frac{9}{12} \text{ ou } 1\frac{3}{4}$$

2° **Somme des nombres fractionnaires :**

$$4 + 6 + 3 + 1\frac{3}{4} = \mathbf{14\,\frac{3}{4}}.$$

Dénom. commun = 12.

$12:3 = 4$; $\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$.

$12:6 = 2$; $\frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$.

$12:4 = 3$; $\frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$.

Règle. — On *additionne les fractions* et on ajoute le résultat obtenu à la *somme des entiers.*

Exercices. — Calculer les sommes suivantes :

772. — $\frac{4}{17} + \frac{3}{17} + \frac{5}{17}$; $\frac{1}{7} + \frac{1}{6}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$.

773. — $\frac{4}{12} + \frac{5}{8} + \frac{6}{9}$; $\frac{8}{18} + \frac{14}{17} + \frac{7}{18}$; $\frac{9}{15} + \frac{12}{20} + \frac{18}{27}$.

774. — $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}+\frac{7}{9}$; $\frac{5}{7}+\frac{8}{14}+\frac{9}{28}$; $\frac{22}{50}+\frac{15}{24}+\frac{16}{30}$.

775. — $\frac{1}{2}+\frac{5}{6}+\frac{3}{27}+\frac{4}{9}$; $0,65+\frac{3}{7}+0,7$; $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{5}{8}+\frac{8}{32}+\frac{16}{20}$.

776. — $7\frac{3}{5}+\frac{5}{7}+6\frac{3}{4}$; $12\frac{5}{9}+35+\frac{2}{3}$.

777. — $3\frac{5}{6}+6\frac{9}{24}+14\frac{12}{18}$; $6\frac{3}{5}+8\frac{30}{50}+7\frac{4}{20}$.

778. — $6,45+10\frac{5}{18}+5,6$; $13+32\frac{2}{3}+7\frac{4}{5}$.

779. — Additionner 3/5 et 6/9. Raisonner l'opération. (*E. P. S.*)

780. — Additionner 5/6, 15/24, 1/5, 7/12. (*B. E. Paris.*)

781. — De combien augmente-t-on une fraction, si l'on ajoute son dénominateur à son numérateur?

782. — Ajouter les fractions 36/48, 28/32 et 40/96. Exprimer le résultat sous forme de nombre fractionnaire. (*Ec. Milit. Versailles.*)

783. — Additionner les nombres fractionnaires: 2 3/4, 6 4/5, 3 7/10. Extraire les entiers s'il y a lieu. Expliquer. (*E. P. S.*)

784. — Additionner 0,87 + 3/4 + 13/25, de façon que le total soit représenté par une expression fractionnaire, puis par un nombre fractionnaire. (*B. E. Montpellier.*)

***785.** — 1° Quand on multiplie les deux termes d'une fraction par un même nombre, on ne change pas la valeur de la fraction. 2° Additionner les fractions 2/3, 7/12, 8/15. Règle. (*B. E. Rennes.*)

***786.** — Comment trouve-t-on le p. p. m. c. à plusieurs nombres? Donner la démonstration. — Application à l'addition des fractions: 1/84, 1/616, 1/1125, 1/539. (*B. E. Lyon.*)

***787.** — Si on ajoute à une fraction cette même fraction renversée, on obtient toujours une somme plus grande que 2. (*B. E. Seine.*)

***788.** — Comment fait-on l'addition des nombres fractionnaires suivants: 4 2/3, 6 5/7, 8 2/9? Dans ce cas particulier, comment ferez-vous la réduction des fractions au même dénominateur? Quel est le p. p. m. c. des dénominateurs? (*B. E. oral, Paris.*)

Problèmes. — 789. — Une personne a perdu dans une entreprise les 2/11 de sa fortune, et dans une autre les 3/5. Quelle fraction de sa fortune a-t-elle perdue en tout?

790. — Trois robinets coulent ensemble dans un bassin; le 1er peut le remplir en 5 heures, le 2e en 4 h., et le 3e en 8 h. Quelle portion du bassin remplissent-ils ensemble en 1 heure?

791. — Une personne achète 3 coupons d'étoffe, le 1er de 2m 3/4, le 2e de 4m 5/6 et le 3e de 3m 4/5. Combien a-t-elle de mètres en tout?

792. — Un ouvrier ferait un ouvrage en 15 jours, un 2e ouvrier le ferait en 20 jours, un 3e en 18 jours et un 4e en 16 jours. S'ils travaillent ensemble, quelle partie de l'ouvrage feront-ils en un jour?

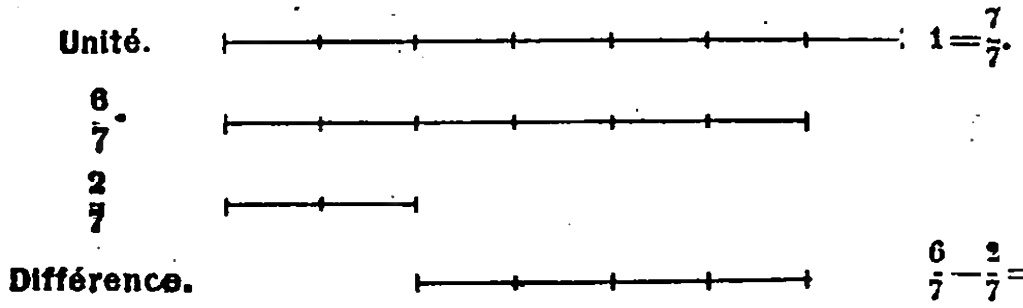
793. — Combien y avait-il de litres de vin dans un tonneau qui en contient encore 75l 4/6, après qu'on en a retiré 83 l. plus 65l 1/3?

794. — Une fontaine donne 12l 5/7 d'eau en une minute; une autre en donne 2l 3/5 de plus en 1 minute. Les deux fontaines coulant ensemble dans le même bassin remplissent en une minute 1/200 de la capacité de ce bassin. Calculer cette capacité. (*E. P. S.*)

Soustraction des fractions.

146. **1er Cas.** — *Soustraction de fractions ayant le même dénominateur.*

Ex. : Calculer la différence : 6/7 — 2/7. Formuler la règle.



147. **2e Cas.** — *Soustraction de fractions quelconques.*

Ex. : Calculer la différence . 5/9 — 7/15. Formuler la règle.

1° On a : $\frac{5}{9}=\frac{25}{45}$; $\frac{7}{15}=\frac{21}{45}$.

2° **Différence** :

$$\frac{5}{9}-\frac{7}{15}=\frac{25}{45}-\frac{21}{45}=\frac{4}{45} \quad (\S\ \mathbf{146})$$

Dénom. commun = 45.

$45:9=5$; $\frac{5\times5}{9\times5}=\frac{25}{45}$.

$45:15=3$; $\frac{7\times3}{15\times3}=\frac{21}{45}$.

148. **3e Cas.** — *Soustraction de nombres fractionnaires.*

I. Ex. : Calculer la différence : $8\frac{4}{7}-3\frac{5}{12}$.

1° On a : $\frac{4}{7}=\frac{48}{84}$; $\frac{5}{12}=\frac{35}{84}$.

2° **Différence** : $8\frac{4}{7}-3\frac{5}{12}=8\frac{48}{84}-3\frac{35}{84}=5\frac{13}{84}$.

II. Ex. : Calculer la différence : $7\frac{2}{5}-4\frac{3}{4}$.

Différence : $7\frac{2}{5}-4\frac{3}{4}=7\frac{8}{20}-4\frac{15}{20}$,

ou, en ajoutant 20/20 au plus grand nombre et 1 au plus petit :

$$7\frac{28}{20}-5\frac{15}{20}=2\frac{13}{20}. \quad (\S\ \mathbf{27})$$

	7 8/20	7 **28**/20
	ou	
	— 4 15/20	— **5** 15/20
		2 13/20

Remarque. — On pourrait encore convertir les nombres fractionnaires en ractions et opérer comme on l'a fait dans le 2e cas (§ **147**).

Règle. — On *retranche* la *fraction du plus petit nombre de celle du plus grand* et on *ajoute* le résultat obtenu à la *différence des entiers.*

Lorsque la *soustraction des fractions est impossible,* on **augmente d'une unité** la *fraction du plus grand nombre* et la *partie entière du plus petit.*

Exercices. — Faire les soustractions suivantes :

795. — $\frac{11}{21} - \frac{4}{21}$; $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$; $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$; $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$; $\frac{7}{8} - \frac{15}{24}$.

796. — $5\frac{10}{11} - \frac{5}{7}$; $\frac{18}{6} - 1\frac{2}{3}$; $7\frac{8}{9} - 4\frac{5}{12}$; $8 - \frac{7}{15}$.

797. — $1{,}65 - \frac{5}{6}$; $5\frac{7}{14} - 2\frac{4}{7}$; $12\frac{11}{20} - 8\frac{17}{25}$; $7{,}5 - 2\frac{5}{9}$.

798. — A quelle fraction faut-il ajouter 2/7 pour obtenir 31/35?

799. — A quelle fraction manque-t-il 5/12 pour égaler 3/4?

800. — De combien diminue-t-on une fraction lorsqu'on retranche son dénominateur de son numérateur? Est-ce toujours possible?

801. — Effectuer : 7 3/4 — 4 5/6. Expliquer. (*E. P. S.*)

802. — Retrancher 6 2/3 de 11 4/7. Combien y a-t-il de manières de faire l'opération? Indiquez-les. (*E. P. S.*)

803. — De l'expression 7 4/9 retrancher 4 13/15. Expliquer. Y a-t-il plusieurs manières d'opérer? Quelle est la meilleure? (*B. E. Dijon.*)

***804.** — Effectuer le calcul : 15/44 + 21/90 — 10/363, en réduisant les fractions au plus petit dénominateur commun. — Montrer que le résultat de ce calcul est une fraction égale à 2646/4840. (*Lyc. et Coll.*)

***805.** — On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant ou en divisant ses deux termes par un même nombre. — *Application :* Quelle est la plus grande des deux fractions : 297/693 et 195/273? Evaluer leur différence en la simplifiant le plus possible. (*E. P. S.*)

***806.** — Faire la somme et la différence des deux fractions 1414/3535 et 455/5005 après les avoir simplifiées. (*B. E. Seine.*)

***807.** — Simplifier les fractions : 35/84, 12/32, 42/144, 24/27, puis ranger les résultats par ordre de grandeur croissante : enfin, calculer la différence entre la plus grande et la plus petite fraction. (*B. E. Seine.*)

***808.** — Expliquer le principe fondamental de la soustraction. — Application à la soustraction 17 8/15 — 9 7/12. (*B. E. Seine.*)

Problèmes. — **809.** — Une ouvrière fait 7 m. de dentelle en 8 jours; une autre en fait 8 m. en 9 jours. Quelle est la plus habile? Quelle longueur de dentelle fait-elle par jour de plus que l'autre?

810. — Un cultivateur a ensemencé les 2/5 de ses terres en blé, le 1/7 en avoine: Le reste est en prairies naturelles, quelle fraction des terres représente-t-il?

811. — Un marchand avait une pièce d'étoffe de 48 m. de longueur. Il en a vendu 7^m 4/5, puis 8^m 5/6, puis 12^m 3/4, et enfin 15^m 2/3. Quelle est la longueur du coupon restant?

812. — Dans une distribution de pains, on a prélevé 5 parts; la 1re de 8 pains 1/2, la 2e de 12 pains 2/3, la 3e de 15 pains 3/4, la 4e de 20 pains 5/6, la 5e de 28 pains 9/10. La distribution totale était de 225 pains. On demande d'indiquer ce qu'il en reste. (*Saint-Maixent.*)

Multiplication *(Nombre entier et fraction).*

149. **1er Cas.** — *Multiplication d'une fraction par un nombre entier.*

Ex. : Effectuer le produit $\frac{5}{6} \times 3$.

I. Le **produit** de 5/6 par 3 est la **somme de 3 nombres égaux à 5/6.** (§ **33**)

$$\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5+5+5}{6} = \frac{5 \times 3}{6} = \frac{15}{6}.$$

II. **Multiplier une fraction** par **2, 3, 4,** ..., c'est la **rendre 2, 3, 4, ... fois plus grande.**

On a donc aussi : $\frac{5}{6} \times 3 = \frac{5}{6:3} = \frac{5}{2}$. (§ **128**)

Règle. — On *multiplie le numérateur de la fraction* ou, si cela est possible, on *divise son dénominateur* par le nombre entier.

150. — *Multiplier un nombre par une fraction,* c'est **prendre cette fraction du nombre.**

Ex. : Multiplier 14 par la fraction 2/7, c'est prendre les 2/7 de 14, c'est-à-dire 2 fois le septième de 14.

151. **2e Cas.** — *Multiplication d'un nombre entier par une fraction.*

Ex. : Effectuer le produit $4 \times \frac{3}{5}$.

Le **produit** de 4 par 3/5 est égal à **3 fois le cinquième de 4.**

1° 1/5 de 4 égale 4/5.

2° 3/5 de 4 égalent $\frac{4}{5} \times 3$ ou $\frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}$. (§ **140**)

Règle. — On *multiplie le nombre entier par le numérateur de la fraction* et on conserve le dénominateur.

Exercices. — **813.** — Prendre les 2/3 de 45, de 60, de 72 ; les 3/4 de 8, de 24, de 84 ; les 4/5 de 30, de 32, de 63 ; les 12/13 de 8, de 13, de 27.

814. — Effectuer les multiplications suivantes :

$$\frac{4}{5} \times 7; \quad \frac{12}{18} \times 90; \quad 47 \times \frac{7}{9}; \quad 150 \times \frac{24}{25}; \quad 345 \times \frac{39}{108}.$$

815. — Combien vaut le nombre 35, augmenté de ses 3/5 ?

816. — Combien reste-t-il lorsqu'on a retranché de 360 les 5/12 de ce nombre ?

817. — Montrer que la multiplication de 5/8 par 7 revient à une addition de fractions. Conclure par la règle de l'opération.

818. — Quel nombre faut-il ajouter à la fraction 7/9 pour obtenir une fraction 5 fois plus grande que 7/9 ?

819. — Par quel nombre faut-il multiplier le nombre 240 pour l'augmenter de ses 5/6, et quel est le produit?

820. — Par quel nombre faut-il multiplier 180 pour diminuer ce nombre de ses 2/5? Vérifier.

821. — Expliquer la multiplication des fractions sur l'exemple $5/8 \times 4$ et extraire les entiers du résultat. (*E. P. S.*)

822. — Multiplier : 1° 127 par 6; 2° 127 par 1/6. Raisonner. Comparer les résultats obtenus au multiplicande. (*B. E. Rennes.*)

823. — Multiplier les deux termes de la fraction 2/5 par 3 et, d'autre part, multiplier 2/5 par 3. Expliquer les résultats. (*B. E. Lille.*)

***824.** — Pourquoi dit-on que multiplier un nombre par 3/4, c'est en prendre les 3/4? (*B. E. Caen.*)

***825.** — Cherchez le produit de 8 par 3/8 et dites pourquoi on a donné à cette opération le nom de multiplication. (*B. E. Poitiers.*)

Problèmes. — **826.** — Une famille consomme par jour 2 litres de boisson faite de 1/3 de vin et 2/3 d'eau. Le vin coûtant 55 fr. l'hectolitre, quelle sera la dépense de cette famille au bout d'un an?

827. — Une fontaine débite 24 l. d'eau en 5 minutes; une autre débite 40 l. en 7 minutes. Laquelle des deux donne le plus d'eau et combien en donne-t-elle de plus que l'autre en 24 heures?

828. — Un chef d'usine a payé à ses ouvriers 19 008 fr. pour le salaire d'une semaine, à raison de 8 fr. par jour, le dimanche non compris. Combien a-t-il d'ouvriers? — Il est obligé d'en renvoyer le tiers et de réduire de 1 fr. le salaire de chacun de ceux qu'il conserve; combien aura-t-il à payer pour les salaires d'une semaine? (*C. Compl.*)

829. — Un marchand a acheté, à raison de $7^f,45$ le mètre, 150 m. de flanelle qu'il a fait laver. A combien lui revient le mètre de flanelle lavée, si la perte au lavage est des 2/75 de la longueur primitive?

830. — Un marchand achète $525^m,20$ d'étoffe à $10^f,65$ le mètre. Il en revend d'abord les 3/5 à $12^f,50$ le mètre. S'il désire gagner en tout $1\,181^f,70$, combien doit-il vendre le mètre de ce qui reste? (*E. P. S.*)

831. — Un morceau de bœuf a été payé, avec les os, à raison de $1^f,05$ le kilogramme. Le poids des os est 1/5 du poids total. A quel prix revient le kilogramme de viande désossée?

832. — Un ménage consommait, par an, 6 hl. de vin à 24 fr. l'hectolitre. Le prix du vin étant les 5/3 de ce qu'il était, on a diminué la consommation. Malgré cela, la dépense annuelle s'est accrue de 30 fr. De combien d'hectolitres a-t-on diminué la consommation? (*E. P. S.*)

833. — Un marchand a acheté 60 m. de drap à $9^f,75$ le mètre. Le douzième de la pièce étant avarié, combien devra-t-il vendre le mètre du reste pour ne perdre que $7^f,50$?

834. — Un champ a été acheté à raison de 5 425 fr. l'hectare, pour un prix de 11 360 fr. Il a produit $19^{hl},5$ de blé par hectare et les frais de culture se sont élevés à $240^f,50$. Combien doit-on vendre l'hectolitre de blé pour que le champ rapporte, tous frais payés, un revenu égal à 1/20 du prix d'achat? (*Lyc. et Coll.*)

835. — Un ouvrier fait 8 m. 4/5 d'ouvrage en deux jours, un 2e ouvrier fait 15 m. 5/12 en trois jours. On demande combien ces deux ouvriers réunis font de mètres d'ouvrage en 12 jours. (*Saint-Maixent.*)

Multiplication (*Fractions. Nombres fractionnaires*).

152. **3e Cas.** — *Produit d'une fraction par une fraction.*

Ex. : Effectuer le produit : $5/7 \times 4/9$.

Ce produit est égal à quatre fois le neuvième de 5/7. (§ **150**)

1° 1/9 de 5/7 est 9 fois plus petit que 5/7, soit : $\frac{5}{7\times 9}$ (§ **129**)

2° $\frac{4}{9}$ de $\frac{5}{7}$ valent : $\frac{5\times 4}{7\times 9}=\frac{20}{63}$.

Règle. — Le **produit de deux fractions** est une fraction qui a pour *numérateur* le *produit des numérateurs* et pour *dénominateur* le *produit des dénominateurs* des deux fractions données.

153. **4e Cas.** — *Produit de nombres fractionnaires.*

Ex. : Effectuer le produit $7\frac{3}{4}\times 2\frac{2}{3}$. Formuler la règle.

1° Convertissons les nombres fractionnaires en fractions :

$$7\frac{3}{4}=\frac{31}{4}; \qquad 2\frac{2}{3}=\frac{8}{3}.$$

2° **Produit :** $7\frac{3}{4}\times 2\frac{2}{3}=\frac{31\times 8}{4\times 3}=\frac{31\times 2}{3}=\frac{62}{3}=20\frac{2}{3}$. (§ **152**)

154. — Le **produit de plusieurs fractions** est une fraction qui a pour *numérateur* le *produit des numérateurs* et pour *dénominateur* le *produit des dénominateurs* des fractions données.

Ex. : $\frac{5}{8}\times\frac{4}{9}\times\frac{7}{15}=\frac{5\times 4\times 7}{8\times 9\times 15}=\frac{7}{2\times 9\times 3}=\frac{7}{54}$.

155. Théorème. — *Le produit de plusieurs facteurs est indépendant de l'ordre des facteurs.*

Ex. : $\frac{4}{5}\times 7\times\frac{3}{8}=\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}\times 7$.

En effet, $\frac{4}{5}\times 7\times\frac{3}{8}=\frac{4\times 7\times 3}{5\times 8}=\frac{3\times 4\times 7}{8\times 5}$. (§ **46**)

$=\frac{3}{8}\times\frac{4}{5}\times 7$. (§ **154**)

Remarque. — Le théorème précédent étant vrai pour les nombres fractionnaires, les *conséquences* qu'on en a déduites pour les produits de facteurs entiers (§§ **47, 48, 49**) s'étendent aux produits de facteurs fractionnaires.

Exercices. — **836.** — Effectuer les produits suivants :

$$\frac{4}{7}\times\frac{2}{3};\quad \frac{6}{7}\times\frac{8}{9};\quad \frac{3}{4}\times\frac{5}{8}\times 9;\quad \frac{7}{12}\times 4\times\frac{6}{15}\times\frac{9}{14}.$$

837. — Prendre : 1° les 2/3 de 4/5 ; 2° les 7/9 de 15/21.

838. — Prendre : 1° les 3/4 des 5/6 de 72 ; 2° les 2/5 des 4/7 de 140 ; 3° les 2/3 des 6/11 de 8/15.

839. — On veut prendre les 3/11 de la fraction 5/7. Quelle opération doit-on faire? Justifiez-la. (*E. P. S.*)

840. — Expliquez la multiplication des nombres fractionnaires (théorie et règle pratique) sur l'exemple : 3 2/5 × 6 7/9. (*E. P. S.*)

841. — Expliquer la règle de la multiplication d'une fraction par une fraction sur l'exemple : 5/8 × 3/7. (*B. E. Caen.*)

842. — Expliquez la multiplication de (7 + 2/5) × 3/4 et comparez le produit au multiplicande. (*E. P. S.*)

843. — Multiplier 8/9 par 5/7. Expliquer l'opération et démontrer, en outre, que le produit est plus petit que 8/9 et que 5/7. (*E. P. S.*)

844. — Démontrer que 4 × 2/3 = 2/3 × 4. (*B. E. Alger.*)

845. — Prendre les 4/7 de 1/3 de 3 hl. 4 l. Expliquer. (*B. E. Seine.*)

846. — Montrer que l'on peut effectuer la multiplication de 5 2/3 par 7 4/9, sans transformer ces nombres fractionnaires en expressions fractionnaires. (*B. E. Paris.*)

847. — Quand on a un produit de deux fractions à effectuer, peut-on réduire d'abord les fractions au même dénominateur ? Pourquoi ne le fait-on pas? (*B. E. oral, Paris.*)

* **848.** — Démontrer que 2/7 × 3 × 4/9 = 3 × 4/9 × 2/7. (*B. E. Seine.*)

* **849.** — Dire ce que devient un produit de deux facteurs lorsqu'on multiplie chacun des deux facteurs par la fraction 4/5. Faites la démonstration et vérifiez sur l'exemple : 15 × 20. (*B.E. Poitiers.*)

* **850.** — Prendre les 5/8 des 2/15 de 642. Pourquoi obtient-on le même résultat qu'en prenant les 2/15 des 5/8 de 642 ? (*Lyc. et Coll.*)

* **851.** — On multiplie un certain nombre par 7/9, puis le résultat par 11/8. Dire si le dernier produit est inférieur ou supérieur au nombre donné, et pourquoi. (*E. P. S.*)

* **852.** — Effectuer, en raisonnant toutes les opérations, le produit suivant : 15/8 × 16/3 × 7/20. Donner la plus simple expression du résultat. (*B. E. Lille.*)

* **853.** — Le produit suivant de trois fractions : 4/5 × 2/3 × 7/11, est-il plus petit ou plus grand que chacune de ces fractions? Démontrer ce qu'il est par rapport à la fraction 2/3. (*B. E. Seine.*)

* **854.** — Démontrer que le produit que l'on obtient en rendant le multiplicande deux fois plus grand et le multiplicateur trois fois plus petit est bien les 2/3 du premier produit. (*B. E. Clermont.*)

* **855.** — Effectuer de toutes les façons connues la multiplication de 5 + 3/4 par 8 + 2/3. Expliquer les opérations faites et montrer que les résultats obtenus sont identiques. (*B. E. Lyon.*)

* **856.** — Ayant un produit de deux facteurs, on multiplie le multiplicande par 3/5 et le multiplicateur par 7. Démontrer que le produit des facteurs ainsi modifié est égal au produit primitif multiplié par le produit (3/5) × 7. (*B. E. Rennes.*)

* **857.** — Enoncer et démontrer la règle de la multiplication de deux fractions. — Dans quel cas le produit de deux fractions irréductibles est-il aussi une fraction irréductible ? (*B. E. Seine.*)

Multiplication des fractions.

5/24
52f,5

Problèmes. — 858. — Une dame ayant acheté dans un magasin les 5/6 d'un coupon de soie pour 70 fr. cède les 3/4 de cet achat à une autre personne. Quelle partie du coupon lui reste-t-il et quelle somme l'autre personne doit-elle lui rembourser? (*E. P. S.*)

859. — Le café vert perd 1/5 de son poids par la torréfaction. Un épicier achète 145 kg. de café vert à raison de 3f,20 le kilogramme, et désire avoir comme bénéfice 1/10 du prix d'achat. Combien devra-t-il vendre le kilogramme de café brûlé? (*E. P. S.*)

860. — Une modiste achète 3 rubans : le 1er a 2m 2/3 de long, le 2e, 2m 5/6, et le 3e, 3m 7/8. Elle les paye à raison de 0f,80 le mètre et les revend avec un bénéfice égal au tiers du prix d'achat. Quelle somme recevra-t-elle? (*Lyc. et Coll.*)

861. — Une balle élastique rebondit chaque fois à une hauteur égale aux 4/9 de la hauteur d'où elle est tombée. Elle tombe d'une hauteur de 18 m., et on la laisse rebondir 2 fois. A quelle hauteur s'élèvera-t-elle au deuxième bond? (*B. E. Grenoble.*)

862. — On a acheté 150 œufs à raison de 0f,80 la douzaine; on en revend 1/3 à 0f,12 l'œuf, et le reste à raison de 4 pour 0f,35. Combien gagne-t-on? (*E. P. S.*)

863. — Pour faire des confitures d'abricots, on a acheté 72 kg. de fruits qui ont perdu, par le nettoyage, 1/12 de leur poids. Aux fruits nettoyés, on a ajouté les 3/5 de leur poids de sucre, et, par la cuisson, le mélange a perdu 1/20 de son poids. Sachant que le kilogramme d'abricots a coûté 0f,65, que le kilogramme de sucre a été payé 0f,70 et que les menus frais se sont élevés à 2f,85, trouver le prix de revient du kilogramme de confitures. (*E. P. S.*)

864. — La famille d'un officier, composée du père, de la mère et de deux enfants, a payé 157f,71 ses billets de chemin de fer en 1re classe pour un trajet de Paris à Lyon. Le père ne paye que quart de place et le plus jeune des enfants que demi-place. Sachant que le prix d'une place en 1re classe est de 0f,112 par kilomètre, on demande de calculer la distance de Paris à Lyon. (*E. P. S.*)

865. — Un marchand a acheté une pièce de drap de 84 m. à raison de 15f,40 le mètre. Les frais de transport se sont élevés à 12f,60. Il revend les 3/7 de cette pièce pour 482f,80. Combien doit-il revendre le mètre du reste pour que son bénéfice total soit de 175 fr.? (*B. E. Dijon.*)

866. — D'un tonneau contenant 180 l. de vin, on tire 18 l. que l'on remplace par de l'eau. On tire encore 18 l. du mélange que l'on remplace par de l'eau. Quelle est alors la quantité de vin contenue dans le mélange? (*B. E. Seine.*)

***867.** — On pourrait faire une robe avec 6m,50 d'étoffe de 1m,20 de largeur. Mais l'étoffe dont on dispose n'a que 0m,75 de largeur et elle coûte 0f,50 le double décimètre. Le montant de la façon et des fournitures devant s'élever aux 5/6 des 2/3 du prix du tissu, quel sera le prix de la robe avec la 2e étoffe? (*B. E. Rennes.*)

***868.** — Une compagnie de tramways fait payer 0f,20 en 1re classe, 0f,15 en 2e classe. Elle transporte journellement en moyenne 15012 voyageurs de 1re classe et 45012 de 2e. Si elle réduit les tarifs de 0f,05 dans chaque classe, elle prévoit une augmentation de trafic de moitié en 1re classe, du quart en 2e. Y a-t-il avantage pour la compagnie à faire la modification de tarifs? (*B. E. Rennes.*)

***869.** — Lorsque le vin coûtait 25 fr. l'hectolitre, un ménage en consommait par an $6^{hl},4$. Le prix s'étant élevé, la consommation est devenue moindre; mais la dépense s'est néanmoins accrue dans le rapport de 9/8. — Étant donné que la valeur du vin est devenue les 8/5 de ce qu'elle était, cherchez de combien la consommation a été diminuée. (*B. E. Aix.*)

***870.** — Dans une mairie 3 employés sont chargés de confectionner les cartes électorales; le 1er en établit les 2/5, le 2e 1/4, et le 3e le reste. Si on payait ce travail à raison de $0^f,029$ la carte, le crédit alloué serait insuffisant de $4^f,36$; et, si on le payait à raison de $0^f,025$, le crédit présenterait un reliquat de 39 fr. Quel est : 1° le nombre des électeurs inscrits; 2° le montant du crédit alloué; 3° la somme réelle touchée par chaque employé si le travail a été payé à raison de $0^f,025$ la carte, et si on a partagé le reliquat en trois parts égales? (*B. E. Seine.*)

***871.** — Un père en mourant laisse 2 fils et 3 filles. Son héritage s'élève à 28 600 fr. A l'un des fils, il lègue les 5/12 de l'héritage; il lègue à l'autre fils 4/15 de ce même héritage, et il prescrit que le reste de son bien sera partagé entre ses filles de façon que la plus jeune ait les 4/11 de la part totale des 3 filles et que les 2 autres aient des parts égales. Quelle sera la part de chaque enfant? (*B. E. Seine.*)

***872.** — Le lait de bonne qualité contient les 4/25 de son poids de crème. On demande : 1° quelle est la quantité de beurre que l'on pourrait produire avec 22 kg. 5/8 de lait, si le poids du beurre est les 8/10 de celui de la crème; 2° quel est le prix qu'on en retirerait si les 500 g. de beurre se vendent $1^f,15$. (*B. E. Nancy.*)

***873.** — Supposons qu'il soit convenu que sur les chemins de fer : en 3e classe, on paye $0^f,05$ par personne et par kilomètre; en 2e classe, 1/3 en plus qu'en 3e; en 1re classe enfin, 1/2 en plus qu'en 2e classe. En outre, on ajoute, à titre d'impôt, 1/10 sur les prix des billets de 2e classe, et 1/8 sur les prix des billets de 1re. Calculer la recette pour un parcours de 45 km., sur lequel on a compté 235, 150 et 76 voyageurs respectivement en 3e, 2e et 1re classe. (*B. E. Seine.*)

***874.** — L'hectolitre de blé pèse $78^{kg},5$ et 100 kg. de blé fournissent par la mouture 70 kg. de farine. On sait d'autre part que 100 kg. de farine produisent 135 kg. de pain. Combien peut-on fabriquer de kilogrammes de pain avec $27^{hl},5$ de blé, et quel sera le prix du kilogramme de pain si 1 hl. de blé coûte $21^f,50$ et si les frais de mouture et de panification s'élèvent à 1/5 du prix du blé? (*B. E. Seine.*)

***875.** — Une personne remplit son verre de vin pur et en boit le quart, elle achève de le remplir avec de l'eau et en boit le tiers; elle achève de le remplir avec de l'eau et en boit la moitié; elle achève de le remplir avec de l'eau et boit le verre entier. On demande combien elle a bu d'eau et de vin à chaque fois, et quelle est la quantité totale d'eau qu'elle a bue. (*B. E. Seine.*)

***876.** — Un marchand qui avait acheté de la toile écrue la revend après blanchissage au prix de $2^f,40$ le mètre; il réalise ainsi un bénéfice de 20 °/₀ sur le prix d'achat. Quel est le prix d'achat du mètre de la toile écrue, sachant qu'elle perd au blanchissage les 3/20 de sa longueur? Combien gagne le marchand sur une opération portant sur 21 pièces de toile écrue de 50 m. chacune? (On ne tient pas compte des frais de blanchissage.) (*B. E. Grenoble.*)

***877.** — On a acheté 599 boules blanches et rouges pour $442^f,75$. Une boule blanche coûte $0^f,65$ et une rouge $0^f,80$. Dire : 1° le nombre des boules blanches et celui des boules rouges; 2° le gain que l'on fera en revendant ces boules, si ce gain est 1/12 du prix d'achat pour les boules blanches et 1/15 pour les rouges. (*B. E. Montpellier.*)

Quotient exact *(Nombre entier et fraction).*

156. — Le **quotient exact de deux nombres** entiers ou fractionnaires est un *troisième nombre* dont le *produit par le diviseur* est *égal* au *dividende*.

157. Théorème. — *Une fraction est le quotient exact de son numérateur par son dénominateur.*

Ex. : 4/5 est le quotient exact de 4 par 5.

En effet : $\frac{4}{5} \times 5 = \frac{4 \times 5}{5} = 4.$ (§ **156**)

158. **1er Cas.** — *Quotient exact de deux nombres entiers.*

Ex. : Calculer le quotient de 23 par 4.

D'après le théorème précédent, ce **quotient** est $\frac{23}{4}$ ou $5\frac{3}{4}$.

Règle. — Le **quotient exact de deux nombres entiers** est la fraction qui a pour *numérateur* le *dividende* et pour *dénominateur* le *diviseur*.

Remarque. — Lorsqu'une division de deux nombres entiers a un *reste* différent de 0, on **complète le quotient entier** par une fraction qui a pour *numérateur* le *reste* et pour *dénominateur* le *diviseur*.

159. **2e Cas.** — *Quotient exact d'une fraction par un nombre entier.*

Ex. : Calculer le quotient exact de $\frac{6}{11}$ par 3.

Le **quotient de 6/11 par 3** est le nombre qui, multiplié par 3, donne 6/11 pour produit. (§ **156**).

Le quotient est donc 3 fois plus petit que 6/11, il est égal à :

$$\frac{6}{11 \times 3} = \frac{6}{33}, \quad \text{ou à :} \quad \frac{6:3}{11} = \frac{2}{11}. \quad (\S\ \mathbf{129})$$

Règle. — Pour **diviser une fraction par un nombre entier,** on *multiplie son dénominateur* ou, si cela est possible, on *divise son numérateur* par ce nombre entier.

160. **3e Cas.** — *Quotient exact d'un nombre entier par une fraction.*

Ex. : Calculer le quotient exact de 9 par 3/4.

Le **quotient de 9 par 3/4** est le nombre qui, multiplié par 3/4, donne 9 pour produit.

Les 3/4 du quotient valent donc 9.

1/4 ... vaut : $\frac{9}{3}$.

Les $\frac{4}{4}$, ou le **quotient**, valent : $\frac{9}{3} \times 4 = \frac{9 \times 4}{3} = 9 \times \frac{4}{3}$.

Règle. — Pour diviser un nombre entier par une fraction, on *multiplie le nombre entier* par la *fraction renversée.*

Remarque. — On pourrait démontrer les règles relatives au quotient exact, en prouvant que le produit du diviseur par le quotient déduit de ces règles est égal au dividende, c'est-à-dire en faisant la **preuve de la division.**

Ex. : Le quotient de 9 par $\frac{3}{4}$ est $\frac{9 \times 4}{3}$.

Faisons la **preuve :** $\frac{3}{4} \times \frac{9 \times 4}{3} = \frac{3 \times 9 \times 4}{4 \times 3} = 9$ (dividende).

Exercices. — 878. — Effectuer les divisions suivantes :

$\frac{5}{7} : 8$; $\frac{8}{9} : 4$; $12 : \frac{3}{4}$; $\frac{72}{99} : 9$; $54 : \frac{9}{11}$; $36 : \frac{24}{31}$.

879. — Calculer le quotient exact des divisions suivantes :

47 : 5; 793 : 3; 745 : 12; 5840 : 19; 15853 : 36.

880. — Qu'obtient-on en divisant un nombre : 1° par 1/4, 2° par 1/5 ?

881. — Définissez la division et expliquez, après l'avoir effectuée, la division suivante : 3/7 : 9. (*E. P. S.*)

882. — Par quel nombre faut-il multiplier 11/12 pour obtenir 792 ? Démontrer la règle suivie pour trouver ce nombre. (*B. E. Seine.*)

883. — Au lieu de diviser un nombre par 7, on l'a divisé par 1/7. Comparer le quotient obtenu au quotient qu'on aurait dû obtenir. Justification. (*B. E. Caen.*)

884. — Comment divise-t-on un nombre entier par une fraction ? Diviser 5 unités par 3/4 et raisonner l'opération. (*E. P. S.*)

885. — Par quel nombre faut-il multiplier 7 pour l'augmenter de 5 ?

***886.** — Expliquez comment une fraction telle que 32/7 peut être considérée comme le quotient de son numérateur par son dénominateur. (*B. E. Seine.*)

***887.** — Trouver le nombre entier qui, divisé par 8/13, donne un quotient qui lui soit supérieur de 275 unités. (*B. E. Bordeaux.*)

***888.** — En diminuant un nombre de 84, on obtient le même résultat qu'en le divisant par 9/5. Quel est ce nombre ? (*B. E. Clermont.*)

***889.** — Si l'on divise par 4 le diviseur d'une division quelconque, le quotient exact est multiplié par 4. — Montrer qu'il n'en est pas de même du quotient entier de 165 : 24. (*B. E. Seine.*)

***890.** — Que devient le produit de deux nombres si on multiplie l'un de ces nombres par 3/4 et qu'on divise l'autre par 5/8 ? Règle et démonstration. (*E. N. Meuse.*)

Quotient exact (*Fractions et N. fractionnaires*).

161. **4e Cas.** — *Quotient exact de deux fractions.*

Ex. : Calculer le quotient exact de 8/9 par 5/7.

Le **quotient de 8/9 par 5/7** est le nombre qui, multiplié par 5/7, donne 8/9 pour produit. (§ **156**)

Les 5/7 du quotient valent donc 8/9,

1/7 ... $\frac{8}{9 \times 5}$.

Les 7/7 ou le quotient valent $\frac{8 \times 7}{9 \times 5} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{9}} \times \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{5}}$.

Règle. — Pour **diviser une fraction par une fraction,** on *multiplie la fraction dividende* par la *fraction diviseur renversée.*

Autre démonstration. — Le quotient de 8/9 par 5/7 est 8/9 × 7/5.

Faisons la **preuve :** $\frac{5}{7} \times \left(\frac{8}{9} \times \frac{7}{5}\right) = \frac{5 \times 8 \times 7}{7 \times 9 \times 5} = \frac{8}{9}$ (dividende).

162. **5e Cas.** — *Quotient exact de deux nombres fractionnaires.*

Ex. : Calculer le quotient exact de $8\frac{4}{5}$ par $7\frac{3}{4}$.

1° Convertissons les nombres fractionnaires en fractions :

$$8\frac{4}{5} = \frac{44}{5}; \quad 7\frac{3}{4} = \frac{31}{4}.$$

2° **Quotient :** $8\frac{4}{5} : 7\frac{3}{4} = \frac{44}{5} : \frac{31}{4} = \frac{\mathbf{44 \times 4}}{\mathbf{5 \times 31}} = \frac{176}{155} = 1\frac{21}{155}$.

Règle. — Pour **diviser deux nombres fractionnaires** l'un par l'autre, on les *convertit en fractions* et *on applique* la règle précédente.

163. — **Deux nombres** sont dits **inverses** l'un de l'autre lorsque leur *produit* est égal à **1**.

Ex. : L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$. En effet : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$.

L'inverse de 6 est $\frac{1}{6}$. En effet : $6 \times \frac{1}{6} = 1$.

Remarque. — Les règles de la division des fractions peuvent s'énoncer ainsi : *Pour obtenir le quotient exact de deux nombres,* **on multiplie le 1er par l'inverse du second.**

Exercices. — Effectuer les divisions suivantes :

891. — $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$; $\frac{5}{12} : \frac{7}{15}$; $\frac{8}{11} : \frac{7}{9}$; $\frac{4}{3} : \frac{3}{4}$; $\frac{8}{18} : \frac{4}{9}$.

892. — $4\frac{5}{9} : 6$; $12 : 3\frac{4}{5}$; $8\frac{7}{11} : \frac{5}{6}$; $2\frac{9}{14} : 1\frac{5}{9}$; $8\frac{12}{25} : 2\frac{4}{5}$.

893. — Le produit d'une multiplication étant $\frac{8}{15}$ et l'un des facteurs 4/5, quel est l'autre facteur?

×**894.** — Diviser 5 2/3 par 4/7 et expliquer l'opération. (*E. P. S.*)

895. — Théorie de la division d'une fraction par une fraction. On raisonnera sur le problème suivant : 3/4 de mètre de drap coûtent 5/7 de franc. Combien coûte le mètre? (*E. P. S.*)

896. — Quelle est la fraction irréductible qui, multipliée par 5/7, donne pour produit 1?

897. — Par quel nombre divise-t-on 4/5 quand on prend les 2/3 de 4/5?

898. — Démontrer que, pour diviser une fraction par une fraction, on peut diviser respectivement les deux termes de la 1re par les deux termes de la seconde. — Exemple : 28/60 : 7/12. (*B. E. Seine.*)

899. — Diviser : 1° la fraction 3/4 par la fraction 5/6, 2° la fraction 24/35 par la fraction 6/7 en procédant d'une façon différente pour les deux opérations. Expliquer les deux procédés. (*E. P. S.*)

900. — Qu'entend-on par prendre une fraction d'un nombre? Quelle fraction de 7/9 faut-il prendre pour obtenir 2/5? (*B. E. Seine.*)

901. — Pourrait-on, pour obtenir le quotient de deux fractions, réduire d'abord ces deux fractions au même dénominateur? A quoi serait égal le quotient des deux fractions obtenues? Exemple.

902. — En divisant 5/8 par une certaine fraction, on obtient pour quotient 4/5. Quelle a été la fraction diviseur? (*B. E. Paris.*)

903. — Effectuer et expliquer la division de 4 2/3 par 5 1/6. On fera la preuve de l'opération. (*B. E. Seine.*)

***904.** — Par quel nombre multiplie-t-on la fraction 5/7 si l'on diminue de 3 son dénominateur? (*B. E. Seine.*)

***905.** — Indiquer et expliquer les procédés différents qu'on peut employer pour effectuer : 4 2/3 : 3 7/8. (*B. E. Toulouse.*)

***906.** — Lorsqu'on ajoute 2 à chacun des termes de la fraction 3/5, indiquez, par le raisonnement, par quel nombre cette fraction se trouve multipliée. Vérifiez. (*B. E. Toulouse.*)

***907.** — Le produit d'un nombre par 3/7 est égal au quotient de 15 par 5/8; quel est ce nombre? (*B. E. Dijon.*)

***908.** — Quelle fraction de 7/9 faut-il prendre pour obtenir les 2/5 de 3/8? Faites la preuve. (*B. E. Seine.*)

***909.** — Montrer que le quotient de 3/4 par 5/7 est égal au quotient de (3/4)×6 par (5/7)×6. (*B. E. Besançon.*)

***910.** — Le produit de 7 par 2/3 est plus petit que 7. Montrez-le et expliquez pourquoi il en est ainsi. — Le quotient de 7 par 2/3 est plus grand que 7. Montrez-le et expliquez pourquoi il en est ainsi. — Enoncez une règle générale. (*B. E. Toulouse.*)

***911.** — On propose de diminuer la fraction 275/289 des 4/21 de sa valeur en opérant seulement sur le dénominateur. Expliquer l'opération. (*B. E. Poitiers.*)

Division des fractions.

Problèmes. — **912.** — On achète une pièce d'étoffe à raison de 7 fr. les 3 mètres; on la revend à raison de 28 fr. les 11 m. et l'on gagne 23 fr. Quelle est la longueur de la pièce? (*E. P. S.*)

264 **913.** — On a acheté des objets en payant 3 fr. pour 11 d'entre eux et on les a revendus à raison de 5 fr. la douzaine. On a gagné ainsi 38 fr. Dire : 1° combien on a vendu d'objets; 2° quel bénéfice on réa-
43f,18 liserait par la vente de 300 objets. (*E. P. S.*)

914. — En revendant une pièce de drap à raison de 10 fr. les 2/3 de mètre, un marchand gagne 195 fr. Mais en la revendant 8f,75 les 5/6 de m., il perd 97f,50. On demande : 1° la longueur de l'étoffe; 2° le prix d'achat du mètre de cette étoffe. (*B. E. Besançon.*)

915. — Une vis avance de 3/10 de mm. en 7 tours; combien fera-t-elle de tours pour avancer de 4 mm. 1/2? (*Ec. Nat. Prof.*)

916. — D'une pièce de velours de 25m,50, on a vendu une 1re fois
30f 1m,50, une 2e fois 5 m. 5/6, une 3e fois 1 m. 4/5 et une 4e fois 7 m. Combien le marchand a-t-il vendu le mètre, sachant que s'il vendait le reste au même prix il en retirerait 281 fr.? (*C. Comp'.*)

917. — Une lingère achète les 3/4 d'une pièce de toile de 168 m. de longueur totale. Elle en fait des chemises, et pour chacune d'elles elle emploie 2 m. 1/3. Le prix de façon étant de 15 fr. pour une douzaine de chemises et la toile valant 1f,50 le mètre, quel a été le prix de vente de toutes les chemises confectionnées, si la lingère les vend avec un bénéfice de 25 °/₀? (*E. P. S.*)

918. — Un seau de charbon contient 20 kg. 1/3 de charbon. Pour se chauffer chaque jour, une personne en brûle les 5/7. D'autre part, 12 hl. 1/9 coûtent 42 fr. et l'hectolitre pèse 80 kg. Combien cette personne a-t-elle dépensé durant 4 mois de 30 jours? (*B. E. Alger.*)

919. — Si l'on fait couler dans un réservoir une fontaine donnant 20 l. d'eau en 3 minutes, au bout d'un certain temps il manquera 40 l. pour que le réservoir soit plein, et si, pendant le même temps, on avait fait couler, non pas la 1re fontaine, mais une autre donnant 52 l. en 5 minutes, 72 l. auraient débordé. On demande combien le réservoir contient de litres. (*B. E. Seine.*)

920. — Pour faire une robe, on achète 12m,50 d'une étoffe qui a 0m,60 de large et qui coûte 4f,80 le mètre. On désire doubler entièrement cette robe avec une étoffe de 5/6 de mètre de large et dont le prix est les 3/7 du précédent. Dire : 1° le nombre de mètres de doublure; 2° le prix total des deux étoffes; 3° la réduction opérée sur la facture si l'on paye comptant avec une remise de 2f,25 °/₀. (*E. P. S.*)

***921.** — Un marchand a acheté une pièce de toile de 50 m. et l'a fait laver; cette pièce s'est rétrécie, elle a perdu les 2/51 de sa lon-
5f,59 gueur. S'il la vendait au prix d'achat, le marchand perdrait 9f,75. On demande combien il doit la vendre par mètre pour gagner 20f,25 sur la totalité. (*E. P. S.*)

***922.** — Une personne achète 32 m. de soie et 15 m. de velours pour 636f,25. Après réflexion, elle offre de rendre au marchand 8 m. de soie en échange de 7 m. 2/3 de velours. Le marchand accepte à condition que cette personne ajoutera 20f,75 pour solder le compte. Trouver le prix du mètre de soie et du mètre de velours. (*C. E. P. S.*)

***923.** — On a mis 450 l. de vin dans 580 bouteilles contenant, les unes 5/7 de litre, et les autres 5/6 de litre. Combien y a-t-il de bouteilles de chaque espèce? (*B. E. Seine.*)

*Revision.

Exercices. — **924.** — Retrancher 7 unités 3/5 de 12 unités 1/7. — Diviser 4 2/3 par 5/7. Donner les règles suivies. (*E. P. S.*)

925. — Additionner les fractions 4/6, 30/75, 9/11, 6/18, 15/16 et diviser leur somme par la fraction 33/41. (*Saint-Maixent.*)

926. — Enoncer et démontrer la règle de la division d'une fraction par une fraction sur l'exemple suivant : 239/2485 : 3/7. — Quand le raisonnement peut-il donner lieu à deux énoncés différents pour la règle de cette opération? (*B. E. Bordeaux.*)

927. — Après avoir calculé le quotient entier de 139 par 12, indiquer immédiatement le quotient et le reste qu'on obtiendrait en divisant au préalable chacun de ces nombres par 1/5. Démontrer le principe appliqué. (*B. E. Rennes.*)

928. — Enoncer la règle à suivre pour réduire des fractions au p. p. d. c. et l'appliquer aux fractions suivantes : 12/60, 22/63, 51/85. — Effectuer ensuite le plus simplement possible : 1° la somme, 2° le produit de ces trois fractions. (*B. E. Lille.*)

929. — Qu'est-ce que multiplier une fraction par une fraction? — Qu'est-ce que diviser une fraction par une fraction? — *Application :* Quelle fraction de 6/7 faut-il prendre pour avoir 3/4? Expliquer l'opération qui en résulte et faire la preuve. (*B. E. Clermont.*)

930. — On divise 5/8 par une certaine fraction et le quotient obtenu est les 11/3 du dividende. Quel est le diviseur? Démonstration et vérification. (*B. E. Bordeaux.*)

931. — Que devient un produit de deux facteurs quand on multiplie par 3/4 chacun de ses facteurs? — Dire ce qu'est le nouveau produit par rapport au produit primitif. (*B. E. Seine.*)

932. — Les deux facteurs d'un produit ont été, l'un multiplié par 1/4, l'autre divisé par 1/7. Le produit des résultats obtenus est 2415. Quel était le produit des deux premiers facteurs? (*B. E. Seine.*)

933. — Démontrer que le produit $4/5 \times 5/6 \times 6/7$ est plus petit que chacune des trois fractions. Quelle est la différence qui existe entre chacune des trois fractions et le produit? (*B. E. Seine.*)

934. — Que devient le produit de deux facteurs si on multiplie le 1er par 2/3 et le 2e par 5/7? — Que devient le quotient de deux nombres si on multiplie le dividende par 1/3 et le diviseur par 1/4? Exemples et démonstration. (*B. E. Chambéry.*)

935. — Par quel nombre faut-il multiplier 39 pour l'augmenter de ses 3/13? (*E. N. Toulouse.*)

936. — Dites dans quel cas le quotient de la division de deux nombres est plus grand que le dividende. Donnez-en un exemple avec une explication raisonnée. Dites ensuite par quelle quantité il faut diviser un nombre pour l'augmenter de ses 2/7. Démonstration. (*B. E. Seine.*)

937. — La fraction 167/169 peut-elle être simplifiée? Oui ou non et pourquoi? Diminuer cette fraction des 3/16 de sa valeur en modifiant son dénominateur. (*B. E. Lille.*)

938. — Trouver une fraction ordinaire telle que si, après avoir ajouté son dénominateur à ses deux termes, on la retranche du résultat, le reste soit égal à la 1re fraction. (*B. E. Clermont.*)

939. — On divise le dividende d'une division par 3/7 et l'on divise le diviseur par 11/8. Le quotient est alors égal à 3. Quel était le quotient primitif? (*E. N. Laon.*)

Fraction connue.

Problèmes. — 940. — Un cultivateur a vendu les 2/5 de sa récolte pour 3260 fr. Quelle serait à ce prix la valeur totale de sa récolte?

Explication. — On peut écrire :

Valeur de la récolte $\times$ 2/5 = 3260 fr.

La **valeur de la récolte** est donc égale au **quotient de 3260 fr. par 2/5.**

941. — Les 3/5 d'une pièce de drap ont été vendus 226f,80 à raison de 9f,45 le mètre. Quelle était la longueur de la pièce?

942. — Quel est le nombre dont le tiers et demi vaut 5 2/7?

943. — Les 5/9 de la somme que j'ai dans ma poche étant augmentés de 35 fr. font 60 fr. Combien ai-je?

944. — Quel est le nombre que l'on augmente de 7 lorsqu'on y ajoute ses 5/8?

945. — En diminuant de 8 les 3/4 des 5/19 d'un nombre, on obtient 16. Quel est ce nombre?

946. — En revendant une marchandise pour 950 fr., un négociant a réalisé un bénéfice qui est les 4/15 du prix d'achat. Quel est le prix d'achat?

947. — Un mercier achète 12m,45 de velours à 6f,90 le mètre et 8m,60 de taffetas. En échange, il rend au marchand un coupon de drap de 6m,85 valant 12f,50 le mètre, et il ne redoit plus ainsi que les 2/7 de son achat. Quel est le prix du mètre de ce taffetas? (*Lyc. et Coll.*)

948. — La population de l'Asie est les 15/7 de celle de l'Europe et celle de l'Afrique est les 3/11 de celle de l'Europe. On demande quelle est la population de l'Afrique, sachant que celle de l'Asie est de 893 640 000 habitants. (*P. T. T.*)

949. — Un bûcheron avait un tas de bois dont il a vendu les 2/9. Avec l'argent qu'il a retiré de la vente il a acheté 24 m. de drap à 7f,90 le mètre, et 34m,50 de toile à 1f,20 le mètre. Quel était le volume du tas de bois, le prix du stère étant de 10f,50? (*Ec. Prof.*)

950. — Une ménagère achète de la toile écrue qui perd 1/10 de sa longueur au blanchissage. Combien lui faudra-t-il acheter de mètres de toile pour faire 9 paires de draps en toile blanche, sachant que chaque drap mesure 2m,80 et nécessite deux largeurs? Quel sera le montant de la dépense si la toile coûte 1f,90 le mètre? (*E. P. S.*)

951. — Deux personnes ont le même revenu. La 1re économise 1/5 de son revenu, tandis que la 2e dépense 800 fr. de plus qu'elle. Il en résulte qu'au bout de 3 ans la 2e a 852 fr. de dettes. Quel est le revenu de chaque personne? (*E. P. S.*)

952. — Un nombre moins la moitié de son septième égale 1. Quel est ce nombre? (*B. E. Aix.*)

953. — On a vendu les 7/12 d'une propriété à raison de 1280 fr. l'hectare. Sachant que la propriété tout entière avait été achetée à raison de 1005 fr. l'hectare et que le bénéfice sur la vente a été de 2406f,25, calculer l'étendue de cette propriété. (*Coll. Chaptal.*)

954. — Un fabricant de sucre vend à un épicier une certaine quantité de sucre à 70 fr. les 100 kg., et doit recevoir en payement 80 kg. de café et 2520 fr. en argent. Il ne peut fournir que les 4/7 de la quan-

tité de sucre qu'il a vendue, et il reçoit en payement les 80 kg. de café et une somme de 1320 fr. en espèces. On demande combien de kilogrammes de sucre le fabricant devait fournir et quel est le prix du kilogramme de café. (*B. E. Caen.*)

955. — On a deux pièces d'étoffe dont l'une est les 3/4 de l'autre. Avec la plus grande on peut faire 5 robes et il restera 5 m. Pour faire 5 robes avec la plus petite il manquerait 12 m. On demande : 1° la longueur de chaque pièce d'étoffe ; 2° le nombre de mètres nécessaires pour faire une robe. (*B. E. Caen.*)

956. — On laisse tomber un corps dur sur un plan de marbre, et on observe qu'il rebondit à une hauteur égale aux 3/11 de la hauteur d'où on l'a laissé tomber. Cela posé, on laisse tomber ce corps sur une table de marbre, et l'on trouve qu'après avoir rebondi 3 fois, il s'élève à une hauteur de $0^m,45$. On demande de quelle hauteur il était tombé tout d'abord. (*B. E. Alger.*)

957. — Les 2/3 d'une pièce de drap coûtent le même prix que les 3/5 d'une pièce de soie ; le drap vaut 9 fr. le mètre et la pièce de soie coûte 300 fr. Faire connaître : 1° la longueur de chacune des pièces d'étoffe, sachant qu'elles sont de la même longueur ; 2° le prix du mètre de soie ; 3° le prix de la pièce de drap. (*B. E. Caen.*)

***958.** — Un négociant achète une pièce de vin de 228 l. et paye en outre 1/3 du prix d'achat pour frais de transport et de régie. Il revend ce vin, défalcation faite de 10 l. de lie, à raison de $0^f,50$ le litre. Il réalise un bénéfice égal à 1/5 de la somme totale qu'il a déboursée. Trouver le prix d'achat de l'hectolitre de vin. (*B. E. Montpellier.*)

***959.** — En passant de la température de 4° à celle de 100°, l'eau pure se dilate de 1/24 de son volume. Quel sera le poids de 6 l. d'eau pure à 100° ? (*B. E. Caen.*)

***960.** — On a acheté des groseilles pour faire de la gelée. Elles donnent les 3/5 de leur poids de jus. A ce jus on ajoute $3^{kg},9$ de sucre coûtant $0^f,70$ le kilogramme. Après la cuisson, le mélange se réduit aux 2/3 de son poids primitif. Sachant que le demi-kilog. de gelée revient à $0^f,45$, on demande de trouver : 1° le poids des groseilles achetées ; 2° le prix du kilogramme de groseilles. (On sait que, pour faire de la gelée, on mélange des poids égaux de sucre et de jus de groseille.) (*B. E. Chambéry.*)

***961.** — Les élèves d'une école supérieure payent les uns 800 fr., les autres 600 fr. Le nombre total des élèves est de 61, parmi lesquels 4 sont admis gratuitement dont 3 de la 1re catégorie et 1 de la 2e. La somme représentant le prix de la pension de ces 4 élèves est égale aux 5/72 de la rétribution totale des autres. On demande combien cette école reçoit d'élèves de chaque catégorie. (*B. E. Seine.*)

***962.** — Deux personnes possèdent, l'une $327^f,75$, l'autre $333^f,60$; elles dépensent la même somme, et ce qui reste à la 1re est alors égal aux 5/8 de ce qui reste à la 2e. Quelle est leur dépense ? (*B. E. Seine.*)

***963.** — Un négociant achète les 11/15 d'une pièce d'étoffe à 30 fr. le mètre. Il vend les 20/21 de son achat pour la somme de 7140 fr. ; de cette façon, il gagne 210 fr. et le reste de l'étoffe qu'il a achetée. On demande la longueur de la pièce entière et le gain réalisé sur la vente de la 1re partie. (*E. N. Toulouse.*)

***964.** — Un fermier qui veut acheter une propriété fait le raisonnement suivant : Si je vends ma récolte de blé 20 fr. l'hectolitre, j'aurai de quoi payer la propriété et il me restera 2000 fr. ; si je ne la vends que 18 fr. l'hectolitre, il me manquera 1/25 du prix de mon acquisition. On demande : 1° combien le fermier avait d'hectolitres de blé ; 2° le prix de la propriété. (*B. E. Aix.*)

Somme ou différence connue de fractions d'un nombre.

17360f. **Problèmes. — 965.** — La différence entre les 6/7 et les 5/8 d'une somme est de 4030 fr. On demande quelle est cette somme. (*E. P. S.*)

966. — Trouver un nombre, sachant que sa moitié augmentée de ses 2/3 et de ses 5/8 vaut 387. (*Oral, B. E. Paris.*)

967. — Quel est le nombre dont les 13/20 surpassent le quart de 7 entiers 1/2? (*E. P. S.*)

968. — Un caissier donne les 2/5 de ce qu'il avait dans sa caisse, il reçoit ensuite 2662 fr. et la valeur primitive de son encaisse se trouve augmentée d'un tiers. Combien avait-il d'abord? (*C. Compl.*)

969. — Trois associés se partagent un bénéfice; le 1er en prend les 2/5, le 2e les 3/7 et le 3e le reste. Quelle est la part de chacun, sachant que le 2e reçoit 42 fr. de plus que le 1er? (*B. E. Poitiers.*)

970. — Un nombre vaut les 7/12 d'un autre; si on ajoute 15 à leur somme, on obtient deux fois le plus grand de ces nombres. Calculer ces deux nombres. (*E. P. S.*)

971. — Un négociant, déclaré en faillite, ne peut payer que 35 p. 100 à ses créanciers. Sachant qu'avec 3766f,50 de plus, il pourrait payer les 4/7 de ce qu'il doit; on demande quel est son actif et quel est son passif. (*B. E. Seine.*)

972. — Un spéculateur, après avoir acheté trois pièces de terre de 21 ha. 2/3 chacune, les revend et gagne 1/4 du prix d'achat. Sachant que son bénéfice eût été égal aux 2/7 du prix d'achat s'il les avait revendues 6 000 fr. de plus que le prix de vente réel, on demande, à 0f,01 près, quel a été le prix d'achat d'un hectare. (*E. P. S.*)

973. — Une personne achète 240 m. de toile. Elle paye comptant le quart de sa dépense; rentrée chez elle, elle envoie au marchand une somme de 50 fr. Elle ne doit plus alors que les 2/3 du montant de son achat; on demande le prix du mètre de toile. (*B. E. Montpellier.*)

974. — Un négociant achète une marchandise, puis il la revend avec un bénéfice qui est les 17/100 du prix d'achat, mais qui est inférieur de 28f,90 aux 17/100 du prix de vente. Trouver le prix d'achat et le prix de vente. (*E. P. S.*)

975. — Dans une école, le nombre des élèves du cours supérieur et du cours moyen réunis n'est que les 3/5 de celui des élèves du cours élémentaire, lequel est 5 fois plus nombreux que le cours supérieur. Sachant que le cours moyen comprend 28 élèves de plus que le cours supérieur, on demande combien il y a d'élèves dans chacun des cours de cette école. (*E. P. S.*)

976. — Les 2/3 d'un champ sont plantés en froment; les 2/9 en vignes, et le reste en pommes de terre; la 2e partie surpasse la 3e de 8a,54. Exprimer l'étendue totale du champ et celle de chaque portion en décamètres carrés. (*B. E. Alger.*)

977. — Pendant sa 1re année de commerce, le capital d'un commerçant s'est accru des 3/8 de sa valeur; pendant la 2e année, il a diminué de 1/5 de ce qu'il était après la 1re année; le bénéfice de la 3e année représente 1/15 du capital primitif. Au bout de ces 3 années, l'avoir du commerçant est égal à 64540 fr. Combien ce commerçant avait-il en entrant aux affaires? (*E. P. S.*)

978. — Un père et son fils travaillent ensemble. Le salaire du fils

est les 11/15 du salaire du père. Après 5 jours 1/2 de travail, le fils a reçu 8f,80 de moins que son père. 1° Quel est le salaire journalier de chacun d'eux? 2° S'ils dépensent ensemble par jour 4 fr. pour leur nourriture et désirent placer 600 fr. par an à la Caisse d'épargne, que leur restera-t-il pour leurs autres dépenses? (On comptera l'année de 365 jours comprenant 300 jours de travail.) (*B. E. Seine.*)

979. — Un propriétaire qui a un payement important à faire doit vendre, à cet effet, une partie de sa récolte de vin à raison de 32 fr. l'hectolitre. En vendant les 3/4 de sa récolte, il lui manquerait 1440 fr., tandis qu'il aura la somme suffisante en vendant les 6/7. Combien a-t-il récolté d'hectolitres de vin? (*B. E. Caen.*)

980. — Pendant une première année, une personne augmente son avoir de 2/15; pendant l'année suivante, elle augmente également de 2/15 le total de son nouvel avoir. Si l'augmentation avait été de 3/15 chaque année, cette personne aurait eu, au bout de la 2e année, 7000 fr. de plus. Dire le montant de son avoir primitif. (*Ec. Nat. Prof.*)

***981.** — Calculer le traitement d'un employé, sachant qu'il subit pour la retraite une retenue égale à 1/20 de ce traitement, qu'il dépense par an les 4/5 de son traitement diminué de la retenue, plus encore 200 fr.; qu'enfin, au bout de 6 ans, il a économisé les 297/550 de son traitement annuel. (*B. E. Seine.*)

***982.** — Un spéculateur achète une certaine quantité de marchandises qu'il revend ensuite. Le bénéfice brut de cette opération est exactement les 12/100 du prix de vente, et, lorsqu'on le diminue de 1000 fr., il est 1/10 du prix d'achat. Les frais de commission se sont élevés à 518 fr. Quel est le bénéfice net de l'entreprise? (*B. E. Seine.*)

***983.** — Deux frères ont hérité de la même somme: au bout de quelques années, l'aîné a augmenté son capital de ses 0,45 et le plus jeune a dépensé les 0,75 du sien. L'aîné possède alors 43524 fr. de plus que son frère. Quel est le montant de l'héritage et quel est actuellement le capital de chaque frère? (*B. E. Chambéry.*)

***984.** — Une maison vendue aux enchères a été adjugée pour 31500 fr. On demande la mise à prix, sachant qu'à la 1re enchère, l'augmentation a été 1/5 de la mise à prix; qu'à la 2e enchère, l'augmentation a été 1/4 de la 1re enchère, et qu'à la 3e enchère l'augmentation a été 1/20 de l'enchère précédente. (*B. E. Grenoble.*)

***985.** — Une institutrice a dépensé pendant une année les 2/3 de son traitement net pour sa nourriture et son entretien. Elle a employé le reste à payer la pension d'une jeune sœur, mais il lui a manqué 95 fr. qu'elle a dû emprunter. L'année suivante, elle a réduit ses dépenses à la moitié de son traitement net. Elle a pu alors payer en entier la pension de sa sœur et rembourser la somme qu'elle avait empruntée. On demande: 1° quel est son traitement brut, sachant que ce traitement subit la retenue de 1/20; 2° quel est le prix de la pension de la jeune sœur. — Vérification. (*B. E. Chambéry.*)

***986.** — Un tonneau est rempli de vin. On enlève les 3/16 du contenu et on les remplace par de l'eau. Cela fait, on enlève encore les 3/16 du contenu que l'on remplace par de l'eau. Calculer la capacité du tonneau, sachant que la quantité de vin pur qui reste dans le tonneau après la 2e opération surpasse de 61l,5 la moitié de la capacité totale. (*B. E. Paris.*)

***987.** — Un négociant avait acheté 220 m. de drap, qu'il revend à un prix tel que le gain est les 15/100 du prix d'achat. S'il eût vendu ce drap de manière à gagner 15 % sur le nouveau prix de vente, il eût eu 49f,50 de bénéfice en plus. A quel prix le négociant avait-il acheté le mètre de son drap? Vérifier le résultat. (*B. E. Nancy.*)

Reste connu.

Problèmes. — **988.** — Une poutre est enfoncée du tiers de sa longueur dans la terre ; les 4/9 sont dans l'eau et il y a au-dessus de l'eau une longueur de $0^m,80$. On demande quelle est la longueur de cette poutre. (*Lyc. et Coll.*)

989. — Un héritage a été partagé entre 3 héritiers. Le 1er en a eu le quart, le 2e en a eu le tiers et le 3e a eu 15 000 fr. On demande le montant total de l'héritage et la part de chacun. (*E. P. S.*)

990. — Un employé dépense les 5/12 de ce qu'il gagne pour sa nourriture, les 3/8 pour son habillement et son logement, le neuvième en autres dépenses. Il place chaque année 350 fr. Combien gagne-t-il par mois ? (*Lyc. et Coll.*)

991. — On vend successivement 1/3, puis 2/5, puis 1/6 d'une pièce d'étoffe. Le reste est vendu 15 fr., à raison de $1^f,25$ le mètre. Quelle était la longueur de la pièce ? (*E. P. S.*)

992. — Une personne a dépensé dans un magasin les 2/7 de la somme qu'elle avait; dans un 2e, elle achète 26 m. de toile à $1^f,95$ le mètre, et il lui manque $3^f,45$ pour s'acquitter. Quelle somme avait-elle avant de faire ses achats ? (*C. Compl.*)

993. — Une personne achète une certaine quantité d'étoffe, à raison de $3^f,70$ le mètre. Elle doit s'acquitter en trois payements. Le 1er sera le tiers de la somme ; le 2e sera les 3/7 du premier, et le 3e s'élèvera à $488^f,40$. On demande : 1° la quantité d'étoffe achetée ; 2° le montant de chaque payement. (*E. P. S.*)

994. — Un employé dépense dans un an, pour sa nourriture, le tiers de ce qu'il gagne ; pour son logement, 1/5 ; pour les autres frais, 450 fr. A la fin de l'année, ses économies lui permettent de placer 530 fr. à la Caisse d'épargne. Combien gagne-t-il par an ? (*P. T. T.*)

995. — J'ai dépensé les 5/6 de mon argent et il me reste 12 fr. Si je n'avais dépensé que les 3/4 de ce que je possédais, quelle somme me serait-il resté ? (*C. Compl.*)

996. — D'un fût de vin coûtant 108 fr., on a cédé les 2/5 à $0^f,70$ le litre et les 3/10 à $0^f,60$ le litre. Le reste, vendu à $0^f,65$, a produit $42^f,90$. Calculer la contenance du fût et le bénéfice total. (*B. E. Dijon.*)

997. — Trois cultivateurs achètent un pré. Le 1er en prend les 2/9 ; le 2e les 0,3 et le 3e prend le reste qu'il paye $5\,267^f,50$. On demande de calculer l'étendue et le prix de chaque part, sachant que le pré a été payé 49 fr. l'are. (*E. P. S.*)

998. — Une personne a légué par testament le tiers de sa fortune au bureau de bienfaisance ; 1/5 à la caisse des écoles ; les 2/7 à un parent pauvre, et le reste à sa domestique. A l'ouverture de la succession, la domestique reçoit pour sa part 11 400 fr. A combien se montait l'héritage et quelles sont les valeurs des trois 1ers legs ? (*B. E. Seine.*)

999. — Un père fait, à titre de partage anticipé, donation de ses biens à ses deux fils. Au 1er, il attribue 1/3 de sa fortune ; au 2e, 2000 fr. de plus qu'au 1er. Il se réserve 20 000 fr. Déterminer la fortune du donateur et la part donnée à chaque enfant. (*Enregistrement.*)

1000. — Trois propriétaires achètent ensemble une vigne : le 1er en prend les 2/7, le 2e les 3/9 et le 3e le reste. Ce dernier paye pour sa part, qui est de $16^a,80$, la somme de 756 fr. Quelle est l'étendue et quel est le prix de chacune des deux autres parts ? (*Lyc. et Coll.*)

1001. — Une personne ayant une dette à payer a déjà fait trois

versements équivalant respectivement aux 2/9, 3/8, 3/10 de la dette, et elle redoit encore les 7/80 de sa dette plus 44 fr. On demande quel était le montant de cette dette et combien il reste à payer. (*B. E. Seine.*)

1002. — Une pièce de drap a été achetée 291f,60. On en a revendu le tiers au prix coûtant, et le reste avec un bénéfice de 1f,25 par mètre. On a ainsi retiré 318f,60 de la vente de la pièce. Calculer la longueur de la pièce et le prix d'achat par mètre. (*B. E. Besançon.*)

1003. — Trois personnes se partagent une pièce d'étoffe à 2f,40 le mètre. La 1re prend les 2/5 de la pièce ; la 2e prend 3m,25 de plus que la 3e, et la 3e paye pour sa part 27f,60. Combien chaque personne a-t-elle eu de mètres et combien chacune des deux premières a-t-elle payé ? (*Coll. Chaptal.*)

1004. — Les forêts du département de l'Aisne se répartissent de la façon suivante : les 3/4 de la surface totale, moins 886 ha., appartiennent à des particuliers ; les 3/20 de la surface totale, plus 546 ha., appartiennent aux communes ; enfin 1 286 ha. appartiennent à l'Etat. Calculer la surface totale de ces forêts. (*B. E. Seine.*)

1005. — On répartit une somme entre quatre personnes : la 1re reçoit 1/5 de la somme, la 2e reçoit les 3/5 de la part de la 1re, la 3e n'obtient que les 5/6 de la part de la 2e, la 4e a le reste de la somme, qui s'élève à 29 000 fr. Calculer la somme totale et les sommes partielles reçues par les trois premières personnes. (*C. Compl.*)

***1006.** — On partage une somme entre quatre personnes ; la 1re en a les 3/10, la 2e le quart, la 3e le sixième et la 4e le reste qui est égal à 5 270 fr. On demande quelle est la somme partagée, la part de chacun et le poids de la somme totale, sachant que les 3/4 de la somme sont en pièces d'or et que le restant est en pièces d'argent. (*B. E. Seine.*)

***1007.** — Une propriété a été vendue en quatre lots : le 1er lot a été vendu les 2/7 de la valeur totale de la propriété ; le 2e les 11/15 du prix du 1er ; le 3e les 3/8 du prix du 2e. Enfin, le 4e lot a été payé 29 893 fr. On demande le prix de la propriété. (*B. E. Lille.*)

***1008.** — Trois personnes se partagent une pièce de toile. La 1re en prend les 2/7 plus 6 m. ; la 2e, le tiers plus 7 m. ; la 3e les 11 m. qui restent. Combien chacune a-t-elle eu de mètres ? (*Lyc. et Coll.*)

***1009.** — Les frais de construction d'un chemin vicinal qui relie cinq villages ont été supportés de la manière suivante : 2/6 pour le 1er ; 2/8 pour le 2e, 2/12 pour le 3e ; 2/24 pour le 4e. Le 5e a eu à faire pour sa part une longueur de 800 m. On sait que les frais se sont élevés à 2 500 fr. par kilomètre. Déterminer la dépense supportée par chacun des villages et la longueur du chemin. (*B. E. Poitiers.*)

***1010.** — Une personne charitable dispose d'une somme déterminée pour ses pauvres. Elle en donne 1/12 à l'un, 1/3 à un 2e, 1/8 à un 3e, 1/4 à un 4e et 1/5 moins 4 fr. à un 5e. Il ne lui reste plus que 5 fr. Trouver la somme primitive. (*B. E. Dijon.*)

***1011.** — Trois personnes associées ont réalisé un bénéfice égal aux 5/8 de leurs mises. Le partage des mises et des bénéfices étant fait, la 1re a les 3/11, la 2e les 5/12 du tout et la 3e 31 980 fr. Calculer la mise et le bénéfice de chacune des trois personnes. (*B. E. Seine.*)

***1012.** — Cinq entrepreneurs se sont associés pour la construction d'une ligne de chemin de fer. Le 1er en fait 1/6, le 2e en fait 1/8, le 3e en fait la moyenne arithmétique entre les deux premiers, le 4e la moyenne arithmétique entre les trois premiers et le 5e fait le reste, c'est-à-dire 1 400 m. Les dépenses totales se sont élevées à 1 200 000 fr. Calculer : 1° la dépense de chaque entrepreneur, 2° la longueur totale du chemin. (*B. E. Alger.*)

Fraction du reste. Reste connu.

Problèmes. — 1013. — On vend d'abord les 2/7 d'une pièce de toile, puis on vend les 3/5 du reste. Il reste encore 23 m. de toile, quelle était la longueur de la pièce?

Explication. — La **longueur de la pièce de toile** est le *quotient du 2e reste* (23 m.) *par la fraction correspondante.*

La *fraction correspondante* est les 2/5 du 1er reste, c'est-à-dire les 2/5 des 5/7 de la pièce, ou 2/7 de la pièce.

Autre méthode. — On peut *remonter du 2e reste au 1er* ($23^m : 2/5$), puis *du 1er reste à la longueur de la pièce* (1er reste : 5/7), ce qui donne :

$$\textbf{Longueur de la pièce} = 23^m \times \frac{5}{2} \times \frac{7}{5}.$$

1014. — J'ai dépensé les 2/7 de ce que j'avais, puis la moitié du reste, et j'ai encore $4^f,50$. Combien avais-je d'abord?

1015. — Dans une 1re journée de travail, un ouvrier a fait le quart d'un ouvrage; dans une 2e journée, il fait les 3/7 du reste. Quelle fraction de l'ouvrage lui reste-t-il à faire? Combien l'ouvrage lui sera-t-il payé s'il a gagné $6^f,75$ dans la 2e journée?

1016. — Une marchande d'œufs, se rendant au marché, vend à un passant les 3/8 de ses œufs; à la barrière, elle vend les 2/5 de ceux qui lui restent et elle arrive au marché avec 360 œufs. Combien en avait-elle et combien en a-t-elle vendus à chaque fois? (*E. P. S.*)

1017. — Les 3/8 d'un poteau sont peints en blanc, les 3/5 du reste sont peints en bleu et le nouveau reste, qui a $1^m,25$, est peint en rouge. Quelle est la longueur du poteau et celle de chacune des deux 1res parties? (*E. P. S.*)

1018. — Un père de famille laisse un vignoble en héritage à ses trois fils. L'aîné doit en avoir les 2/5, le cadet les 2/3 du reste. Sachant que la part du 3e fils est de 30 ha., calculer la superficie totale du vignoble et la part des deux 1ers fils. (*Saint-Maixent.*)

1019. — Un grainetier a vendu 1/5, puis 2/3 d'un sac de blé. Un 3e acheteur lui prend la moitié du reste à raison de 4 fr. le double décalitre et donne $1^f,60$ en payement. Quelle était la contenance du sac? (*Lyc. et Coll.*)

1020. — Un homme a acheté une montre qu'il a payée en 4 fois. La 1re fois, il en a payé 2/9; la 2e fois les 2/7 du reste; la 3e fois les 2/5 du dernier reste, et la 4e fois il a fini le payement en donnant 42 fr. Quel était le prix de la montre? (*E. P. S.*)

1021. — Un bâtiment a fait une traversée en 4 jours. Le 1er jour, il en a fait les 2/7, le 2e jour les 4/11 du reste, le 3e jour les 5/6 du nouveau reste, et le 4e jour les 200 km. restants. Calculer la longueur de la traversée et le chemin parcouru chaque jour. (*Lyc. et Coll.*)

1022. — Un propriétaire a vendu le tiers de sa récolte de vin à 40 fr. l'hectolitre; les 3/4 du reste à 35 fr. l'hectolitre et enfin les 25 hl. qui lui restaient encore à raison de 30 fr. Quelle somme ce propriétaire a-t-il retirée en tout de sa récolte de vin? (*E. P. S.*)

1023. — Une mère de famille dispose d'une certaine somme pour acheter un trousseau à sa fille : elle en emploie d'abord 1/3 pour acheter 6 douzaines de chemises, puis les 3/4 du reste pour acheter 8 paires de draps, et enfin le nouveau reste pour l'achat de 162 pièces

diverses de lingerie, dont la valeur moyenne est de 0f,60 chacune. 1° Quelle est la somme totale employée à l'achat du trousseau? 2° Quel est le prix d'une douzaine de chemises? 3° Quel est celui d'une paire de draps? (*B. E. Seine.*)

1024. — Un fermier dispose d'une certaine somme, dont il consacre 1/5 à l'achat de plants d'arbres. Avec les 7/8 du reste, il achète 10 q. de blé; enfin il achève de dépenser son argent en achetant 2 moutons à 21f,50 l'un. On demande : 1° la somme totale dépensée par le fermier; 2° le prix d'un quintal de blé. (*B. E. Lille.*)

1025. — Une personne avait une certaine somme. Elle en a dépensé le tiers pour acheter de la toile à 2f,25 le mètre; elle a employé les 2/5 du reste pour avoir du drap à 18 fr. le mètre; avec ce qui lui est resté, elle a pu acquitter le prix de 225 l. d'un vin vendu à raison de 54 fr. l'hectolitre. On demande combien elle a reçu de mètres de toile et de mètres de drap. (*B. E. Seine.*)

1026. — Une personne a dépensé dans un 1er magasin les 2/7 de son argent, et dans un 2e les 4/9 du reste. Dans un 3e, elle a acheté 30 m. de toile à 2f,50 le mètre, et il lui a manqué 2f,50 pour s'acquitter. Combien avait-elle d'abord? (*E. P. S.*)

1027. — On a partagé une certaine somme entre 4 personnes : la 1re a eu 1/5 de la somme totale; la 2e, les 4/9 du reste; la 3e, les 2/5 du 2e reste, et la 4e, qui a eu le dernier reste pour sa part, se trouve avoir 2400 fr. Quelle somme a-t-on partagée, et quelle est la part de chaque personne? (*B. E. Montpellier.*)

***1028.** — Un marchand fait trois ventes avec une pièce d'étoffe dont le prix est de 3f,50 le mètre. Dans la 1re vente, il vend les 2/5 de la pièce; dans la 2e, les 3/7 du reste; enfin dans la 3e, le reste de la pièce. Calculer la longueur totale de la pièce, sachant qu'il a touché pour la 1re vente 5f,60 de plus que pour la 3e. (*B. E. Rennes.*)

***1029.** — Une personne dispose de sa fortune comme il suit : elle donne les 5/8 à ses héritiers; 1/10 du reste à un hospice; les 3/5 du nouveau reste aux pauvres de la localité; enfin elle destine 4941 fr. qui restent de son avoir à l'amélioration du matériel d'une école. D'après ces données, calculer la fortune totale du testateur, la part de ses héritiers, celle des pauvres et celle de l'hospice. (*B. E. Nancy.*)

***1030.** — Un propriétaire morcelle un domaine en trois lots : le 1er lot contient les 2/7 de la superficie du domaine; le 2e lot contient le 1/3 du reste plus 2 ha. 1/2; le 3e lot a une superficie de 18 ha. 3/4. Quelle est la superficie du domaine entier? (*B. E. Poitiers.*)

***1031.** — Un marchand a acheté une pièce de drap qu'il revend de manière à gagner 90 fr. Il a vendu une 1re fois 1/4 de la pièce; une 2e fois 1/3 du reste, et une 3e fois la moitié du dernier reste. Ces trois ventes ont déjà produit le prix d'achat plus 10 fr. de bénéfice. Quel est le prix d'achat? (*B. E. Paris.*)

***1032.** — Un négociant vend les 2/5 d'une pièce d'étoffe à un 1er acheteur, puis 1/9 du reste à un 2e acheteur. Un 3e en achète ensuite un nombre de mètres égal à la moitié de la 1re vente et il en reste encore 25 m. Calculer : 1° la longueur totale de la pièce d'étoffe; 2° le prix du mètre de cette étoffe, sachant que le 2e acheteur a donné 86f,25 de moins que le 1er. (*E. P. S.*)

***1033.** — Une ménagère part pour le marché, emportant une certaine somme d'argent. Elle en emploie le tiers plus 12 fr. à l'achat d'un costume pour chacun de ses deux enfants. Elle achète en outre pour 26f,70 de toile. Enfin elle dépense les 4/7 de ce qui lui reste à l'achat de provisions. Elle rentre chez elle ayant 5f,70 dans son porte-monnaie. Combien a-t-elle payé chaque costume? (*B. E. Bordeaux.*)

Partages.

Problèmes. — 1034. — Partager 784 fr. entre deux personnes, de manière que la part de la 2e soit les 3/4 de la part de la 1re.

Explication. — La **somme à partager** est égale à la *part de la* 1re *plus les 3/4 de cette part*, c'est-à-dire à $\frac{4}{4}+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$ **de la part de la 1re.**

1035. — Une bibliothèque et une table coûtent ensemble 625 fr. La table ne coûte que les 2/3 de la bibliothèque. Quel est le prix de chaque meuble?

1036. — La somme de deux fractions est égale à 2/3 et leur différence est égale à 1/7. Quelles sont ces deux fractions? (*E. P. S.*)

1037. — La somme de deux nombres est 72 et le quotient du 1er par le 2e est 4/5. Déterminez ces deux nombres en expliquant votre manière d'opérer. (*B. E. Seine.*)

1038. — Trouver deux nombres entre lesquels la différence soit 20 et tels que le plus petit soit les 5/9 du plus grand. (*P. T. T.*)

1039. — Un jardin et un pré ont été achetés pour un prix total de 4900 fr. Le jardin vaut les 5/9 du pré. Dites la valeur du pré et celle du jardin. (*Lyc. et Coll.*)

1040. — Un père et son fils ont ensemble 96 ans. L'âge du fils est égal au tiers de l'âge du père, plus 4 ans. Trouver les deux âges.

1041. — Trouver deux fractions dont la différence est 11/24 et le quotient 2 4/7. (*B. E. Bordeaux.*)

1042. — La somme de deux fractions dont l'une vaut les 2/3 de l'autre est 165/121. Trouvez ces deux fractions. Si elles sont réductibles, réduisez-les à leur plus simple expression. (*B. E. Dijon.*)

1043. — Trouver une fraction égale à 15/21 et dont la somme des termes soit 132. Faire le raisonnement. (*B. E. Lyon.*)

1044. — Un terrain rectangulaire a 165 m. de pourtour. Sa largeur est les 4/7 de sa longueur. Calculer sa superficie. (*C. Compl.*)

1045. — Un viticulteur a deux tonneaux pleins d'un vin qui vaut 85 fr. l'hectolitre. Ils sont vendus à des prix qui diffèrent de 35f,70. On sait que la contenance de l'un de ces tonneaux n'est que les 18/20 de celle de l'autre. On demande la capacité de chaque tonneau et le prix du vin. (*B. E. Grenoble.*)

1046. — Pour faire une robe on a employé 7m,50 d'une étoffe ayant 0m,72 de large, et, pour la doubler entièrement, 9 m. d'une autre étoffe ayant 0m,60 de large. On a payé pour la façon et les accessoires 18f,80. Le prix total de la robe est 50 fr. On demande le prix du mètre de chacune des deux étoffes employées, sachant que le prix total de la doublure est les 3/10 du prix total de la 1re étoffe. (*B. E. Caen.*)

1047. — Deux bateaux partent en même temps, l'un montant, l'autre descendant la Seine. La vitesse du bateau qui remonte le courant est les 3/5 de celle du bateau qui descend. L'intervalle qui sépare les points de départ est de 8km,8. Quelles sont les distances des points de départ au point où les deux bateaux se rencontreront? (*C. Compl.*)

1048. — Une lingère et son apprentie confectionnent ensemble 5 douzaines de chemises à raison de 3f,50 par chemise. Elles font 5 chemises en 4 jours. Le travail de l'apprentie est évalué les 2/5 de celui de sa maîtresse. Que gagne chacune d'elles en un jour? (*E. P. S.*)

1049. — Partager 500 fr. entre trois personnes de manière que la part de la 1re soit les 3/5 de la part de la 2e, et que la part de la 2e soit les 6/7 de la part de la 3e. (*Inscript. Maritime.*)

1050. — Partager 27000 fr. entre trois personnes de manière que la part de la 2e soit les 2/3 de la part de la 1re, et que la part de la 3e soit égale à la moitié de la somme des deux autres. (*Coll. Chaptal.*)

1051. — Partager 3222 fr. entre quatre personnes de manière que la 2e part soit les 2/3 de la première; la 3e les 4/7 de la deuxième, et la 4e les 8/11 de la troisième. (*B. E. Seine.*)

1052. — Vingt-cinq ouvriers et 25 ouvrières travaillent dans une fabrique; le salaire journalier d'une ouvrière est les 2/3 de celui d'un ouvrier. Sachant que le patron paye, chaque jour, à ces deux groupes de travailleurs une somme totale de 312f,50, dire : 1° ce que chaque ouvrier, 2° ce que chaque ouvrière gagne par jour. (*B. E. Seine.*)

1053. — Une somme est partagée entre trois personnes de la manière suivante : la part de la 1re personne est les 2/5 de celle de la 2e, la part de la 3e est le quart de l'ensemble des parts des deux premières. On constate que la 3e personne a 2000 fr. de moins que la 1re. Quelle somme a été partagée et combien a reçu chaque personne? Vérification des résultats trouvés. (*Lyc. et Coll.*)

***1054.** — Un candidat au brevet obtient un total de 36 points 3/4 pour l'ensemble des trois épreuves d'orthographe, d'arithmétique et de composition française. La note d'arithmétique surpasse de 2 points 1/2 la note d'orthographe, qui surpasse à son tour de 1 point 3/4 celle de la composition française. Quelles sont ses notes? (*B. E. Toulouse.*)

***1055.** — Un voyageur a fait 82 km. en chemin de fer, dont une partie en 3e classe et l'autre partie en 2e classe. Il a déboursé en tout 5f,40; mais dans cette somme est compris le prix de transport de ses bagages, qui s'élève à 1/5 de ce qu'il a déboursé pour ses deux billets. Sachant qu'il a payé 0f,05 par kilomètre en 3e classe et 0f,07 en 2e classe, dire : 1° le prix de transport de ses bagages; 2° le nombre de kilomètres faits en 2e classe et le trajet effectué en 3e classe. (*B. E. Dijon.*)

***1056.** — On a payé tout fait 138f,60 un tapis rectangulaire dont la largeur est les 2/3 de la longueur. Ce tapis est entouré d'une frange qui a coûté 1f,80 le mètre et dont le prix de revient est les 2/9 du prix d'achat du tapis sans la frange. On demande les dimensions de ce tapis. (*B. E. Clermont.*)

***1057.** — 1° Partager une somme de 43435 fr. entre quatre personnes, de telle sorte que la 2e ait le tiers de ce qu'a la 1re; la 3e 1/7 de ce qu'a la 2e; la 4e les 3/4 de ce qu'a la 3e. — 2° Quelle somme eût-on dû partager pour que la 4e personne ait 78 fr. de plus que dans le partage précédent? (*B. E. Caen.*)

***1058.** — Partager 5450 fr. entre trois personnes, de manière que la 2e ait 300 fr. plus les 3/5 de la part de la 1re et la 3e les 2/3 de la part de la 2e, moins 50 fr. (*Inscript. Maritime.*)

***1059.** — On achète un champ rectangulaire dont la largeur est les 5/8 de la longueur. On l'entoure d'un treillage qui revient, à raison de 0f,40 le mètre, aux 11/260 du prix d'achat du terrain. La dépense totale du prix d'achat du terrain et du treillage s'élève à 7046 fr. On demande les deux dimensions du champ. (*B. E. Clermont.*)

***1060.** — Une personne possède 249200 fr. Elle consacre une partie de ce capital à l'acquisition d'une maison, puis elle achète une terre qui lui coûte les 5/8 du prix de la maison. Le reste, placé à 4 %, lui donne un revenu de 5860 fr. On demande le prix de la maison et le prix de la terre. (*B. E. Seine.*)

Parts différentes. Parts multiples

(*Méthode de substitution.*)

Problèmes. — 1061. — Les 5/12 d'une longueur valent les 2/3 d'une autre; la différence de ces deux longueurs est de $2^m,7$. Calculer ces deux longueurs, en expliquant complètement la marche suivie pour arriver à la solution.

1062. — Pour $141^f,60$, on a eu 12 m. de soie et 10 m. de drap. Le prix du mètre de soie étant les 4/7 du prix du mètre de drap, trouver le prix du mètre de chaque étoffe. (*C. Compl.*)

1063. — La différence de deux nombres est 1225 et les 4/9 du 1er valent les 3/5 du 2e. Calculer ces deux nombres. (*E. P. S.*)

1064. — Deux ouvriers travaillent dans un même atelier. Le salaire journalier de l'un est les 3/4 du salaire de l'autre. On sait que 20 journées du second et 25 journées du 1er ont été payées ensemble $232^f,50$. Combien chacun gagne-t-il par jour? (*E. P. S.*)

1065. — Un terrain est divisé en deux parties inégales, dont la différence est de $40^a,50$. Les 3/4 de la 1re partie égalent les 5/6 de la 2e. On demande le prix de tout le terrain et celui de chaque partie, à raison de 6 450 fr. l'hectare. (*B. E. Montpellier.*)

1066. — Un terrain est à vendre à raison de $5^f,35$ le mètre carré. Une personne en achète les 2/5. Une 2e personne achète une partie du reste. Sachant : 1° que la superficie de la parcelle qu'a acquise la première personne est les 6/5 de celle qu'a achetée la deuxième personne; 2° que celle-ci paye $1\,160^f,95$ de moins que la 1re personne; on demande de calculer la superficie totale du terrain. (*B. E. Bordeaux.*)

1067. — Un entrepreneur qui a occupé 15 hommes, 18 femmes et 4 enfants, leur paye une somme totale de $1\,815^f,40$. Combien reçoit chaque homme, chaque femme et chaque enfant, sachant que la part d'une femme est les 6/13 de celle d'un homme et les 12/5 de celle d'un enfant? (*B. E. Aix.*)

1068. — Une personne possédait une fortune égale aux 2/3 de celle d'une autre personne. La 1re ayant dépensé les 2/5 de son avoir et la 2e les 5/9 du sien, il reste alors à la 1re 8 200 fr. de moins qu'à la 2e. Quels étaient les avoirs de ces deux personnes? (*E. P. S.*)

1069. — Une somme de 1 416 fr. a été partagée entre deux personnes. La 1re ayant dépensé les 4/7 de sa part et la 2e les 3/8 de la sienne, il leur reste des sommes égales. Quelles sont les parts des deux personnes? (*E. P. S.*)

***1070.** — Une personne achète un certain nombre de mètres d'une 1re étoffe pour 21 fr. et un autre nombre de mètres d'une 2e étoffe pour $18^f,90$. Le prix du mètre de la 2e étoffe est les 3/4 du prix du mètre de la 1re et la personne achète en tout 11 mètres d'étoffe. Trouver : 1° le prix du mètre de chaque étoffe ; 2° le nombre de mètres de chaque étoffe. (*B. E. Rennes.*)

***1071.** — Une ménagère a acheté une pièce de drap et une pièce de toile qui lui ont coûté ensemble 324 fr.; elle a payé le drap 8 fr. le mètre et la toile 3 fr. le mètre. Elle emploie les 4/5 de la pièce de drap et les 3/7 de la pièce de toile, et il se trouve que les restes des deux pièces ont des valeurs égales. Calculer d'après cela combien chaque pièce contient de mètres. Vérification. (*Lyc. et Coll.*)

***1072.** — Deux personnes ont hérité ensemble d'une somme de 18 300 fr. La 1re ayant dépensé les 2/5 de sa part et la 2e les 3/7 de la

sienne, il reste à la 1re deux fois plus qu'à la 2e. Quelles sont les deux parts de l'héritage? (*B. E. Seine.*)

***1073.** — Une propriété doit être partagée entre deux personnes. Le dixième de la 1re part ajouté aux 0,59 de la 2e, donne une superficie de 130 a., et la 1re part est égale aux 0,6 de la 2e. On demande la superficie de chacune des parts et la superficie totale. (*B. E. Seine.*)

***1074.** — On sait que deux tonneaux pleins contiennent ensemble 495 l. de vin. On sait de plus qu'après avoir soutiré les 2/5 du contenu du 1er tonneau et 1/13 du 2e, il reste le même nombre de litres dans chaque tonneau. Ce vin, rendu à domicile, revient à 48 fr. l'hectolitre. On demande de calculer la capacité et le prix du vin de chaque tonneau. (*B. E. Grenoble.*)

***1075.** — Une personne possédait une fortune égale à 1 fois 1/2 celle d'une autre personne; la 1re ayant dépensé les 3/5 de sa fortune et la 2e les 2/3 de la sienne, il reste alors à la 1re 3 200 fr. de plus qu'à la 2e. Quels sont les avoirs actuels de ces deux personnes? (*B. E. Lille.*)

***1076.** — Le tiers de la valeur d'une pièce de soie est égal à 1/5 de la valeur d'une pièce de drap. Sachant que la différence des prix des deux pièces est de 102 fr., que le mètre de drap vaut 8 fr. et que la longueur de la pièce de drap est égale aux 10/3 de la longueur de la pièce de soie, on demande de calculer la longueur et la valeur de chaque pièce. (*B. E. Clermont.*)

***1077.** — Trois personnes se partagent inégalement un héritage. La 1re en a les 3/11 pour sa part; les deux autres se partagent le reste qui est de 3 200 fr. Le 2e héritier dépense les 2/7 de sa part, et le 3e les 4/9 de la sienne; il leur reste alors des sommes égales. On demande quel est l'héritage et quelles sont les parts reçues par chacun des trois héritiers. (*B. E. Lille.*)

***1078.** — On emploie, dans un atelier, 36 ouvriers, hommes, femmes et enfants. Le nombre des hommes est double de celui des femmes, et celui-ci est les 5/3 du nombre des enfants. La journée d'un homme vaut 1f,75 de plus que celle d'une femme et 3f,25 de plus que celle d'un enfant. Sachant que le salaire total pour 6 journées de ces 36 ouvriers s'est élevé à 750 fr., on demande : 1° quel est le nombre des ouvriers de chaque catégorie; 2° quel est le prix de la journée pour chaque sorte d'ouvriers. (*Ec. Nat. Prof.*)

***1079.** — Une dame donne 20f,25 à sa modiste pour payer un chapeau garni de 2 coquelicots, 4 marguerites, 5 bleuets et une branche de verdure. Le prix de la forme seule du chapeau représente 1/8 du prix de la garniture. La branche de verdure vaut les 2/7 du prix de toutes les autres fleurs; une marguerite vaut 2 coquelicots et, enfin, 3 bleuets valent 2 marguerites. On demande de calculer la valeur de chacune des parties du chapeau (forme, branche de verdure, coquelicots, marguerites et bleuets). (*B. E. Montpellier.*)

***1080.** — On a divisé un terrain en deux portions. Les 3/7 de la 1re partie représentent exactement les 2/5 de la 2e; et, si on retranche les 11/20 de la 1re des 9/13 de la 2e, on obtient pour différence 13ha,96. On demande d'évaluer en mètres carrés la surface de chacune des deux portions. On vérifiera les réponses trouvées. (*B. E. Seine.*)

***1081.** — Une ménagère porte au marché 7 paires de volailles, poules et canards. Elle vend ses poules 1f,50 pièce et ses canards 2f,60 pièce, et reçoit pour le tout 27f,60. Elle calcule qu'elle a fait ainsi un bénéfice de 8f,80 sur le prix de revient et que chaque poule lui procure un bénéfice égal aux 5/8 du bénéfice fait sur 1 canard. Combien avait-elle de poules, de canards? A combien lui revenait chaque poule, chaque canard? (*B. E. Grenoble.*)

NOMBRES DÉCIMAUX

Lorsqu'on *partage l'unité en dix, cent, mille, ..., parties égales*, on obtient des **parties décimales : dixièmes, centièmes, millièmes,.....**

Plusieurs parties décimales de l'unité forment une **fraction décimale.**

164. — On appelle **fraction décimale** une fraction dont le *dénominateur* est une *puissance de* 10.

Ex. : $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{8}{1000}$, $\frac{A}{10^n}$.

Un **nombre décimal** est un *nombre entier* augmenté d'une *fraction décimale.*

165. — Les *parties décimales* de l'unité étant de **dix** en **dix fois plus petites**, pour **écrire les nombres décimaux**, on peut appliquer le *principe de la numération écrite des nombres entiers* (§ **7**) ; mais on *sépare*, par une **virgule**, la *partie entière* de la *partie décimale*. Cette dernière doit compter *autant de chiffres* qu'il y a de *zéros à son dénominateur.*

Ex. : On peut écrire $\frac{76}{10}$ ou 7,6 ; $\frac{4573}{1000}$ ou 4,573 ; $\frac{5}{100}$ ou 0,05.

166. **Règle.** — Pour **multiplier un nombre décimal** par **10, 100, 1000,...** on *déplace la virgule* de 1, 2, 3,... rangs *vers la droite,* en remplaçant au besoin les chiffres décimaux manquants par des zéros.

Ex. : $6{,}758 \times 100 = 675{,}8$.

En effet : $6{,}758 \times 100 = \frac{6758}{1000} \times 100 = \frac{6758}{10} = 675{,}8$. (§ **149**)

Autre démonstration. — Les *valeurs relatives* de tous les chiffres du nombre 6,758 étant devenues 100 *fois plus grandes* dans 675,8, leur *somme*, c'est-à-dire le nombre 6,758, a été rendue 100 fois plus grande, ou *multipliée par* 100.

167. **Règle.** — Pour **diviser un nombre décimal** par **10, 100, 1000,...** on *déplace la virgule* de 1, 2, 3,... rangs *vers la gauche,* en remplaçant au besoin les chiffres décimaux manquants par des zéros.

Ex. : $452{,}7 : 1000 = 0{,}4527$. (Voir démonstration du § **166**.)

En effet : $452{,}7 : 1000 = \frac{4527}{10} : 1000 = \frac{4527}{10000} = 0{,}4527$. (§ **159**)

Addition. Soustraction.

168. **Règle. — L'addition** et la **soustraction des nombres décimaux** *se disposent* et *s'effectuent* comme celles des nombres entiers, mais on **place une virgule** au résultat pour *séparer* la *partie entière* de la *partie décimale.*

Ex. : Effectuer l'addition : $5,75 + 4,705 + 0,35$.

Cette somme est égale à :

$$\frac{575}{100} + \frac{4705}{1000} + \frac{35}{100}$$

ou : $\frac{5750 + 4705 + 350}{1000} = \frac{10805}{1000} = 10,805$. (§ **144**)

5,75
4,705
0,35
10,805

Exercices. — 1082. — Comment s'appelle la dixième partie d'un centième? le centième d'un dixième? le millième d'un dix-millième? le centième d'un dix-millionième?

1083. — Comment : 1° écrit-on, 2° lit-on un nombre décimal?

1084. — Ecrire les nombres décimaux suivants sous la forme de fractions ordinaires : 7,5 ; 85,458 ; 0,87 ; 0,009.

1085. — Rendre 1 000 fois plus grands les nombres 9,7 ; 0,85 ; 0,4. Formuler la règle dans ce cas particulier.

1086. — Diviser par 100 les nombres 4,8 ; 0,45 ; 0,9 ; 0,08. Formuler la règle appliquée.

1087. — Additionner les nombres 87,95 ; 4,963 ; 0,68 ; 187,8. Expliquer et formuler la règle.

1088. — Effectuer : 483,4 — 97,785. Expliquer et formuler la règle.

1089. — Un nombre décimal ne change pas de valeur quand on écrit un ou plusieurs zéros à sa droite ou à sa gauche.

1090. — Lorsqu'on supprime un ou plusieurs zéros à droite d'un nombre décimal, ce nombre ne change pas de valeur.

1091. — Comparer : 1° 14,75 et 2,85 ; 2° 17,289 et 17,28. Comment reconnaît-on qu'un nombre décimal est plus grand qu'un autre?

1092. — Comment procédez-vous pour rendre un nombre décimal 10, 100, 1 000,... fois plus grand? Justifiez la règle donnée, en vous servant de l'exemple suivant : $5,874 \times 100$. (*E. P. S.*)

1093. — Diviser 4 287,25 par 1 000. Explication et règle. (*E. P. S.*)

1094. — De combien augmente un nombre décimal quand on déplace la virgule de trois rangs vers la droite?

1095. — En déplaçant la virgule de deux rangs vers la droite, un nombre décimal a été augmenté de 454^{unités},113, quel était ce nombre décimal? (*E. P. S.*)

1096. — En intercalant un zéro entre la virgule et la partie décimale d'une fraction décimale, on l'a diminuée de 0,387 ; quelle était cette fraction décimale?

1097. — Si on supprime un nombre quelconque de chiffres à droite d'un nombre décimal, l'erreur commise est moindre qu'une unité de l'ordre du dernier chiffre décimal conservé.

Multiplication.

169. **1er Cas.** — *Le multiplicateur est un nombre entier.*

Ex. : Effectuer le produit $4,65 \times 7$.

Faire le produit de 4,65 par 7, c'est faire la somme de 7 nombres égaux à 4,65 ou répéter 7 fois 465 centièmes. (§ **33**)

465 centièmes $\times 7 = 3255$ centièmes.

Donc $4,65 \times 7 = 32,55$.

(*Formuler la règle.*)

4,65
$\times 7$
32,55

170. **2e Cas.** — *Le multiplicateur est un nombre décimal.*

Ex. : $72,8 \times 6,75$.

Multiplier 72,8 par 6,75, c'est prendre 675 fois le centième de 72,8. (§ **150**)

1 centième de 72,8 égale 0,728 ;

et, $72,8 \times 6,75 = 0,728 \times 675$

$= 491\,400$ millièmes ou 491,4. (§ **160**)

72,8
6,75
36 40
509 6
4368
491,400

Autre démonstration. — Le produit $72,8 \times 6,75$ est égal à :

$$\frac{728}{10} \times \frac{675}{100} = \frac{728 \times 675}{1000} = \frac{491\,400}{1000} = 491,4. \quad (\S\ \mathbf{152})$$

Règle. — La **multiplication des nombres décimaux** *se dispose* et *s'effectue* comme celle des nombres entiers, mais on *sépare* par une **virgule**, sur la *droite du produit*, autant de *chiffres décimaux* qu'il y en a en tout dans les deux facteurs.

Exercices. — **1098.** — Multiplier 32,524 par 987. Sur quelle définition de la multiplication s'appuie-t-on ? — Formuler la règle.

1099. — En remarquant qu'un nombre décimal est en réalité une fraction, montrer que le produit $9,84 \times 0,875$ a la même valeur que le produit $0,0984 \times 87,5$. (*B. E. Grenoble.*)

1100. — Multiplication d'un nombre entier par un nombre décimal. Exemple : $97 \times 8,765$. Démonstration et règle. (*B. E. Seine.*)

1101. — Démontrer la règle de la multiplication des nombres décimaux en la considérant comme un cas particulier de la multiplication des fractions. Exemple : $3,0978 \times 0,09678$. (*B. E. Grenoble.*)

***1102.** — Soient les produits $83054,7 \times 6,253$ et $8,30547 \times 625,3$. — Dire, avant d'effectuer, combien de fois le premier est plus grand que le second et pourquoi. — Effectuer le second produit en donnant la théorie de la multiplication des nombres décimaux. (*B. E. Toulouse.*)

***1103.** — Multiplier 1,12 par 0,525. Règle. — Dire : 1° ce que l'on entend, dans ce cas, par le mot multiplier, 2° si le produit obtenu sera plus petit ou plus grand que 1,12 et pourquoi. (*B. E. Bordeaux.*)

Division.

171. **1er Cas.** — *Le diviseur est un nombre entier.*

Ex. : Diviser 47,895 par 15. (*Formuler la règle.*)

Diviser 47,895 par 15, c'est *chercher le plus grand nombre de millièmes* dont le *produit par* 15 est *contenu dans le dividende.*

On a : 47895 millièmes = 3193 millièmes × 15.

Donc, le quotient de 47,895 par 15 est 3,193.

47,895	15
28	3,193
139	
45	
0	

172. **2e Cas.** — *Le diviseur est un nombre décimal.*

Ex. : Diviser 59,875 par 47,5. (*Formuler la règle.*)

Multiplions les deux nombres par 10, le **quotient ne changera pas,** mais le *reste* sera *multiplié par* 10.

On a ainsi : 598,75 = 475 × 1,26 + 0,25. (§ **171**)

Donc, 59,875 = 47,5 × 1,26 + 0,025.

Le quotient est 1,26 et le reste 0,025.

59,875 : 47,5	
598,75	475
123 7	1,26
28 75	
25	

173. — On appelle **quotient approché à 1 unité, à 0,1, à 0,01, à 0,001,... près de deux nombres,** le *plus grand nombre d'unités,* de *dixièmes,* de *centièmes,* de *millièmes,...* dont le *produit par le diviseur* est *contenu dans le dividende.*

Les divisions précédentes donnent :

3 et 1	comme quotients approchés à	1 unité près ;	
3,1 et 1,2	...	0,1 ...	;
3,19 et 1,26	...	0,01 ...	.

Exercices. — **1104.** — Théorie de la division d'un nombre décimal par un nombre entier. On raisonnera sur le problème suivant : 7 m. de drap valent 57f,75, combien vaut le mètre ? (*B. E. Besançon.*)

1105. — Théorie de la division d'un nombre décimal par un nombre décimal. On raisonnera sur l'exemple suivant : 7m,5 de drap coûtent 43f,25. Combien coûte le mètre ? (*B. E. Seine.*)

1106. — Diviser 736,4 par 58,39. Explication et règle. (*E. P. S.*)

1107. — Comment divise-t-on un nombre par 0,01 ? Donner le quotient de 5 par 0,01. (*B. E. oral, Paris.*)

1108. — Prouver que diviser un nombre par 0,1 revient à le multiplier par 10. (*B. E. Lille.*)

1109. — Quand le diviseur est moindre que 1, le mot diviser a-t-il le sens de rendre plus petit. Expliquer sur l'exemple 12 : 0,03. (*E. P. S.*)

1110. — Diviser 48,878 par 0,47. Expliquer l'opération. Donner la valeur exacte du reste. (*E. P. S.*)

1111. — Quel est le nombre qui, multiplié par 0,025, donne pour produit 1 ? Expliquez la réponse. (*B. E. Seine.*)

* *Quotients approchés* (*Théorie*).

174. **Règle I.** — Pour trouver le **quotient à une unité près d'un nombre décimal par un nombre entier,** il suffit de calculer le *quotient à* 1 *près de la partie entière du dividende par le diviseur.*

Ex. : Le quotient à 1 près de 49,7 par 3 est égal à 16, quotient à 1 près de 49 par 3. (§ **66**)

En effet, on a, d'une part : $3 \times 16 \leqslant 49 < 49,7$;
d'autre part : $3 \times 17 > 49,7$; car, 3×17 étant supérieur à 49 est au moins égal à 50.

Le dividende 49,7 contient donc 16 fois 3 et ne contient pas 17 fois 3; 16 est le quotient à 1 près de 49,7 par 3.

Cas particulier. — Lorsque le **diviseur est terminé par des zéros,** on peut *supprimer ces zéros*, pourvu qu'on *déplace la virgule du dividende* d'autant de rangs vers la gauche qu'il y avait de zéros à la droite du diviseur.

Ex. : Le quotient à 1 près de 35 473,6 par 6 500 est égal au quotient à 1 près de 354 par 65.

En effet, on a : $65 \times 5 < 354,736 < 65 \times 6$; (§ **174**)
ou, en multipliant par 100, $6\,500 \times 5 < 35\,473,6 < 6\,500 \times 6$.
Donc, le quotient de 35 473,6 par 6 500 est égal à 5.

175. **Règle II.** — Pour trouver le **quotient à une unité près de deux nombres décimaux,**

1° on *supprime la virgule du diviseur,*

2° on *recule la virgule du dividende* d'autant de rangs vers la droite qu'il y avait de chiffres décimaux au diviseur et on applique la règle précédente. (§ **174**)

Ex. : Le quotient à 1 près de 85,67 par 5,9 est égal à 14, quotient à 1 près de 856 par 59.

En effet, on a : $59 \times 14 < 856,7 < 59 \times 15$; (§ **174**)
ou, en divisant par 10, $5,9 \times 14 < 85,67 < 5,9 \times 15$.
Donc, le quotient de 85,67 par 5,9 est égal à 14.

176. **Règle III.** — Pour trouver le **quotient à 0,1, à 0,01, à 0,001,... près d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier,**

1° on *prend* 1, ou 2, ou 3 *chiffres décimaux* sur la *droite du dividende* (en écrivant des zéros au besoin);

2° on fait la division comme si les nombres étaient entiers, mais on a soin de mettre une *virgule au quo-*

tient immédiatement *avant d'abaisser le* 1er *chiffre décimal.*

Ex. : Le quotient à 0,01 près de 49,7 par 3 est égal au quotient de 4970 centièmes par 3, c'est-à-dire à 16,56.

En effet, on a : $3 \times 1656 \leqslant 4970 < 3 \times 1657$
et $3 \times 16,56 \leqslant 49,70 < 3 \times 16,57$.

Le dividende 49,7 contient le produit du diviseur par 1656 centièmes, non par 1657 centièmes ; le quotient à 0,01 près est 16,56.

177. **Règle IV. — Pour trouver le quotient à 0,1, à 0,01, à 0,001, ... près de deux nombres décimaux,**

1° on *supprime la virgule du diviseur ;*

2° on *recule la virgule du dividende* d'autant de rangs vers la droite qu'il y avait de chiffres décimaux au diviseur, et on applique la règle précédente. (§ **176**)

Ex. : Le quotient à 0,01 près de 85,67 par 5,9 est égal à 14,52, quotient à 0,01 près de 856,7 par 59. (Voir démonstration, § **176**.)

Exercices. — 1112. — Si deux nombres ne sont pas exactement divisibles l'un par l'autre, qu'appelle-t-on : 1° quotient entier de ces deux nombres ; 2° quotient à 0,1 près ; 3° quotient exact ? — Application aux deux nombres 235 et 24 ; on justifiera les dénominations précédentes. (*B. E. Paris.*)

1113. — Trouver le plus grand nombre entier dont le produit par 45,75 est contenu dans 3 718,887. Justification. (*B. E. Seine.*)

1114. — Démontrer que le quotient de la division de deux nombres ne change pas quand on multiplie le dividende et le diviseur par le même nombre. Que devient le reste de l'opération ? — Application à la division des nombres décimaux : 43,5 : 7,874. (*B. E. Lyon.*)

1115. — Comment divise-t-on deux nombres l'un par l'autre quand le diviseur est un nombre décimal ? — Diviser 58 375 par 17,42 à 0,01 près et dire la valeur exacte du reste. (*B. E. Seine.*)

1116. — Evaluer le quotient de 348,52 par 63,5 à 0,001 près. Expliquer l'opération. (*B. E. Chambéry.*)

1117. — Quand on divise le dividende et le diviseur par un même nombre, le quotient ne change pas. Calculer le quotient de 475,9 par 4500 à 0,001 près. Indiquer la valeur exacte du reste. (*B. E. Aix.*)

1118. — Prouver que le quotient de 626 par 174 avec deux chiffres décimaux représente le véritable quotient à 0,01 près. (*B. E. Seine.*)

1119. — Calculer à 1/1000 près le quotient de 1 par 3,1416. Expliquer l'opération. (*B. E. Seine.*)

1120. — Expliquer comment on obtient le quotient de deux nombres à moins d'une unité près d'un ordre décimal donné, en prenant pour exemple le quotient de 0,3089 par 0,0078 à 0,01 près. (*B. E. Aix.*)

1121. — On donne les deux nombres décimaux 81,424 et 0,938, et l'on demande de calculer, en justifiant la marche suivie : 1° leur quotient à une unité près ; 2° leur quotient exact mis, s'il y a lieu, sous la forme d'un nombre fractionnaire. (*B. E. Poitiers.*)

Conversion des fractions ordinaires en fractions décimales.

178. — **Convertir une fraction ordinaire en fraction décimale**, c'est chercher le **quotient à 0,1, à 0,01, à 0,001,... près** de son *numérateur* par son *dénominateur*.

Problème. — Ex. : Convertir $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{6}$ en fractions décimales.

30	8	20	3	50	6
60	0,375	20	0,666	20	0,833
40		20		20	
0		2		2	

I. — La division de 3 par 8 donne un *reste nul*, 0,375 est donc le quotient exact de 3 par 8, et la fraction 3/8 est *exactement réductible* en décimales.

II. — Dans les divisions de 2 par 3 et de 5 par 6, on ne peut obtenir un reste nul ; les fractions 2/3 et 5/6 ne sont donc pas exactement réductibles en décimales, 0,666 et 0,833 en sont des *valeurs approchées* à 0,001 près.

179. — Une fraction ordinaire qui ne peut pas être convertie exactement en fraction décimale donne naissance à une fraction décimale, qu'on appelle **fraction périodique**, dans laquelle les *mêmes chiffres se reproduisent indéfiniment* et *dans le même ordre*.

Ex. : $\frac{2}{3}=0,666...$; $\frac{3}{11}=0,272727...$; $\frac{5}{6}=0,833...$; $\frac{7}{24}=0,291666$.

La **période** est le nombre formé par les *chiffres qui se reproduisent indéfiniment*.

Une fraction décimale est **périodique simple** quand la *période commence* immédiatement *après la virgule*.

Une fraction décimale est **périodique mixte** quand la 1re période est précédée d'un ou de plusieurs *chiffres non périodiques*.

Ex. : 0,666..., 0,272727... sont des fractions périodiques simples ; 0,833... et 0,291666... sont des fractions périodiques mixtes.

* 180. Théorème. — *Pour qu'une fraction ordinaire* **irréductible** *puisse être exactement convertie en décimales, il faut et il suffit que son dénominateur ne renferme pas d'autres facteurs premiers que* 2 *et* 5.

A. — La condition est nécessaire.

Hypothèse : Si a/b est égale à la fraction décimale 0,45 ;
Conclusion : Son dénominateur b ne contient pas d'autres facteurs premiers que 2 et 5.

En effet, la fraction décimale 45/100 qui est égale à a/b a ses termes équimultiples de a et de b. (§ **135**)

Mais, le dénominateur de 45/100 est une puissance de 10 et ne contient que les facteurs premiers 2 et 5, son diviseur b ne peut donc pas contenir d'autres facteurs premiers que 2 et 5. (§ **117**)

B. — La condition est suffisante.

Hypothèse : Si le dénominateur b de la fraction irréductible a/b ne contient pas d'autres facteurs premiers que 2 et 5 ;
Conclusion : La fraction a/b est égale à une fraction décimale.

En effet, il est possible de multiplier a et b par des facteurs 2 ou 5 de façon que b devienne une puissance de 10.

Ainsi : $\frac{2}{5}=\frac{2\times 2}{5\times 2}=\frac{4}{10}$ ou 0,4; $\frac{3}{4}=\frac{3\times 5^2}{2^2\times 5^2}=\frac{75}{100}$ ou 0,75.

Remarque. — Lorsqu'on veut reconnaître si une fraction ordinaire est exactement réductible en décimales, on peut : 1° la réduire à sa plus simple expression, 2° voir si le dénominateur de la fraction obtenue ne contient pas d'autres facteurs premiers que 2 et 5.

Exercices. — **1122.** — Quelles sont les fractions décimales égales aux fractions : 1/2; 1/4; 1/5; 1/8; 3/5; 5/8; 3/4; 4/5; 3/8; 6/5; 7/8?

1123. — Convertir les fractions 5/6, 8/11, 15/12, 7/25 en fractions décimales. A quelles fractions décimales donnent-elles naissance?

1124. — De combien de manières peut-on comparer des fractions entre elles? — *Application :* Comparer 3/5 et 5/7.

1125. — Trouver à 0,01 près la somme 4/7 + 0,35. Calculer ensuite la somme exacte.

1126. — Remplacer par une fraction unique l'expression

1/9 — 1/10 — 1/100 — 1/1000.

On exprimera ensuite le résultat en décimales à 1/100000 près. (*E. P. S.*)

1127. — Par quels nombres faut-il multiplier les deux termes des fractions 2/5, 1/4, 3/8, 11/20, 4/25 pour les convertir en décimales?

1128. — Sans faire les divisions, indiquer le nombre des chiffres décimaux des fractions 3/5, 5/8, 7/50 et 117/125, converties en décimales.

1129. — La fraction 364/9100 est-elle exactement convertible en décimales? (*B. E. oral, Paris.*)

1130. — La valeur de π avec une approximation d'une unité décimale du 9e ordre est 3,141592653. Le rapport trouvé par Archimède est 22/7, celui qui a été trouvé par Métius est 355/113. A quelle décimale ces deux rapports diffèrent-ils de la valeur réelle? (*C. Compl.*)

***1131.** — Convertir en fraction décimale la fraction 5/14. Indiquer la nature de la fraction décimale obtenue. (*B. E. Dijon.*)

***1132.** — Réduire 3/2, 3/4, 3/8, 3/5, 3/25, 3/125 en fractions décimales en multipliant les deux termes de chacune par un même nombre. Comment trouve-t-on chacun des 6 multiplicateurs? (*B. E. Seine.*)

***1133.** — Démontrer qu'en convertissant 1/8 en fraction décimale, on obtiendra exactement 3 chiffres décimaux. (*B. E. oral, Paris.*)

* Revision générale.

Exercices. — 1134. — Enoncer la convention de la numération écrite et montrer que cette convention permet de représenter tous les nombres entiers au moyen de nos dix chiffres, et tous les nombres décimaux au moyen des mêmes chiffres et d'une virgule. (*B. E. Seine.*)

1135. — Trouver un nombre qui, multiplié par 57, donne l'unité pour produit. Expliquer l'opération. (*B. E. Dijon.*)

1136. — Dire quelle est la plus grande : 1° des fractions 5/8 et 11/14 ; 2° des fractions 5/8 et 35/59, sans les réduire au même dénominateur. On justifiera les réponses données. (*B. E. Seine.*)

1137. — On multiplie par 3 le numérateur de la fraction 4/15 et on divise son dénominateur par 5. Que devient cette fraction ? (*E. P. S.*)

1138. — Donner la définition de la division quand on obtient un quotient exact. Se servir de cette définition pour expliquer l'opération suivante : 8 2/7 : 3 5/9. (*B. E. Alger.*)

1139. — Définir la fraction décimale, le nombre décimal. — Faire voir que le produit de deux nombres décimaux se ramène à la recherche du produit de deux nombres entiers. (*B. E. Clermont.*)

1140. — Le produit de deux facteurs entiers ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs. — Démontrer le même théorème dans le cas de deux facteurs fractionnaires. (*B. E. Bordeaux.*)

1141. — Division d'un nombre entier par un nombre décimal. On raisonnera sur l'exemple suivant : $0^m,75$ de drap coûtent 6 fr. Combien coûte le mètre ? On énoncera la règle suivie et on la justifiera par un raisonnement. (*B. E. Besançon.*)

1142. — Définir l'opération qui consiste à extraire les entiers d'une expression fractionnaire. Faire la démonstration sur l'exemple 49980/4116. (*B. E. Alger.*)

1143. — Qu'entend-on par quotient approché à moins de 0,1, de 0,01 : 1° par défaut, 2° par excès ? Donner des exemples. (*B. E. Seine.*)

1144. — Diviser 7 1/4 par 3. On démontrera la règle que l'on applique pour diviser par 3 l'expression fractionnaire équivalente à 7 1/4. — Dans certains cas, comme par exemple dans celui de la division de 15 6/11 par 3, ne peut-on pas trouver le quotient autrement et plus rapidement que par la règle générale ? (*B. E. Seine.*)

1145. — Qu'appelle-t-on quotient approché à moins de 1/100 de deux nombres ? — Comment obtient-on ce quotient quand les deux nombres sont décimaux ? — Démontrez la règle sur l'exemple : 83,6273 : 7,8. (*B. E. Caen.*)

1146. — On multiplie un nombre par 0,125 ; d'un autre côté on divise ce nombre par 8, on trouve le même résultat. Démontrer, en s'appuyant sur les définitions de la multiplication et de la division des fractions, qu'il doit en être ainsi. (*B. E. Paris.*)

1147. — Exposer la règle de la division d'un nombre entier par un nombre décimal. Effectuer en particulier la division d'un nombre par 0,01. Effectuer la division de 0,325 par 0,00475 et indiquer la valeur du reste. (*E. P. S.*)

1148. — Multiplier 3/5 par 4,25. Expliquer. (*Ec. Nat. Prof.*)

1149. — Réduire les fractions 4/11, 5/9, 9/13 au même dénominateur ; additionner ces fractions et trouver à 1/1000 près le nombre décimal équivalent à leur total. (*B. E. Seine.*)

1150. — Que devient la fraction 4/7 si l'on ajoute un même nombre à chacun de ses termes? Quel nombre faut-il ajouter aux deux termes pour que la fraction obtenue diffère de l'unité de 1/56? (*B. E. Nancy.*)

1151. — Théorie de la division des fractions. On raisonnera sur les exemples suivants : 1° 3/4 : 5 ; 2° 7 : 3/4 ; 3° 3/4 : 5/6. (*B. E. Besançon.*)

1152. — Montrer que multiplier ne veut pas toujours dire rendre plus grand, que diviser ne veut pas toujours dire rendre plus petit. Citer des exemples. (*E. P. S.*)

1153. — Expliquer la règle pratique de la division des nombres décimaux par l'exemple concret suivant : Dans une plaque de $3^{m2},6$, on veut découper des rectangles de $0^{m2},0263$ de surface. Combien pourra-t-on en obtenir? (*B. E. Caen.*)

1154. — Division des fractions ordinaires. Examiner les différents cas qui peuvent se présenter et montrer qu'en réalité ils n'en font qu'un. (*B. E. Dijon.*)

1155. — On a acheté une pièce de soie à $8^f,75$ le mètre courant. On a payé $108^f,55$. Trouver à un décimètre près par défaut la longueur de la pièce achetée. Justifier les opérations faites par un raisonnement. (*B. E. Seine.*)

1156. — Enoncer les règles de l'addition, de la soustraction, de la multiplication des fractions, et appliquer ces règles aux deux fractions 5/6 et 7/15. (*B. E. Rennes.*)

1157. — Rechercher le plus grand commun diviseur de trois nombres par la décomposition en facteurs premiers. Prendre comme exemple, 240, 1 350 et 1080. Simplifier la fraction 1 080/1 350. (*B. E. Montpellier.*)

1158. — Définir et calculer le quotient à 1/100 près des nombres 26 et 7. — Même question pour les nombres 11/3 et 0,09. (*B. E. Toulouse.*)

1159. — De combien de manières peut-on effectuer la multiplication de 5 + 2/3 par 44 + 6/7 ? — Montrer que le résultat est le même dans tous les cas. (*B. E. Paris.*)

1160. — Simplifier l'expression $\frac{8 - 5\,2/7}{8\,1/3 - 7\,4/9}$. (*E. N. Jura.*)

1161. — Diviser 7/8 par 0,64. Démonstration et règle. (*B. E. Dijon.*)

1162. — Enoncer et démontrer la règle de la multiplication d'une fraction par une fraction sur l'exemple suivant : 3/4 × 5/7. — Démontrer que le produit de ces deux fractions ne change pas quand on intervertit l'ordre des facteurs. — Dans l'exemple précédent, le produit est-il plus grand ou plus petit que le multiplicande 3/4, plus grand ou plus petit que le multiplicateur 5/7 ? Explications. (*B. E. Rennes.*)

1163. — Qu'entend-on par quotient approché à 1/1000 près de deux nombres quelconques? — Comment le forme-t-on? — Examiner les différents cas qui peuvent se présenter suivant que les nombres sont entiers ou décimaux et formuler une règle générale. (*B. E. Aix.*)

1164. — On a divisé trois nombres par le même diviseur et on a obtenu pour quotients 3/7, 5/21 et 1/3. Quelle est la somme des trois nombres? (*B. E. Alger.*)

1165. — Une fraction est égale à 5/11 et ses deux termes diffèrent de 330. Dire quelle est cette fraction et expliquer le procédé suivi pour la trouver. (*B. E. Seine.*)

1166. — Démontrer que le quotient de deux nombres entiers peut s'écrire sous forme de fraction ayant pour numérateur le dividende et pour dénominateur le diviseur. Faire voir de plus que le quotient s'obtient en multipliant le dividende par le diviseur renversé. On choisira pour dividende 21 et pour diviseur 7. (*B. E. Bordeaux.*)

1167. — 1° Enoncer et démontrer la règle de la division d'une fraction par une fraction sur l'exemple suivant : 65/168 : 5/7. — 2° Ne pourrait-on pas obtenir le quotient en divisant les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux? Explications. — 3° Dans l'exemple précédent, le quotient est-il plus grand ou plus petit que le dividende? Explications. (*B. E. Rennes.*)

1168. — Comment réduit-on des fractions à un même dénominateur? Définition, règle, démonstration. — On devra prendre pour exemple les fractions 5/8, 1/12, 21/28. — Montrer que le problème a une infinité de solutions et donner la marche à suivre pour obtenir le plus petit dénominateur commun. (*B. E. Grenoble.*)

1169. — Qu'appelle-t-on fraction décimale? Peut-on rendre décimale la fraction 42/150 en multipliant ses deux termes ou ceux d'une fraction égale par un même nombre? (*E. N. Seine-Inférieure.*)

1170. — Réduire au p. p. c. d. les fractions 3/4, 11/12, 5/8. Expliquer l'opération. — Transformer la somme de ces fractions en un nombre comprenant 6 décimales. Comment appelle-t-on le nombre décimal ainsi obtenu? (*B. E. Seine.*)

1171. — Dans quels cas le produit d'une multiplication est-il plus petit ou plus grand que le multiplicande? Donner deux exemples. — Quand le quotient d'une division est-il plus petit ou plus grand que le dividende? Donner deux exemples. (*B. E. Poitiers.*)

1172. — Effectuer l'addition : $\frac{37}{99} + \frac{3737}{9999}$. On exprimera ensuite le résultat en décimales, à 0,0001 près. (*E. P. S.*)

1173. — Comment procède-t-on pour convertir une fraction ordinaire en fraction décimale? Enoncer et expliquer le principe sur lequel on s'appuie pour faire cette conversion. Prendre pour exemple la fraction 5/6. (*B. E. Poitiers.*)

1174. — Le quotient d'une division est 12, le dividende est 345 et le reste 9. Quel est le diviseur? — De combien d'unités au plus peut-on augmenter le dividende sans que le quotient change? — De combien peut-on le diminuer? — Si on continuait la division, trouverait-on un quotient décimal exact? (*B. E. Grenoble.*)

1175. — Dire ce que devient une fraction ordinaire, selon qu'elle est plus grande ou plus petite que l'unité, lorsqu'on retranche un même nombre à ses deux termes. Faire la démonstration, à l'aide des fractions suivantes : 48/71 et 71/48. (*B. E. Chambéry.*)

1176. — Diviser 324 par 45 et donner le quotient exact. — Pouvait-on prévoir : 1° que la division se terminerait sans reste; 2° quel serait le nombre de décimales du quotient? (*B. E. Toulouse.*)

1177. — Expliquer ce qu'il faut entendre par le quotient d'une fraction par une fraction : ce quotient est-il plus petit ou plus grand que la fraction dividende? — *Application :* Deux fractions sont l'une plus petite que 1, l'autre plus grande que 1. Laquelle devra-t-on prendre comme diviseur pour que leur division donne un quotient plus grand que 1? (*B. E. Clermont.*)

1178. — Effectuer le plus simplement possible l'expression :

$$\frac{(5/8 + 3/4) \times 2/3}{(76/95 - 69/92) \times 11}.$$ (*B. E. Lille.*)

1179. — Prouver qu'il n'y a pas de fraction décimale exactement égale à 6/35. Convertir cette fraction en décimales à 0,001 près et donner la différence entre la fraction ordinaire et la fraction décimale approchée. (*B. E. Seine.*)

1180. — Multiplier 3/7 par 2/5, diviser le produit par 1/3 et convertir le quotient en fraction décimale à 0,1 près. (*Ec. Milit. Versailles.*)

1181. — Raisonner et effectuer l'opération suivante : 21 : 0,375. — Faire de nouveau cette opération en appliquant la règle de la division des fractions ordinaires. (*B. E. Caen.*)

1182. — Définir l'opération de la réduction de plusieurs fractions données au même dénominateur. — A quelle condition doit satisfaire le dénominateur commun? — On veut réduire au même dénominateur les fractions irréductibles suivantes : 5/7, 3/11, 13/8. Parmi les nombres 1 240, 1 848, 2 500, 3 080, quels sont ceux qui peuvent être choisis comme dénominateurs communs? — Justifiez votre réponse et faites la réduction avec l'un d'eux. (*B. E. Lyon.*)

1183. — Une élève s'est trompée dans le choix des termes d'une division. Elle a pris le dividende pour le diviseur et réciproquement, et a trouvé au quotient 0,0875. Rechercher quel est le vrai quotient et raisonner. (*B. E. Dijon.*)

1184. — Le total de deux fractions dont l'une est trois fois plus grande que l'autre est 220/528. On demande de trouver ces deux fractions, de les réduire à leur plus simple expression, puis de les exprimer en décimales à 0,01 près. (*B. E. Lyon.*)

1185. — Effectuer le calcul suivant :

$$\frac{12/30 - 18/105}{12/44 - 28/147} \times (4 + 13/5).$$

Le résultat fractionnaire sera réduit à sa plus simple expression. On l'évaluera ensuite en décimales à 0,001 près. (*E. P. S.*)

1186. — Conversion des fractions ordinaires en fractions décimales : divers cas, donner des exemples. (*B. E. Paris.*)

1187. — Que doit être, en fraction décimale, le diviseur d'une division dont le quotient égale 16 fois le dividende? (*B. E. Seine.*)

1188. — En divisant 532 par 56, on obtient 9 pour quotient entier et 28 pour reste. — 1° Indiquer par quel moyen on peut compléter le quotient et justifier le procédé employé. — 2° Faire ensuite la preuve de l'opération pour vérifier la justesse du quotient exact que vous avez obtenu. (*E. N. Périgueux.*)

1189. — Une fraction décimale peut toujours être écrite sous forme de fraction ordinaire. (Montrez-le en prenant pour exemple la fraction 0,375.) Au contraire, une fraction ordinaire ne peut pas toujours être transformée exactement en fraction décimale. Dans quel cas la transformation se fait-elle exactement? (*B. E. Aix.*)

1190. — Montrer que le quotient d'une division ne doit pas changer quand on recule la virgule de 2 rangs vers la droite dans le dividende et dans le diviseur à la fois et qu'il deviendrait 3 fois plus petit si le diviseur était rendu 3 fois plus grand. (*B. E. Besançon.*)

1191. — Qu'est-ce que multiplier 36,8 par 0,475? — S'appuyer sur cette définition de la multiplication par une fraction pour démontrer la règle générale de la multiplication de deux nombres décimaux. — Peut-on dire *a priori* si le produit sera supérieur ou inférieur : 1° au multiplicande ; 2° au multiplicateur? (*B. E. Seine.*)

1192. — 1° Démontrer que pour qu'une fraction soit irréductible, il faut et il suffit que ses deux termes soient premiers entre eux et dire comment on réduit une fraction à sa plus simple expression. — 2° Enoncer la règle à suivre pour obtenir toutes les fractions égales à une fraction donnée, 6/15 par exemple. — 3° Trouver une fraction égale à 6/15 et dont le dénominateur soit 35. (*B. E. Seine.*)

1193. — Par quel nombre faut-il diviser un autre nombre pour que celui-ci soit augmenté de ses 7/12? Expliquer pourquoi le nombre trouvé répond à la question posée. (*E. N. Marne.*)

1194. — Démontrer qu'une fraction telle que 23/250 dont le dénominateur ne contient que les facteurs 2 et 5 est réductible en fraction décimale. Montrer qu'on peut déterminer à l'avance le nombre des chiffres décimaux de cette fraction décimale. (*B. E. Alger.*)

1195. — En faisant une division, on a trouvé pour quotient exact 15,15. On rend le diviseur 9 fois plus fort et le dividende 7 fois plus fort, et l'on fait une seconde division. Dites quel sera le nouveau quotient et expliquez l'opération. (*B. E. Chambéry.*)

1196. — Démontrer que le p. p. d. c. que l'on puisse donner à des fractions irréductibles est le p. p. m. c. à leurs dénominateurs. — *Application :* le p. p. d. c. que l'on puisse donner à la fraction 108/168 et à la fraction irréductible $24/x$ est 770. Déterminer x, sachant que ce nombre est premier avec le dénominateur de la fraction irréductible, équivalente à 108/168. (*B. E. Chaumont.*)

1197. — De chacun des termes de l'expression fractionnaire 23/17, on retranche le nombre 7; que devient-elle? — Quel nombre faudrait-il ajouter aux deux termes de cette expression pour qu'elle différât de l'unité de 1/10000? — Démontrer que si l'on ajoute 23/17 à son inverse 17/23, la somme obtenue est plus grande que 2. (*E. N. Nancy.*)

1198. — En divisant 5/6 par une certaine fraction, on obtient un quotient qui est égal aux 2/3 du dividende. Quelle est cette fraction? (Théorie et vérification.) — Dans cette opération, quelle quantité faut-il ajouter ou retrancher au diviseur pour que le quotient devienne les 3/4 du dividende? (*E. N. Jura.*)

1199. — Démontrer que si la somme de deux fractions irréductibles est un nombre entier, ces fractions ont nécessairement le même dénominateur. (*B. E. Montpellier.*)

1200. — Etant données les trois fractions égales $2/5 = 4/10 = 6/15$, démontrer que la fraction formée en prenant pour numérateur la somme des trois numérateurs et pour dénominateur la somme des trois dénominateurs est égale à chacune d'elles. (*B. E. Seine.*)

1201. — Deux fractions dont l'une est 4 fois plus petite que l'autre ont pour somme 1155/2244. Trouver ces deux fractions, les réduire à leur plus simple expression et exprimer la plus grande en décimales à 0,001 près en raisonnant les opérations. (*E. N. Tarn.*)

1202. — Dans quel cas une fraction dont les termes sont premiers entre eux est-elle réductible en décimales? (Enoncer la règle sans l'établir.) — Une fraction a/b étant réductible en décimales, peut-il arriver que son inverse b/a le soit aussi? — Citer les fractions dont les termes soient moindres que 20 et qui jouissent de cette propriété. (*B. E. Aix.*)

1203. — Trouver une fraction dont la somme des termes est 12 et telle que, si on ajoute 3 au numérateur et 5 au dénominateur, on obtient une nouvelle fraction équivalente à 2/3. (*B. E. Paris.*)

1204. — Expliquer pourquoi la division qu'on fait pour convertir la fraction 9/14 en décimales ne se termine pas, et pourquoi la fraction décimale est périodique. (*B. E. Lille.*)

1205. — Réduire 6468/248 à sa plus simple expression; prouver que si l'on extrait les entiers contenus dans l'expression fractionnaire trouvée, la fraction complémentaire obtenue est irréductible; dire enfin combien il y a de fractions égales à cette fraction complémentaire et dont le dénominateur soit inférieur à 10000; quelle est, parmi ces fractions, celle dont le dénominateur est un carré parfait? (*B. E. Seine.*)

Problèmes. — **1206.** — Une personne achète chez un marchand 7 m. 2/3 d'étoffe qu'elle paye 52f,45. Vérification faite, on trouve que le marchand s'est trompé en mesurant, et que le coupon ne contient que 6 m. 7/8. Quelle somme doit rendre le marchand à l'acheteur, qui consent à garder le coupon? (*B. E. Clermont.*)

1207. — Combien pourrait-on faire de kilogrammes de pain avec un sac de blé de 160 l.? Le poids de ce blé n'est que les 3/4 du poids d'un même volume d'eau; il perd les 0,28 de son poids par la mouture, et 3 kg. de farine donnent 4 kg. de pain. Quelle sera la valeur de ce pain à raison de 0f,32 le kilogramme? (*B. E. Paris.*)

1208. — Deux nombres sont tels que le tiers de leur somme égale 26 et que les 2/5 de leur différence égalent 8. Quels sont ces deux nombres? (*E. P. S.*)

1209. — On sait: 1° qu'en revendant une pièce d'étoffe à raison de 3f,80 les 2/3 de mètre, on ferait un bénéfice total de 48f,40; 2° qu'en la revendant au prix de 3f,15 les 3/4 de mètre, on ferait une perte de 24f,80. Quelle est la longueur de la pièce et quel est son prix d'achat? (*B. E. Grenoble.*)

1210. — Partager 100 en deux parties telles que les quotients de l'une par 8 et de l'autre par 9 aient pour somme 12. (*P. T. T.*)

1211. — Un marchand a acheté 423 m. d'étoffe à raison de 4f,50 les 3/5 de mètre. Sachant qu'il a déjà vendu les 4/9 de l'étoffe à raison de 92 fr. le décamètre, on demande à quel prix il doit revendre le mètre de l'étoffe qu'il lui reste pour réaliser un bénéfice de 977f,60 sur l'ensemble. (*B. E. Bordeaux.*)

1212. — On a fait les 2/9 d'un ouvrage en 5 h. 2/7; combien de temps faudra-t-il pour en faire la moitié? ((*B. E. oral, Paris.*)

1213. — Un propriétaire vend, à raison de 48 fr. l'hectolitre, deux tonneaux de vin; les 3/4 de la contenance du 1er égalent les 13/16 de la contenance du 2e. Sachant que le prix du 1er tonneau dépasse de 23f,40 le prix du 2e, on demande quelle est la contenance de chacune des deux pièces. (*B. E. Chambéry.*)

1214. — Un horloger cherchait à se défaire de deux montres d'argent qu'il avait payées le même prix. Il trouve à vendre l'une d'elles avec 1/5 de bénéfice sur le prix d'achat et cède l'autre au prix coûtant. Il reçoit ainsi 44 fr. en tout. On demande combien il avait acheté chaque montre. (*Lyc. et Coll.*)

1215. — Une lingère a acheté une pièce de toile de 116 m. et l'a fait laver. La toile s'est retirée des 3/48 de la longueur. Sachant que si la lingère la revendait au prix coûtant, elle perdrait 18f,20; on demande combien elle doit revendre le mètre de toile pour avoir un bénéfice de 64f,50. (*B. E. Montpellier.*)

1216. — Une famille composée du père, de la mère et de deux enfants va de Paris à Toulon en voiture de 1re classe et paye en tout pour ce voyage 286f,15. Le père, qui est militaire, paye 1/4 de place et l'un des enfants, âgé de moins de 7 ans, paye 1/2 place. Trouver la distance de Paris à Toulon, sachant que le prix d'une place de 1re classe est de 0f,112 par personne et par kilomètre. (*B. E. Chambéry.*)

1217. — Un oncle laisse tout son héritage à ses trois neveux. Le 1er recevra les 2/7 de l'héritage, le 2e les 19/20 de la part du 1er et le 3e le reste. Dire à combien s'élève l'héritage et calculer la part de chaque neveu, sachant que celle du 3e est de 35 650 fr. (*E. P. S.*)

1218. — On retire d'un fût les 2/3 de sa contenance moins 30 l. On retire une 2e fois les 3/5 du reste. Le fût contient encore 72 l. Quelle est la capacité du fût? (*Ec. Nat. Prof.*)

1219. — Deux barriques sont pleines de vin à 0f,80 le litre et leurs prix diffèrent de 36 fr. On sait que 5/6 de la capacité de la 1re valent les 10/13 de la capacité de la 2e. Quelle est, en litres, la capacité de chacune des deux barriques? (*B. E. Paris.*)

1220. — Une mère de famille, au lieu d'acheter 4 vêtements dits « complets » au prix de 78 fr. l'un, les fait confectionner elle-même et réalise ainsi une économie de 63f,40, parce que la façon et les fournitures ne lui coûtent que les 7/12 de ce qu'elles auraient coûté chez un tailleur. Le drap lui a coûté autant que chez le tailleur. Sachant qu'il faut 3m 1/3 de drap par vêtement, dire : 1° le prix du mètre de ce drap; 2° le prix de revient d'un complet; 3° les frais de façon et de fournitures payés par cette mère de famille pour un complet. (*B. E. Nancy.*)

1221. — Trois ouvrières travaillent ensemble. La 2e gagne par jour 1/4 de plus que la 1re, et la 3e, 0f,35 de plus que la 2e. Après avoir travaillé chacune 25 jours, ces ouvrières ont reçu en tout, pour le prix de leur travail, la somme de 218f,75. On demande de calculer le salaire journalier de chacune d'elles. (*B. E. Lille.*)

1222. — Une personne distribue à trois œuvres respectivement 1/4, 1/7, 2/11 de sa fortune. Le reste, placé à 4,5 °/o, produit 1 179 fr. d'intérêts au bout de l'année. On demande de calculer : 1° le montant de la fortune de cette personne : 2° la valeur de la donation faite à chaque œuvre. (*B. E. Seine.*)

1223. — Un ouvrier qui consomme 4/7 de litre de vin par jour en achète une barrique de 220 l. pour 87 fr. Trente-six jours après avoir commencé à en boire, les 3/8 de ce qui reste se perdent. De combien l'ouvrier doit-il diminuer sa ration journalière, à partir de cette époque, pour que le temps de la consommation reste le même et quelle est l'augmentation du prix du litre de vin restant produite par la perte? (*B. E. Poitiers.*)

1224. — Un joueur perd d'abord les 3/4 de la somme qu'il avait en se mettant au jeu, puis il gagne une somme égale aux 2/3 de ce qui lui restait et il se retire avec 500 fr. Combien a-t-il perdu définitivement? (*E. N. Lozère.*)

1225. — On veut faire 12 kg. de confitures avec des cerises que l'on paye 0f,30 le kilogramme. Pour cela, on enlève les noyaux dont le poids est 1/2 du poids des cerises achetées, et l'on met poids égal de cerises ainsi préparées et de sucre à 0f,70 le kilogramme. On demande le montant de la dépense si la confiture perd le quart de son poids par la cuisson. (*B. E. Poitiers.*)

1226. — Deux personnes ont le même revenu. La 1re en épargne chaque année 1/12; la 2e, qui dépense 450 fr. de plus que la 1re, se trouve avoir au bout de 5 ans 1 000 fr. de dettes. Calculer le revenu de chaque personne et le montant total des épargnes de la 1re au bout de 5 ans. (*B. E. Seine.*)

1227. — Un négociant gagne en un an 1/7 de son capital. Il ajoute ce bénéfice à son capital et gagne l'année suivante 1/5 de son nouveau capital. Il fait de même pour une 3e année, pendant laquelle il gagne encore 1/5 de son nouveau capital. Il possède alors 12672 fr. Quel était son capital primitif? (*B. E. Chambéry.*)

1228. — Un champ est partagé en trois parties : la 1re comprend les 2/5 du champ et la 2e est les 5/13 de la précédente. La valeur de la 3e partie est inférieure de 6737f,04 à la valeur totale du champ et la différence entre les contenances des deux 1res parties est de 80 a. On demande : 1° quelle est la valeur totale de ce champ ; 2° quelle est son étendue totale. (*Lyc. et Coll.*)

1229. — Deux ouvriers font ensemble 45 m. 1/6 d'ouvrage en 5 jours 1/9. Le 1er a fait 6 m. 1/9 de plus que l'autre. Combien chacun des ouvriers a-t-il fait de mètres en 1 jour? (*B. E. Alger.*)

1230. — Un marchand achète une pièce de drap à 16 fr. le mètre. Il en revend 1/4 à 19f,20 le mètre, puis les 2/3 du reste à 18f,40. Il lui reste 25 m. de drap qu'il vend à 17f,60 le mètre. On demande le nombre de mètres que contenait la pièce et le bénéfice °/₀ fait par le marchand. (*B. E. Seine.*)

1231. — Deux ouvrières travaillent ensemble. La 1re gagne par jour 1/4 de plus que la 2e; au bout d'un certain temps, la 1re, qui a travaillé 8 jours de plus que la 2e, a reçu 120 fr.; et la 2e 80 fr. Combien chacune gagnait-elle par jour? (*B. E. Nancy.*)

1232. — Une personne a mis un certain capital dans une entreprise. A la fin de la 1re année, elle a augmenté son capital des 4/15; pendant la 2e année, elle perd 1/8 de ce qu'elle avait à la fin de la 1re, et, pendant la 3e année, elle a gagné les 9/13 du bénéfice qu'elle a fait dans l'ensemble des deux 1res années. Elle possède alors 10934 fr. On demande quel était son capital primitif. (*B. E. Seine.*)

1233. — La différence entre les fortunes de deux personnes est de 60000 fr. Les deux fortunes s'augmentent chacune de 900 fr. par an, et, au bout de 6 ans, la 1re personne a le tiers de sa fortune de plus que la 2e. Quel est le capital primitif de chacune? (*Lyc. et Coll.*)

1234. — Un héritage de 18500 fr. a été inégalement partagé entre deux frères. Le 1er spécule à la Bourse et perd les 4/5 de sa part, le 2e dissipe de son côté les 19/22 de sa part. Sachant que les deux frères ont alors la même somme, quelles étaient les 2 parts? (*E. P. S.*)

1235. — Un spéculateur achète 2500 m² de terrain. A la fin de la 1re année, la valeur de son terrain augmente des 3/20 du prix d'achat. A la fin de la 2e année, la valeur augmente des 4/25 de celle qu'il avait à la fin de la 1re année. A la fin de la 3e année, la valeur augmente de 1/12 de celle qu'il avait au commencement de cette même année. Cette valeur étant alors de 43355 fr., combien ce spéculateur a-t-il acheté le mètre carré de terrain? (*B. E. Seine.*)

1236. — Deux personnes ont des salaires différents dont la somme s'élève annuellement à 5400 fr. — La 1re en dépense les 3/4; la 2e les 4/5. La somme de leurs économies annuelles étant de 1230 fr., trouver leurs salaires respectifs. (*B. E. Aix.*)

1237. — Les appointements d'un employé se composent d'un traitement fixe soumis à une retenue de 5 °/₀, et d'une subvention variable, qui n'est pas soumise à retenue. Cette subvention a été, l'année dernière, les 2/5 du traitement fixe total, c'est-à-dire non diminué de la retenue. L'employé ayant reçu en tout la somme nette de 4320 fr., quel a été le chiffre normal de son traitement fixe et le montant de la subvention? (*B. E. Seine.*)

1238. — On a partagé une certaine somme entre trois personnes, la part de la 2e étant les 5/8 de celle de la 1re, et celle de la 3e les 4/5 de celle de la 2e. On demande quelle est la somme partagée et quelles sont les 3 parts, sachant que celle de la 3e surpasse de 750 fr. le huitième de la somme totale. (*B. E. Seine.*)

1239. — On retire d'une cuve les 2/3 de sa contenance, moins 40 l. On retire une 2e fois les 2/5 du reste, et enfin 84 l. qui restaient. Quel est le volume de la cuve? (*B. E. Dijon.*)

1240. — Deux bassins contiennent 168 l. et 420 l. d'eau. Ils reçoivent chacun 4 l. d'eau par minute. Dans combien de temps le 1er contiendra-t-il les 79/142 de ce que contiendra le 2e? (*B. E. Bordeaux.*)

1241. — Un tonneau est plein de vin. On enlève 1/7 du contenu et on le remplace par de l'eau. Ensuite on enlève encore 1/7 du contenu qu'on remplace par de l'eau. La quantité de vin pur qui reste dans le tonneau après la 2e opération surpasse de 11 l. 1/3 les 2/3 de la capacité totale. — Calculer cette capacité. (*B. E. Seine.*)

1242. — Dans un atelier, le salaire d'une femme est les 3/4 de celui d'un homme et celui d'un enfant est les 5/9 de celui d'une femme. 12 hommes, 8 femmes et 6 enfants ont été payés en tout 110f,70. Quel est le salaire de chacun? (*B. E. Aix.*)

1243. — Deux joueurs, qui avaient ensemble 2639 fr., perdent, le 1er les 3/4 de son avoir, et le 2e les 4/7 du sien. Il se trouve alors qu'il reste 2 fois plus au 2e qu'au 1er. Quelle somme chaque joueur avait-il avant de jouer? (*B. E. Bordeaux.*)

1244. — Le périmètre d'une propriété de forme rectangulaire égale 1080 m., et une de ses dimensions est le tiers de l'autre. Trouver le prix d'achat de cette propriété, sachant qu'elle rapporte 1f,60 par are et que ce revenu représente les 4/100 du prix d'achat. (*B. E. Poitiers.*)

1245. — Un marchand vend une pièce de drap en 3 fois : le 1er coupon est les 2/7 de la pièce; le 2e coupon est les 4/5 du reste, et le 3e, qui a une longueur de 8 m., est vendu 22 fr. Dans chacune de ces ventes, le marchand réalise un bénéfice de 10 %. On demande : 1° combien de mètres contenait la pièce; 2° le prix de vente total; 3° le prix d'achat. (*B. E. Besançon.*)

1246. — Un domestique doit recevoir pour ses gages annuels une somme de 720 fr. et une livrée. Au bout de 3 mois et 10 jours, il quitte son service et reçoit 135 fr. et la livrée. Quelle était la valeur de cette livrée? (Les mois seront comptés de 30 jours.) (*B. E. Seine.*)

1247. — En 5 années, un commerçant a pu mettre de côté 54000 fr. Sachant que la 2e année il a mis de côté 2/9 en plus de ce qu'il avait mis de côté la 1re, la 3e année 12885 fr., la 4e année 1/11 en moins de ce qu'il avait mis de côté la 2e, et enfin la 5e autant que la 2e plus 115 fr., combien a-t-il économisé chaque année? (*B. E. Dijon.*)

1248. — Deux personnes employées dans un même établissement ont des salaires différents, dont la somme s'élève pour 15 mois à 5500 fr. La 1re dépense les 2/3 de son salaire et la 2e les 3/4. Le montant de leurs économies s'élève en tout en 18 mois à 1965 fr. On demande le salaire annuel de chacune d'elles. (*B. E. Montpellier.*)

1249. — Un vase A renferme 10 l. de vin et 5 l. d'eau; un 2e vase B contient 7 l. de vin et 5 l. d'eau. On tire 5 l. de chacun de ces vases et on met les 5 l. provenant du vase A dans le vase B et les 5 l. du vase B dans le vase A. On demande la quantité de vin et d'eau qui se trouve dans chaque vase. (*B. E. Toulouse.*)

1250. — Une somme est partagée entre trois personnes de la manière suivante : la part de la 1re est les 2/5 de celle de la 2e; la part de la 3e est 1/4 de l'ensemble des parts des deux premières. On constate que la 3e personne a 2000 fr. de moins que la 1re. Quelle somme a été partagée et combien a reçu chaque personne? (*Lyc. et Coll.*)

1251. — Une société de secours mutuels comprend 450 membres. Les membres honoraires, dont le nombre est les 2/7 de celui des membres participants, versent 15 fr. par an. Parmi les membres participants, les hommes, dont la cotisation est les 4/5 de celle des membres honoraires, versent autant que les femmes et le double des enfants. Le nombre des enfants étant le quart de celui des autres membres participants, quel est le montant des recettes annuelles de la société? (*B. E. Rennes.*)

1252. — Un marchand achète une pièce de drap à 18f,50 le mètre. Il revend les 2/5 à 19f,50 le mètre, puis le quart du reste à 20f,50 le mètre et les 2/3 du nouveau reste à 21f,90 le mètre. Après cela, il ne lui reste plus que 3m,60 de drap qu'il revend 21f,75 le mètre. Trouver combien la pièce contenait de mètres et combien ce marchand a gagné sur 100 fr. d'achat. (*B. E. Caen.*)

1253. — Un cultivateur va au marché avec une certaine somme. Il en dépense d'abord la moitié, puis il vend au comptant 20 doubles décalitres de blé à 3f,50 l'un. Pour payer un dernier achat, il doit débourser les 2/5 de la somme qu'il possédait après la vente de son blé. Il rentre chez lui avec 102 fr. Combien avait-il en partant? (Vérification.) (*Lyc. et Coll.*)

1254. — Deux ouvriers travaillent ensemble, mais le salaire journalier du 2e n'est que les 4/5 de celui du 1er. Au bout d'un certain temps le 1er a reçu 54 fr. et le 2e, qui a travaillé 4 jours de plus que le 1er, a reçu 57f,60. On demande : 1° quel était le salaire journalier de chacun des ouvriers ; 2° le nombre de journées de travail de chaque ouvrier. (*B. E. Poitiers.*)

1255. — Un vase renferme un certain nombre de litres de vin. On en prend d'abord 1/3, puis, dans une autre opération, 1/4 du volume enlevé dans la 1re, et enfin, dans une 3e opération, 1/6 du volume enlevé dans la 2e. — Le vin restant dans le vase est vendu à raison de 40 fr. l'hectolitre, et la somme retirée, placée à 4,50 °/o par an, produit 252f,765 de revenu. On demande le nombre de litres qu'il y avait primitivement dans le vase. (*B. E. Montpellier.*)

1256. — Les groseilles fournissent les 3/4 de leur poids total de jus. En ajoutant à ce jus un poids égal de sucre, on obtient, par la cuisson, un poids de confitures égal aux 2/3 du poids total du jus et du sucre mélangés. Le prix de revient de 6 kg. de confiture est de 5f,10. Calculer le prix du kilogramme de groseilles, si le sucre employé a coûté 0f,60 le kilogramme. (*B. E. Bordeaux.*)

1257. — On a une série de 6 vases dont le 1er, ou le plus grand, contient les 12/47 de ce que contiennent tous les vases ensemble. Le 2e contient 10 l. de moins que le 1er ; le 3e 10 l. de moins que le 2e, et ainsi de suite jusqu'au dernier qui est les 11/36 du 1er. On demande la contenance totale et celle de chaque vase. (*B. E. Seine.*)

1258. — Un propriétaire emploie 2 vignerons qu'il paye partie en argent, partie avec le vin produit par sa vigne, mais auxquels il donne le même salaire journalier. Il emploie le 1er pendant 54 jours, le 2e pendant 90 jours. Il donne au 1er 94f,50 et 3 hl. de vin ; au 2e 142f,50 et 5 hl. 2/3. Quel est le prix de l'hectolitre de vin et le prix de la journée? (*B. E. Alger.*)

1259. — Un propriétaire partage un terrain évalué 12080 fr. entre ses deux fils. Il en donne les 5/8 à l'aîné et le restant au plus jeune. L'aîné vend les 3/4 de sa part et le plus jeune les 2/5. On demande : 1° combien chacun a-t-il retiré de cette vente? 2° quelle portion du terrain chacun possède-t-il encore? 3° quelle est la contenance du terrain et quel a été le prix de vente du mètre carré, sachant que, s'ils revendaient tous deux ce qui leur reste à raison de 10 fr. le mètre carré, le plus jeune toucherait 1100 fr. de plus que l'aîné? (*B. E. Lille.*)

1260. — Une maison a quatre étages. Le locataire du 2e paye un loyer égal aux 9/10 de celui du 1er ; celui du 3e paye un loyer égal aux 9/10 de celui du 2e, et ainsi de suite. Le propriétaire, qui occupe le rez-de-chaussée, reçoit, chaque année, de ses 4 locataires, une somme totale de 6878 fr. On demande à combien s'élève le loyer de chacun des quatre locataires. (*B. E. Seine.*)

1261. — Un tissu perd au lavage 1/20 de sa longueur et 1/16 de sa largeur. Quelle longueur de cette étoffe faut-il acheter pour obtenir, après le lavage, $136^{m2},80$? La largeur primitive de l'étoffe est de 6/5 de mètre. (*B. E. Aix.*)

1262. — Un négociant a acheté deux pièces de drap qui ont coûté ensemble $216^f,80$. Il a revendu le tiers de la 1re et le quart de la 2e pour 76 fr., et il a réalisé sur cette vente partielle un bénéfice de 25 °/₀ sur le prix d'achat. On demande le prix d'achat de chacune des 2 pièces; on demande en outre leur longueur, sachant que la longueur de la 1re pièce est les 3/4 de celle de la 2e, et que le drap de la 2e a coûté 2 fr. de plus par mètre que celui de la 1re. (*B. E. Lyon.*)

1263. — Un marchand a vendu à trois personnes une pièce de toile valant $2^f,75$ le mètre. La 1re a pris la moitié de la pièce et la 2e a pris 1/3 de ce qui restait et 10 m. en plus. La 3e a payé $123^f,97$ le coupon restant qui lui a été vendu, déduction faite d'un escompte de 2 °/₀. Quelle était la longueur de la pièce et quel était le nombre de mètres achetés par chaque personne? (*B. E. Besançon.*)

1264. — A la rentrée des classes, le cours supérieur d'une école comprenait 1/4 de l'effectif total, le cours moyen les 7/20 et le cours élémentaire le reste. Six mois après, l'effectif était doublé; le cours supérieur comprenait alors 1/5 du nouvel effectif, le cours moyen les 3/8 et le cours élémentaire le reste. Sachant qu'à ce moment le cours supérieur comprenait 15 élèves de plus qu'à la rentrée. Quels étaient aux deux époques les effectifs de chaque cours? (*B. E. Montpellier.*)

1265. — Une personne lègue sa fortune à trois de ses parents de la manière suivante : elle donne d'abord à chacun d'eux 1/5 de son avoir total, puis une certaine somme pour chacun des fils, et les 2/3 de cette somme pour chacune des filles. Calculer la fortune à partager et la part de chaque parent, sachant que le 1er a 2 garçons et 3 filles, le 2e 1 garçon et 2 filles, le 3e 2 garçons et 2 filles, et que ce dernier a reçu pour sa part 19600 fr. (*B. E. Paris.*)

1266. — Une personne lègue à un 1er héritier 100000 fr. et distribue le reste ainsi : au 2e héritier, 1/4 de ce reste, au 3e les 2/7, au 4e les 3/8 et au 5e la somme de 1125 fr. formant le complément dudit reste. On demande quelle sera la part de chacun, et quel est le montant de la succession. (*B. E. Seine.*)

1267. — Deux nombres ont pour somme 46. En ajoutant l'un des nombres au numérateur et l'autre au dénominateur de la fraction 8/15, cette fraction ne change pas de valeur. On demande quels sont ces deux nombres. (*B. E. Seine.*)

1268. — Un négociant achète une certaine quantité de marchandises. Il les revend ensuite, et le bénéfice de cette opération est exactement les 3/50 du prix de vente. D'un autre côté, si on augmentait ce bénéfice de $2131^f,80$, il serait de 1/10 du prix d'achat. On demande de calculer le bénéfice de l'opération. Vérifier. (*B. E. Paris.*)

1269. — Deux pièces de vin ont coûté : l'une 165 fr., l'autre $136^f,80$. La 1re pièce contient 8 l. de moins que la 2e; mais le litre de vin de la 2e pièce ne coûte que les 4/5 du prix du litre de la 1re. On demande de calculer le prix du litre de chaque sorte de vin et la contenance de chaque pièce. (*B. E. Lyon.*)

1270. — On a acheté pour $461^f,25$ une pièce de velours et une pièce de drap formant ensemble une longueur de 35 m. La pièce de velours n'a que les 5/9 de la longueur de la pièce de drap, et on sait que 12 m. de drap coûtent autant que 7 m. de velours. On demande de calculer : 1° la longueur de chaque pièce; 2° le prix du mètre de chaque étoffe. (*B. E. Seine.*)

1271. — Un propriétaire a acheté une pièce de pré pour la revendre par parcelles. Il vend à une 1re personne les 5/8 de la pièce, à une 2e les 3/8 du reste, et à une 3e le reste. La 2e personne a 93 a. de moins que la 1re. Toutes ces ventes sont faites à raison de 46 fr. l'are. Calculer le gain total du propriétaire, sachant qu'il réalise ainsi un bénéfice de 15 %. (*B. E. Poitiers.*)

1272. — Une dame achète une robe, un manteau, un chapeau et une ombrelle. Le manteau coûte les 3/5 du prix de la robe, le chapeau les 5/12 du manteau, l'ombrelle les 2/3 du chapeau, et le manteau 3 fois le prix de l'ombrelle, plus 12 fr. Calculer le prix de chaque objet et la dépense totale. (*B. E. Seine.*)

1273. — Une couturière a besoin de 17m,85 de toile de 1m,20 de largeur, mais elle ne trouve à acheter que de la toile ayant 1m,10 et qu'elle devra d'ailleurs faire laver avant de l'utiliser. Sachant que le lavage fait diminuer cette toile de 1/52 de sa longueur et de 1/22 de sa largeur, on demande combien elle en devra acheter. (*B. E. Poitiers.*)

1274. — Une personne emploie les 3/8 d'une somme dont elle dispose et, successivement, les 2/5 de ce qui lui reste et les 5/12 du nouveau reste. Elle place à 3,60 % ce qui lui reste en dernier lieu et elle en retire un revenu annuel de 553f,518. Calculer la valeur de la somme primitive. (*B. E. Bordeaux.*)

1275. — Un commerçant est établi depuis quatre ans. Pendant la 1re année son capital s'est accru de ses 2/7; pendant la 2e, il a diminué de 1/8 de ce qu'il était après la 1re. Le bénéfice de la 3e année représente 1/12 du capital primitif. Enfin, pendant la 4e année, le gain est égal à celui de l'ensemble des 3 premières. Au bout de ces 4 années, l'avoir du commerçant s'élève à 52 360 fr. Combien avait-il en entrant en affaires? (*B. E. Aix.*)

1276. — Un marchand revend de la manière suivante une pièce d'étoffe qui lui a coûté 576 fr. : d'abord le tiers en faisant un bénéfice de 10 %, puis la moitié en réalisant un bénéfice de 12 %, et enfin le reste pour 102 fr. en faisant un bénéfice de 0f,75 par mètre. Calculer la longueur de la pièce et le bénéfice total réalisé. (*B. E. Paris.*)

1277. — Un héritage de 18 000 fr. a été partagé inégalement entre deux frères. Le 1er perd dans une affaire les 3/5 de sa part; le 2e dissipe les 5/11 de la sienne. Les deux frères auraient à ce moment la même somme si le 1er donnait 1 000 fr. au 2e. Comment avait été effectué le partage? (*B. E. Alger.*)

1278. — Une personne achète une vigne, une terre et un pré. Le prix du pré est les 2/3 du prix de la vigne moins 119 fr.; celui de la terre surpasse de 500 fr. celui de la vigne. Elle revend le pré avec un bénéfice égal à 1/7 de son prix d'achat et la terre avec un bénéfice égal aux 2/25 de son prix d'achat. Ces deux bénéfices étant égaux, trouver le prix d'achat de la vigne, du pré et de la terre. (*B. E. Lyon.*)

1279. — Un vase renferme 35 cl. d'eau salée. On en enlève 14 cl. qu'on remplace par 14 cl. d'eau pure. On retire encore 14 cl. de ce mélange que l'on remplace à nouveau par 14 cl. d'eau pure. On prend alors 8 cl. de la nouvelle dissolution que l'on fait évaporer, et l'on trouve que ces 8 cl. contiennent 36 cg. de sel. Combien y avait-il de grammes de sel dans les 35 cl. d'eau salée que renfermait primitivement le vase? (*B. E. Caen.*)

1280. — On a trois tonneaux A, B, C. Si l'on verse le contenu de B dans A, il reste dans B les 125/1000 de ce qu'il contenait; si l'on verse le contenu de C dans B, il reste dans C les 2/10 de ce qu'il contenait; enfin, si l'on verse le contenu de A dans C, il manque à A 32l.40 pour remplir C. Dire la contenance de chacun des tonneaux. (*B. E. Seine.*)

RACINES

CARRÉ. RACINE CARRÉE

181. — On appelle **carré d'un nombre** le *produit de deux facteurs égaux à ce nombre.*

Les **carrés des dix premiers nombres** sont :

Nombres :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.
Carrés :	**1**	**4**	**9**	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**	**100.**

182. — On dit qu'*un nombre* entier ou fractionnaire est un **carré parfait** lorsqu'il est le *carré d'un autre nombre* entier ou fractionnaire.

Ex. : 25, c'est 5^2; $0,81 = 0,9^2$; $\frac{16}{25}$, c'est $\left(\frac{4}{5}\right)^2$.

183. — On appelle **racine carrée exacte** d'un nombre un second nombre dont le carré est égal au 1er.

On indique la *racine carrée exacte* d'un nombre à l'aide du signe $\sqrt{}$ appelé **radical**.

$\sqrt{16} = 4$ s'énonce racine carrée de 16 égale 4.

184. — La **racine carrée approchée à 1 unité, à 0,1, à 0,01,...** près d'un nombre est *le plus grand nombre d'unités,* de *dixièmes,* de *centièmes,...* dont le *carré* est *contenu dans le nombre donné.*

Ex. : 1° La *racine carrée* **à 1 unité près** de 55 est 7, car 55 est compris entre 49 ou 7^2 et 64 ou 8^2 ; 7 est donc le plus grand nombre d'unités dont le carré est contenu dans 55.

2° La *racine carrée* **à 0,01 près** de 0,0138 est 0,11, car 0,0138 est compris entre 0,0121 ou $0,11^2$ et 0,0144 ou $0,12^2$; 0,11 est donc le plus grand nombre de centièmes dont le carré est contenu dans 0,0138.

185. Théorème. — *Le carré d'un nombre entier plus grand que* 10 *est une somme composée de trois parties :* 1° *le carré des dizaines ;* 2° *le double produit des dizaines par les unités ;* 3° *le carré des unités.*

Ex. : $45 = 40 + 5$.
$45^2 = 40^2 + 2 \times 40 \times 5 + 5^2 = 2025$. (§ 59)

186. Théorème. — *La différence entre les carrés de deux nombres entiers consécutifs est égale au double du plus petit plus un.*

Ex. : $7^2 - 6^2 = 2 \times 6 + 1$.

En effet : 7^2 ou $(6+1)^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times 1 + 1^2$. (§ **59**)

$7^2 - 6^2 = (6^2 + 2 \times 6 + 1) - 6^2 = 2 \times 6 + 1$. (Voir § **61**.)

187. — Le **reste de la racine carrée** d'un nombre est la *différence entre ce nombre* et le *carré de sa racine.*

Ex. : Le reste de la racine carrée de 55 est $55 - 7^2 = 55 - 49 = 6$.

Le **reste de la racine carrée** est *au plus égal au double de cette racine*.

Ex. : $80 = 8^2 + R$.

8 est la racine et le reste R doit être au plus égal à 8×2.

En effet, lorsqu'à 8^2 on ajoute $8 \times 2 + 1$ on obtient 9^2. (§ **186**)

Si R était plus grand que 8×2, le nombre serait au moins égal à 9^2 et sa racine ne serait pas 8, mais elle serait au moins 9.

Exercices. — 1281. — Elever au carré : 30 ; 32 ; 35 ; 58 ; 102 ; 201.

1282. — A quoi est égal le carré d'une dizaine ? d'un dixième ?

1283. — A quoi est égal le carré de la somme de deux nombres ? D'après cela, évaluer les carrés de : 41 ; 63 ; 75 ; 81 ; 107 ; 1001.

1284. — Elever au carré, sans les effectuer, les produits de facteurs suivants : 5×7 ; 4×3^2 ; $6^3 \times 7^2$; $8 \times 9^2 \times 5^4 \times 2^3$. — Règle.

1285. — Un nombre est carré parfait lorsque les exposants de ses facteurs premiers sont pairs.

1286. — Extraire la racine carrée des produits suivants :

$3^2 \times 5^4 \times 7^6$; $2^8 \times 5^2 \times 11^4$; $4 \times 9 \times 36 \times 100$.

1287. — La racine carrée d'un nombre est 14 et le reste est le plus grand possible, quel est ce nombre ?

1288. — Montrer que le carré d'un nombre est toujours terminé par le chiffre du carré de ses unités.

1289. — Quelle est la différence entre 149^2 et 150^2. Vérifier.

1290. — La différence des carrés de deux nombres consécutifs est 145. Quels sont ces deux nombres ?

1291. — Après avoir calculé les carrés de 12 ; 15 ; 25 ; 20 ; 30 ; 40 ; 100 ; dites quels sont les carrés de 13 ; 16 ; 26 ; 21 ; 31 ; 41 ; 101.

***1292.** — En examinant seulement le dernier chiffre à droite d'un nombre, peut-on voir que ce nombre n'est pas un carré parfait ?

***1293.** — Le carré d'un nombre terminé par 5 est terminé par 25.

***1294.** — Démontrer que, pour obtenir le carré de 65, il suffit de multiplier 6 par $(6+1)$ et d'écrire 25 à la droite du produit.

***1295.** — D'après la règle précédente, effectuer les carrés suivants : 25^2 ; 45^2 ; 75^2 ; 85^2 ; 115^2 ; 125^2.

***1296.** — Quand un nombre est divisible par n, son carré est-il divisible par n^2 ?

Racine carrée à une unité près

188. **1er Cas.** — *Racine carrée d'un nombre inférieur à* 100.

Cette racine est inférieure à 10 et n'a qu'un chiffre. Pour l'obtenir, il suffit de connaître les carrés des 9 premiers nombres. (§ **181**)

Ex. : La racine carrée à une unité près de 74 est 8 puisque 74 est compris entre 64 ou 8^2 et 81 ou 9^2.

189. **2e Cas.** — *Racine carrée d'un nombre supérieur à* 100.

Ex. : Extraire la racine carrée : 1° de 4609 ; 2° de 7851204.

46.09	**67**	7.85.12.04	**2802**
36	$6 \times 2 = 12$	38.5	$49 \times 9 = 441$ (1er essai.)
100.9	$128 \times 8 = 1024$ (1er essai.)	11.2	$48 \times 8 = 384$ (2e essai.)
889	$127 \times 7 = 889$ (2e essai.)	1120.4	$56 > 11$
Reste : 120		*Reste :* 0	$5602 \times 2 = 11204$.

Règle. — 1° Partager le nombre en *tranches de 2 chiffres* à partir de la droite ;

2° Extraire la *racine* du nombre formé par la 1re *tranche à gauche :* on obtient le **1er chiffre de la racine ;**

3° *Retrancher* de la 1re tranche le *carré du chiffre trouvé* à la racine, *abaisser* à droite du reste la 2e *tranche, diviser les dizaines* du nombre ainsi formé par le *double du* 1er *chiffre* de la racine, le quotient est le **2e chiffre de la racine** ou un *chiffre trop fort ;*

4° *Essayer ce chiffre* en l'écrivant à droite du double du 1er chiffre et multipliant le nombre ainsi formé par le chiffre à essayer ; si le produit obtenu est inférieur au nombre formé par le 1er reste suivi de la 2e tranche, le chiffre essayé est bon ; sinon il est trop fort, on le diminue d'une unité et on essaye le nouveau chiffre ;

5° *Ecrire le* 2e *chiffre de la racine* à droite du 1er, *abaisser la* 3e *tranche* à droite du 2e reste partiel, *diviser les dizaines* du nombre ainsi formé par le *double du nombre déjà écrit à la racine,* le quotient est le **3e chiffre de la racine** ou un *chiffre trop fort.*

Continuer ainsi jusqu'à ce qu'on ait employé toutes les tranches de deux chiffres.

***Démonstration** (sur le 1er exemple) :

A. — Le nombre des dizaines de la racine carrée d'un nombre entier est la racine carrée des centaines de ce nombre.

Ex. : 6 est la racine carrée des 46 centaines de 4609.

1° *Ce chiffre n'est pas trop fort.*

On a : $6^2 < 46$, donc : $60^2 \leqslant 4600$,
et, à plus forte raison, $60^2 < 4609$.

2° *Ce chiffre n'est pas trop faible*, car 7 est trop fort.

On a, en effet, $7^2 > 46$ et, par suite, $7^2 \geqslant 47$;
donc $70^2 \geqslant 4700$; et, à plus forte raison, $70^2 > 4609$.

B. — Détermination du chiffre des unités de la racine.

Le quotient (8) *du reste partiel* (1 009) *par le double des dizaines de la racine* (120) *est le chiffre des unités de la racine ou un chiffre trop fort.*

De 4609 on a retranché le carré des dizaines de la racine (3600). Le reste 1 009 est donc égal au double produit des dizaines par les unités de la racine, plus le carré des unités, plus le reste s'il y en a un.

Pour prouver que le chiffre des unités est 8 ou inférieur à 8, il suffit de prouver qu'il est plus petit que 9.

Or, on a : $1\,009 < 120 \times 9$;

donc : $60^2 + 1\,009 < 60^2 + 2 \times 60 \times 9$

ou : $4\,609 < 60^2 + 2 \times 60 \times 9$

et, à plus forte raison :

$$4\,609 < 60^2 + 2 \times 60 \times 9 + 9^2 \quad \text{ou } 69^2.$$

1er *essai.* — Le quotient 8 sera le chiffre des unités si, du reste 1 009, on peut retrancher : $2 \times 60 \times 8 + 8^2 = (120 + 8) \times 8 = 1\,024$.

1 024 étant plus grand que 1 009, le chiffre 8 est trop fort, il faut essayer 7.

2e *essai.* — On a : $2 \times 60 \times 7 + 7^2 = (120 + 7) \times 7 = 889$.

889 étant plus petit que 1 009, le chiffre des unités de la racine est 7.

La racine carrée à une unité près de 4609 est donc 67.

$$4\,609 = 67^2 + 120. \quad \text{Reste } 120 < 67 \times 2.$$

Exercices. — Extraire les racines carrées exactes des nombres :

1297. — 49 ; 25 ; 100 ; 64 ; 36 ; 81.

1298. — 484 ; 4 900 ; 625 ; 3 600 ; 529 ; 1 225 ; 4 096 ; 1 156.

1299. — 550 564 ; 166 464 ; 748 225 ; 94 249 ; 741 321 ; 870 489.

1300. — 7 225 ; 21 609 ; 88 804 ; 132 496 ; 356 409 ; 471 969.

Extraire à 1 unité près les racines carrées des nombres :

1301. — 1 772 ; 1 688 ; 11 925 ; 48 225 ; 197 957 ; 672 340.

1302. — 1 536 104 ; 1 160 724 ; 21 067 435 ; 46 243 562 ; 75 436 732.

1303. — 124 367 465 ; 106 149 770 ; 225 131 865 ; 459 265 579 ; 1 315 090 000.

1304. — 24 687 396 544 ; 401 309 459 ; 12 042 000 000 ; 562 124 726 318.

Racine carrée à 0,1, à 0,01, à 0,001,... près

190. **3e Cas.** — *Racine carrée approchée de nombres quelconques.*

Ex. : Extraire les racines carrées suivantes :

1° de 754,859 à **0,01 près,**

7·54,85·90	**27,47**
35·4	47 × 7
2 58·5	544 × 4
40 99·0	5487 × 7
2 58 1	

Rép. **27,47.** Reste = 0,2581.

2° de 3 à **0,001 près.**

3,00·00·00	**1,732**
2 0·0	27 × 7
1 10·0	343 × 3
7 10·0	3462 × 2
17 6	

Rép. **1,732.** Reste = 0,000176.

Règle. — Pour extraire la **racine carrée d'un nombre** entier ou décimal à **0,1, à 0,01, à 0,001...,** **près :**

1° On *prend* à droite de la virgule du nombre donné *deux fois plus de chiffres décimaux* qu'on n'en veut à la racine, en complétant au besoin par des zéros ;

2° On *extrait la racine carrée à* 1 *unité près* du nombre formé, comme s'il était entier ;

3° On met une **virgule** à la racine immédiatement *avant d'abaisser la* 1re *tranche décimale.*

Dans la pratique :

1° On partage le nombre en *tranches de* 2 *chiffres à partir de la virgule* et de chaque côté ;

2° Lorsqu'il n'y a *pas de tranches décimales* ou qu'elles sont *épuisées,* on continue l'opération, s'il est nécessaire, en abaissant *deux zéros à la droite du reste.*

Remarque. — Pour extraire la racine carrée approchée à 0,1, à 0,01, à 0,001,... près d'un **nombre fractionnaire,** on le *convertit* d'abord *en décimales,* puis on applique la règle précédente.

191. **Preuve.** I. — Pour faire la **preuve de la racine carrée,** on *ajoute le reste au carré de la racine* et on doit retrouver le nombre donné.

Ex. : 1° La racine carrée à 1 près de 4609 est bien 67 ; car, on a :

$$67^2 + 120 = 4489 + 120 = 4609 < 68^2.$$

2° La racine carrée à 0,001 près de 3 est bien 1,732 ; car, on a :

$$1{,}732^2 + 0{,}000176 = 2{,}999824 + 0{,}000176 = 3 < 1{,}733^2.$$

II. — La **preuve par 9** de la racine carrée se fait comme si l'opération était une *division*, dans laquelle le *diviseur* et le *quotient* seraient tous deux *égaux à la racine trouvée*. (§ **95**)

1° On cherche les *restes* de la division par 9 *de la racine et du reste;*

2° On fait le *carré du* 1er *reste* et on lui *ajoute le second*.

Le reste par 9 de cette somme doit être égal au reste par 9 du nombre donné.

Ex. : La racine carrée à 0,01 près de 754,859 est bien 27,47.

$754{,}859 = 27{,}47^2 + 0{,}2581.$

$= (m.9 + 2)^2 + m.9 + 7 = (m.9^2 + 2m.9 \times 2 + 2^2) + m.9 + 7.$

$= m.9 + 4 + m.9 + 7 = m.9 + 2.$

2 est bien le reste par 9 de 754,859.

Exercices. — 1305. — Calculer à 0,1 près les racines des nombres 0,45 ; 0,65 ; 0,85 ; 0,01 ; 1,44 ; 1,55 ; 1,22.

Calculer à 0,01 près les racines carrées des nombres :

1306. — 0,0001 ; 0,3136 ; 0,7335 ; 42 ; 6,194 ; 47,5423 ; 3,1416.

1307. — 2,69 ; 21,6225 ; 95,7 ; 63 ; 82,2 ; 50.

1308. — 3008,54 ; 5182 ; 421,7 ; 6412,0573 ; 10622,72 ; 766710,4 ; 50311.

Calculer à 0,001 près les racines carrées des nombres :

1309. — 10 ; 1000 ; 100000 ; 0,1 ; 0,001 ; 11 ; 7.

1310. — 0,35 ; 0,462 ; 75,356 ; 362,4 ; 2841,27 ; 48528,60.

1311. — 51 ; 230 ; 867 ; 3711 ; 55342 ; 16920 ; 200000.

1312. — 423572 ; 248573,6 ; 734861,231 ; 1223445 ; 1210100 ; 25329437,235.

Calculer à 0,0001 près les racines carrées des nombres :

1313. — 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 8 ; 12 ; 14 ; 20.

1314. — 3/8 ; 6/7 ; 5/6 ; 7/11 ; 3/4 ; 9/25.

1315. — Calculer à $0^m,01$ près les longueurs données par :

1° $R\sqrt{2}$, $R\sqrt{3}$ pour $R = 5^m$; 2° $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ pour $a = 8^m$.

1316. — A quoi reconnaît-on qu'on a mis un chiffre trop faible à la racine ? Preuve de la racine carrée ? (*B. E. oral, Paris.*)

1317. — Calculer avec 5 décimales le côté du carré qui aurait 10 m² de surface. (*E. P. S.*)

1318. — Calculer, à 0,0001 près, la longueur de la diagonale du mètre carré. (*B. E. Seine.*)

1319. — Calculer, à 1 cm. près, le rayon d'un cercle dont la surface serait de 1 m². (*C. Compl.*)

1320. — Elever au carré la fraction 7/9. Le carré d'une fraction est-il plus grand ou plus petit que la fraction ? Comment extrait-on la racine carrée d'une fraction ? (*B. E. oral, Paris.*)

Revision.

Exercices. — **1321.** — On augmente un nombre de 5 unités; de combien son carré est-il augmenté? (*B. E. oral, Paris.*)

1322. — On a deux nombres, le plus grand est 40 et le total de leurs carrés est 1625. Quel est le plus petit? (*E. P. S.*)

1323. — On a doublé un nombre, puis on a fait le carré de ce double et l'on a trouvé 5776. Quel était le nombre primitif? (*C. Compl.*)

1324. — Quel est le plus grand carré entier contenu dans 4753?

1325. — Le produit d'un nombre par sa moitié égale 882. Quel est ce nombre?

1326. — La différence entre les carrés de deux nombres est 105. Quels sont ces deux nombres, sachant qu'ils diffèrent de 5 unités?

1327. — On multiplie un nombre par son tiers et l'on obtient 482. Quel est ce nombre?

***1328.** — Quel est le plus petit nombre dont le produit par 1962 est un carré parfait? Trouver ce carré et sa racine. (*B. E. Seine.*)

***1329.** — Trouver deux nombres pairs consécutifs, sachant que la différence de leurs carrés est 180.

***1330.** — Connaissant le carré de 96, comment pourrez-vous trouver ensuite facilement le carré de 98? (*B. E. oral, Paris.*)

***1331.** — En multipliant les 3/4 d'un nombre par les 2/3 de ce nombre, on trouve 72. Quel est ce nombre?

***1332.** — Un nombre entier terminé par un nombre impair de zéros n'est pas un carré parfait. — A quoi est égale la différence entre le carré de la somme de deux nombres et le carré de leur différence? (*B. E. oral, Paris.*)

***1333.** — Extraction de la racine carrée des nombres entiers, par exemple du nombre 5247. Quelle est: 1° la racine par défaut; 2° la racine par excès? Quelle est la plus approchée? (*B. E. Alger.*)

***1334.** — Montrer que, lorsque la différence de deux nombres est 1/2, celle de leurs carrés est égale au plus petit nombre plus 1/4.

***1335.** — La somme des carrés de deux nombres est 1733, et la différence de leurs carrés est 1155. Quels sont ces deux nombres?

***1336.** — Combien y a-t-il de carrés parfaits de 4800 à 10000?

***1337.** — Quel est le nombre dont les 2/3 multipliés par les 3/5 donnent 960,4? (*B. E. Poitiers.*)

***1338.** — La somme de deux nombres est 67, la différence de leurs carrés est 1139. Quels sont ces nombres?

***1339.** — Trouver deux nombres entiers consécutifs, sachant que leur produit est 2256.

***1340.** — La somme de deux nombres est 59, leur produit est 840. Calculer: 1° leur différence; 2° les deux nombres.

***1341.** — Trouver deux nombres dont l'un est double de l'autre, sachant que la somme de leurs carrés est 1125.

***1342.** — Prouver que la différence des carrés de deux nombres entiers est toujours divisible par la somme de ces nombres et aussi par leur différence. (*E. P. S.*)

***1343.** — Quel est le nombre carré parfait qui, ajouté à sa racine carrée, donne 552792? (*B. E. Aix.*)

Problèmes. — 1344. — Calculer le carré de la somme 8 + 1. — Calculer le côté d'un carré, sachant que si ce côté avait 1 m. de plus, la surface serait augmentée de 57 m². (*B. E. Besançon.*)

1345. — Quelle est, à 1 cm. près, la longueur du côté d'un carré qui a la même surface qu'un rectangle dont la base a 37 m. et la hauteur 27m,50 ? (*E. P. S.*)

1346. — On a une planche rectangulaire de 0m,64 de long sur 0m,48 de large. On la coupe suivant la diagonale. Quelle sera la longueur du trait de scie ? (*Ec. Diderot.*)

1347. — Trouver la longueur du diamètre d'un cercle qui a 2m²,010624 de surface.

1348. — Calculer, à 1 mm. près, le côté d'un carré dont la diagonale a 75 m.

1349. — Au pied d'un mur de 2m,50 de haut se trouve un fossé de 1m,10 de large. Une échelle placée sur le bord opposé du fossé atteint au haut du mur, quelle est la longueur de cette échelle ?

1350. — Un cube a 216 cm² de surface totale. Calculer : 1° son arête ; 2° son volume.

1351. — La surface d'un champ de forme carrée est 2256m²,25. Quel est son périmètre ?

1352. — Calculer le rayon d'une sphère dont la surface vaudrait 1809m²,5616.

***1353.** — Un jardinier plante des arbres en carré de manière à former des rangées d'un même nombre d'arbres. Combien a-t-il d'arbres à sa disposition, sachant qu'il lui en reste 3 quand il en place un certain nombre par rangée et qu'il lui en manque 12 quand il augmente ce nombre de 1. (*P. T. T.*)

***1354.** — Le volume d'un cylindre est de 235dm³,620 ; la hauteur est de 1m,20. Quel est le diamètre de base ? (*E. P. S.*)

***1355.** — J'ai un jardin rectangulaire de 157m,50 de long sur 17m,50 de large. De combien faudra-t-il diminuer la longueur et augmenter la largeur pour obtenir un carré de même surface ? (*C. Compl.*)

***1356.** — La somme des surfaces de deux carrés est de 1764 m² ; leur différence est de 529 m². On demande de calculer la longueur du côté de chaque carré. (*B. E. Alger.*)

***1357.** — Comment obtient-on la surface d'un triangle ? — Qu'appelle-t-on racine carrée d'un nombre ? — Un champ de forme triangulaire a une superficie de 1 ha. Sa hauteur étant égale aux 4/5 de la base, on demande de trouver cette base à 1 cm. près. (*E. P. S.*)

***1358.** — Un terrain rectangulaire dont la hauteur est les 2/3 de la base présente une superficie de 450 m². Calculer, à 1 cm. près, les dimensions de ce rectangle. (*E. P. S.*)

***1359.** — En disposant un certain nombre d'arbres en carré de façon à former des rangées parallèles et toutes équidistantes dans les deux sens, on trouve 92 arbres de reste. En mettant un arbre de plus par rangée, il manque 37 arbres pour achever le carré. Combien avait-on d'arbres ? (*B. E. Loiret.*)

***1360.** — La surface d'un terrain rectangulaire est égale à 1 km². Sachant que la longueur est égale à 5 fois la largeur, déterminer les deux dimensions de ce terrain. (*C. Compl.*)

***1361.** — Avec un kilogramme d'or on fait un fil de 3 km. de longueur. Calculer le diamètre de ce fil. On sait que le décimètre cube d'or pèse 19kg,56. (*C. Compl.*)

*CUBE. RACINE CUBIQUE.

192. — On appelle **cube d'un nombre** le *produit de trois facteurs égaux à ce nombre.*

Les cubes des dix premiers nombres sont :

Nombres :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cubes :	**1**	**8**	**27**	**64**	**125**	**216**	**343**	**512**	**729**	**1000**

193. — On dit qu'*un nombre* entier ou fractionnaire est un **cube parfait** lorsqu'il est le *cube d'un autre nombre* entier ou fractionnaire.

Ex. : 64 c'est 4^3 ; $0,125 = 0,5^3$; $\frac{27}{343}$ c'est $\left(\frac{3}{7}\right)^3$.

194. — On appelle **racine cubique exacte** d'un nombre un second nombre dont le cube est égal au 1er.

On indique la *racine cubique exacte* d'un nombre à l'aide du signe $\sqrt[3]{}$.

$\sqrt[3]{64} = 4$ s'énonce racine cubique de 64 égale 4.

195. — La **racine cubique approchée à 1 unité, à 0,1, à 0,01...**, près d'un nombre est *le plus grand nombre d'unités,* de *dixièmes,* de *centièmes,...* dont le *cube* est *contenu dans le nombre donné.*

196. Théorème. — *Le cube de la somme de deux nombres est égal au cube du 1er nombre plus trois fois le produit du carré du 1er nombre par le second, plus trois fois le produit du 1er par le carré du second, plus le cube du second.*

Ex. : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

En effet :
$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)^2(a+b)\\ &= (a^2+2ab+b^2)(a+b). \quad (\S\ 52)\\ &= (a^2+2ab+b^2)a + (a^2+2ab+b^2)b.\\ &= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3\\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.\end{aligned}$$

197. Théorème. — *Le cube d'un nombre entier plus grand que 10 est une somme composée de quatre parties : 1° le cube des dizaines ; 2° trois fois le produit du carré des dizaines par les unités ; 3° trois fois le produit des*

dizaines par le carré des unités; 4° le cube des unités.

Ex. : $45^3 = 40^3 + 3 \times 40^2 \times 5 + 3 \times 40 \times 5^2 + 5^3$. (§ **196**)

198. Théorème. — *La différence entre les cubes de deux nombres entiers consécutifs est égale à trois fois le carré du plus petit nombre, plus trois fois ce plus petit nombre plus un.*

Ex. : $8^3 - 7^3 = 3 \times 7^2 + 3 \times 7 + 1$.

En effet : 8^3 ou $(7+1)^3 = 7^3 + 3 \times 7^2 \times 1 + 3 \times 7 \times 1^2 + 1^3$. (§ **196**)

$8^3 - 7^3 = (7^3 + 3 \times 7^2 + 3 \times 7 + 1) - 7^3 = 3 \times 7^2 + 3 \times 7 + 1$.

199. Le **reste de la racine cubique** d'un nombre est la *différence entre ce nombre* et le *cube de sa racine.*

Ex. : Le reste de la racine cubique de 528 est :

$$528 - 8^3 = 528 - 512 = 16.$$

Le **reste de la racine cubique** est *au plus égal à trois fois le carré de cette racine, plus trois fois cette même racine.*

Ex. : $347 = 7^3 + R$. La racine est 7 et le reste R doit être au plus égal à $3 \times 7^2 + 3 \times 7$.

En effet, si à 7^3 on ajoute $3 \times 7^2 + 3 \times 7 + 1$, on obtient 8^3. (§ **198**)

Si R était égal ou supérieur à $3 \times 7^2 + 3 \times 7 + 1$, le nombre serait au moins égal à 8^3 et sa racine ne serait pas 7, mais au moins 8.

200. **Preuve.** — Pour faire la **preuve de la racine cubique,** on *ajoute le reste au cubè de la racine* et on doit retrouver le nombre donné.

Remarque. — Pour faire la **preuve par 9 :**

1° On cherche les restes de la division par 9 de la racine et du reste ;

2° On fait le cube du premier reste et on lui ajoute le second.

Le reste par 9 de cette somme doit être égal au reste par 9 du nombre donné.

Exercices. — 1362. — Elever au cube les nombres suivants : 20 ; 45 ; 36 ; 102 ; 354 ; 895.

1363. — A quoi est égal le cube d'une unité ? d'une dizaine ? d'un dixième ? d'une centaine ? d'un centième ?

1364. — De quoi se compose le cube de la somme de deux nombres ? D'après cela, évaluer les cubes des nombres suivants : 21 ; 52 ; 201 ; 84.

1365. — Elever au cube les produits de facteurs suivants : 6×4 ; 5×3^2 ; $7^3 \times 8^2$; $9 \times 5^2 \times 6^4 \times 3^2$. — Règle.

1366. — Un nombre est cube parfait lorsque les exposants de ses facteurs premiers sont divisibles par 3. Démontrer.

1367. — Extraire la racine cubique des produits suivants : $3^3 \times 5^6 \times 2^9$; $2^{12} \times 7^6 \times 11^3$; $27 \times 8 \times 1000$.

1368. — Quelle différence y a-t-il entre les cubes de deux nombres entiers consécutifs ? (*C. Compl.*)

* *Racine cubique à 1 unité, à 0,1,... près.*

201. **1er Cas.** — *Racine cubique, à une unité près, d'un nombre inférieur à* 1 000.

Cette racine est inférieure à 10 et n'a qu'un chiffre. Pour l'obtenir, il suffit de connaître les cubes des neuf premiers nombres. (§ **192**)

Ex. : La racine cubique de 140 est 5, puisque 5 est le plus grand nombre d'unités dont le cubé (125) est contenu dans 140.

202. **2e Cas.** — *Racine cubique, à une unité près, d'un nombre supérieur à* 1 000.

Ex. : Extraire la racine cubique : 1° de 12195 ; 2° de 14888176.

12·1 95	23
$2^3 = 8$	$3 \times 2^2 = 12$
1er Reste : 4 1·95	41 : 12
Reste : 28	$23^3 = 12167$

14·888·176	246
$2^3 = 8$	$3 \times 2^2 = 12$
1er R. : 6 8·88	$25^3 = 15625$ (1er essai)
2e R. : 10641·76	$24^3 = 13824$
Reste : 1240	$3 \times 24^2 = 1728$
	$246^3 = 14886936$

Règle. — 1° Partager le nombre en *tranches de* 3 *chiffres* à partir de la droite ;

2° Extraire la *racine* du nombre formé par la 1re *tranche à gauche :* on obtient le **1er chiffre de la racine ;**

3° *Retrancher* de la 1re tranche le *cube du chiffre trouvé* à la racine, *abaisser* à droite du reste la 2e *tranche, diviser les centaines* du nombre ainsi formé par le *triple carré du* 1er *chiffre* de la racine, le quotient est le **2e chiffre de la racine** ou un *chiffre trop fort ;*

4° *Essayer ce chiffre* en faisant le cube du nombre formé par les 2 premiers chiffres de la racine ; si le résultat est inférieur au nombre formé par les 2 premières tranches du nombre donné, le chiffre essayé est bon, si non il est trop fort, on le diminue d'une unité et on essaye le nouveau chiffre ;

5° *Ecrire le* 2e *chiffre de la racine* à droite du 1er, *abaisser la* 3e *tranche* à droite du 2e reste partiel, *diviser les centaines* du nombre ainsi formé par le *triple carré du nombre déjà écrit à la racine,* le quotient est le **3e chiffre de la racine** ou un *chiffre trop fort...*

Continuer ainsi jusqu'à ce qu'on ait employé toutes les tranches de 3 chiffres.

203. **3e Cas.** — *Racine cubique approchée, à 0,1, à 0,01,... près, de nombres quelconques.*

Ex. : Extraire la racine cubique de 107,2 à **0,01 près.**

107,200 000	**4,75**
$4^3 = 64$	$3 \times 4^2 = 48$
1er Reste : 43 200	$47^3 = 2209 \times 47 = 103\,823.$
2e Reste : 3 377 000	$3 \times 47^2 = 3 \times 2209 = 6\,627.$
Reste : 28 125	$475^3 = 107\,171\,875.$

Rép. : **4,75.** Reste = 0,028 125.

Règle. — 1° On *prend* à droite de la virgule du nombre donné *trois fois plus de chiffres décimaux* qu'on n'en veut à la racine, en complétant au besoin par des zéros ;

2° On *extrait la racine cubique à* 1 *unité près* du nombre formé, comme s'il était entier ;

3° On met une **virgule** à la racine immédiatement *avant d'abaisser la* 1re *tranche décimale.*

Exercices. — Extraire la racine cubique des nombres :

1369. — 29791 ; 12167 ; 140608 ; 91125 ; 658503 ; 314432.

1370. — 2924207 ; 25672375 ; 131096512 ; 667627624.

Calculer à moins de 0,001 près les racines cubiques de :

1371. — 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10.

1372. — 1,708 ; 15,915 ; 0,84593 ; 0,09853.

1373. — On multiplie un nombre par son carré, le produit obtenu est 42875. Quel est ce nombre ?

1374. — Trouver un nombre tel que son carré multiplié par le cinquième du nombre produise 675. (*E. P. S.*)

Problèmes. — **1375.** — Trouver le côté d'un cube dont le volume est égal à 100 m³.

1376. — Quel devrait être le côté d'un cube qui aurait un volume de 20 dm³ ? (*C. Compl.*)

1377. — Un cylindre dont la hauteur est égale au rayon a un volume de 392dm³,7. Quelle est la hauteur de ce cylindre ? (*C. Compl.*)

1378. — L'hectolitre est un cylindre dont la hauteur est égale au diamètre de la base. Calculer cette hauteur. (*C. Compl.*)

1379. — Trouver le rayon d'une sphère ayant 1 m³ de volume.

1380. — Calculer les dimensions du litre : 1° à mesurer le vin ; 2° à mesurer le lait.

1381. — Un cône a 1 dm³ de volume. Sa hauteur est égale au rayon de sa base. Quelles sont à 1 mm. près ses dimensions ?

1382. — Quel est le rayon d'une balle sphérique de plomb pesant 20 g. ? La densité du plomb est 11,35.

NOMBRES COMPLEXES

204. — On appelle **nombres complexes**, les nombres qui *ne suivent pas le système décimal.* Tels sont les nombres exprimant : 1° d'*anciennes mesures;* 2° la *mesure du temps;* 3° la *mesure des arcs* de circonférence ou *celle des angles.*

Mesure du temps.

205. — L'*unité de temps* est le **jour.**

Les *multiples* du jour sont : la **semaine**, le **mois**, l'**année** et le **siècle**.

206. — Les *années communes* ont **365 jours.** Les *années bissextiles* ont **366 jours**.

Le mois de **février** n'a que **28 jours** dans les années communes, il en a **29** dans les années bissextiles.

Les **années bissextiles** sont celles dont le *millésime* est *divisible par* 4. Cependant les années *séculaires* ne sont bissextiles que si le nombre des siècles est divisible par 4.

Ainsi : 1° 1892, 1896, 1904, 1908 ont été des années bissextiles; 2° 1600 a été bissextile, 1700, 1800, 1900 ne l'ont pas été, 2000 le sera.

Remarque. — L'*année* commune a **52 semaines et 1 jour,** de sorte qu'elle commence et se termine par le même jour de la semaine.
Ainsi, 1907 a commencé et s'est terminé par un mardi.

207. — Dans le calcul de la durée, **tout mois qui n'est pas nommé** est considéré comme ayant **30 jours.**

Dans le calcul du temps qui s'écoule d'une **date à une autre,** les *mois* sont comptés avec leur *nombre exact de jours* et on néglige l'un des 2 *jours extrêmes* de la période.

Ex. : Du **22 mars au 20 mai,** il y a :
1° *en mars*, $31^j - 22^j = 9$ jours;
2° *en avril*, 30 jours; 3° *en mai*, 20 jours.
En tout : $9^j + 30^j + 20^j =$ **59 jours.**

208. — Les *sous-multiples* du jour sont :
L'**heure**, qui est la **24**e *partie du jour ;*
La **minute**, qui est la **60**e *partie de l'heure ;*
La **seconde**, qui est la **60**e *partie de la minute.*

Une *durée moindre qu'une seconde* s'exprime en **fraction décimale** *de seconde.*

209. — Dans le *calcul de la durée,* au lieu de considérer les jours comme formés de deux périodes de 12 heures, on peut *compter les heures* de **0 à 24**. La 12e heure correspond à midi, la 13e heure à 1 heure du soir, etc.

Mesure des arcs et des angles.

210. — L'*unité d'arc* est le **quadrant** ou quart de la circonférence.

L'*unité d'angle* est l'**angle droit.**

Le **quadrant** et l'**angle droit** ont été partagés en **90 degrés** (90°).

Le **degré** se divise en **60 minutes** (60′).

La **minute** se divise en **60 secondes** (60″).

Un arc de 30 degrés 14 minutes 18 secondes et 8 dixièmes s'écrit : 30° 14′ 18″,8.

211. — Dans le service géographique de l'armée, l'**angle droit** et le **quadrant** sont partagés en **100** *parties égales* appelées **grades** (100G).

Le **grade** vaut **100** *minutes centésimales* (100′),

La **minute** vaut **100** *secondes centésimales* (100″).

Conversion.

212. — Les *nombres complexes* sont des **nombres fractionnaires.**

Ainsi : 5 jours 8 h. $= 5^{j}\frac{8}{24}$; $14° 17' = 14° + \frac{17}{60}$ de degré.

La **conversion d'un nombre complexe** se ramène à celle d'un nombre fractionnaire en fraction.

Ex. : Convertir 5 h. 27 m. 40 s. en secondes.

5 h. 27 m. 40 s. ou $327^{m}\frac{40}{60} = \frac{19\,660}{60}$ de min. ou **19 660 sec.**

Conversion (*suite*).

Exercices. — 1383. — Combien y a-t-il d'heures dans : 2 jours 7 heures ? 3 jours 1/3 ? 5 j. 1/4 ? 3j,5 ? 8j,75 ? 6j,25 ?

1384. — Combien y a-t-il de minutes dans 3 heures ? dans 6 h. 18 m. ? dans 2 h. 1/4 ? dans 7 h. 3/4 ?

1385. — Combien y a-t-il de minutes dans un angle droit ? dans les angles de 30° ? de 12° 1/2 ?

1386. — Combien y a-t-il de minutes dans 1/6 d'heure ? 1/10 d'heure ? 1/3 d'heure ? 4^h,2 ? 5 h. 2/3 ? 3 h. 5/6 ?

1387. — Combien y a-t-il de secondes dans 3 min. 1/2 ? 4 min. 3/4 ? 7 min. 15 sec. ? 12 min. 3/4 ?

1388. — Combien de secondes dans une circonférence ?

1389. — Combien de secondes dans 1 jour ?

1390. — Convertir en secondes $3^h\ 14^m\ 57^s,8$.

1391. — Convertir en secondes un arc de 43° 25′ 30″.

1392. — Combien y a-t-il de minutes dans 3 ans 3 jours 12 h. ?

1393. — Qu'appelle-t-on nombres complexes ? — Convertissez 2 ans 3 mois 1 jour 15 h. 32 m. 45 s. en secondes. (*B. E. oral, Paris.*)

1394. — Peut-on convertir un nombre complexe en décimales ? Comment s'y prend-on ? (*B. E. oral, Paris.*)

Problèmes. — 1395. — Une fontaine débite $12^l,5$ d'eau par seconde. Quel est son débit en 9 heures 37 minutes 25 secondes ?

1396. — La lumière met 8 minutes 13 secondes pour venir du Soleil jusqu'à la Terre, qui en est à 37250000 lieues. Combien la lumière fait-elle de kilomètres par seconde ?

1397. — En $38^{min}\ 23^{sec},8$, un cycliste a fait 40 fois le tour d'une piste qui a 528 m. de long, quelle distance a-t-il parcourue en 1 minute ?

1398. — Une fontaine qui donne 20 hl. d'eau par heure met 24 minutes pour remplir un réservoir. Une autre fontaine mettrait 1 heure 1/4 à remplir le même réservoir. Combien cette dernière donne-t-elle de litres d'eau par seconde ? (*C. Compl.*)

1399. — Un bec de gaz consomme 110 l. de gaz par heure. Le mètre cube de gaz coûte $0^f,30$. Quelle sera la dépense pour 3 becs allumés 4 h. par jour du 1er janvier au 1er avril, 2 h. en moyenne du 1er avril au 1er novembre et 4 h. du 1er novembre au 1er janvier ? (*C. Compl.*)

1400. — Un bassin reçoit en 1/2 heure 60 l. d'eau et en perd dans le même temps 11 l. 5/6. Combien conserve-t-il de litres d'eau en 5 heures 1/4 ?

1401. — Un enfant a eu ses 12 ans le 15 septembre 1910. Combien à cette date avait-il vécu de jours ? Tenez compte des années bissextiles. (*E. P. S.*)

1402. — La Terre tournant sur elle-même en 24 h., quelle est, par seconde, la vitesse de révolution d'un point situé sur l'équateur ?

1403. — Un bassin rectangulaire a 2 m. de long sur $1^m,50$ de large. Il contient de l'eau jusqu'au quart de sa hauteur. On y fait couler pendant 30 min. 15 sec. l'eau amenée par un robinet à raison de 6 l. par minute et le niveau s'élève au tiers de la hauteur du bassin. On demande : 1° la capacité du bassin ; 2° sa profondeur. (*B. E. Seine.*)

1404. — Le diamètre des roues d'une bicyclette est de $0^m,72$. Ces roues font 162 tours 1/3 en une minute; quelle distance parcourent-elles en 3 h. 40 min. ?

1405. — Une personne a parcouru un certain chemin en $2^h\ 50^{min}$. Au retour, comme elle a fait 5 m. de moins par minute, elle a mis 3 heures pour parcourir le même chemin. 1° Quelle est la longueur du trajet simple? 2° Quel est le temps employé à parcourir 1 km. à l'aller? au retour? (Exprimer ces temps en nombres fractionnaires de min.)

1406. — Un ménage brûle chaque jour les 3/5 d'un panier de houille qui en contient 39 kg. Quelle sera sa dépense pour le chauffage depuis le matin du 1er janvier jusqu'au soir du 31 mars, en supposant que 8 hl. 2/3 de cette houille lui aient coûté 26 fr. et que l'hectolitre de cette houille pèse 82 kg. ? (*B. E. Grenoble.*)

***1407.** — La descente d'une montagne se fait ordinairement dans les 0,73 du temps employé à l'ascension. Une personne est descendue en 3 h. 57 min. 15 sec. de l'hospice du mont Saint-Bernard. L'ascension s'est faite en 7 minutes pour 53 m. A quelle hauteur est situé cet hospice? (*B. E. Lille.*)

***1408.** — Une personne peut disposer de $2^h\ 25^{min}$ pour faire une promenade. Elle part dans une voiture qui fait 12 km. à l'heure. A quelle distance du point de départ doit-elle quitter la voiture pour être de retour à l'heure fixée, sachant qu'elle ne fait que 4 km. à l'heure en revenant à pied? (*Lyc. et Coll.*)

***1409.** — Un bassin rectangulaire a une longueur de $5^m,20$ et une largeur de $3^m,50$. Calculer sa profondeur, sachant que, pour le remplir, il faut laisser ouvert pendant 9 h. 6 min. le robinet d'approvisionnement qui donne 7 425 l. d'eau en 2 h. 3/4. (*B. E. Seine.*)

***1410.** — Un régiment part à 4 h. du matin et marche au pas de 5 km. à l'heure. Chaque fois qu'il a parcouru 4 km., il lui est accordé 10 minutes de repos. Vers le milieu de l'étape, un temps de repos est porté de 10 min. à 1 heure. Sachant que ce régiment est arrivé à midi, on demande la longueur de l'étape. (*E. N. Doubs.*)

***1411.** — Une institutrice qui débute dans l'enseignement est entrée en fonctions le 13 octobre 1903. A la fin du mois de mars 1904, elle compte qu'elle a reçu de l'Etat une somme de $546^f,25$. On demande quel est son traitement annuel, sachant que, par application de la loi sur les pensions civiles, on lui a retenu 1/12 de son traitement annuel et qu'on lui a fait subir sur le reste la retenue de 5 p. 100. On supposera que tous les mois ont 30 jours. (*B. E. Clermont.*)

***1412.** — Une personne va de A en B par la grande route à l'aide d'une voiture qui fait 125 m. par minute. Après être restée 25 min. en B, elle revient en A, à pied, par un sentier raccourci qui n'a que les 4/5 de la longueur de la grande route; elle fait d'ailleurs 75 m. par minute. La durée totale de sa course a été de $2^h\ 52^{min}$. On demande la longueur de la grande route de A à B. (*B. E. Seine.*)

***1413.** — Un voyageur se rend d'une ville à une autre par un train qui fait 25 km. à l'heure. Sans s'arrêter, il revient à son point de départ dans un 2e train faisant 30 km. à l'heure. La durée totale du trajet étant de $10^h\ 10^{min}$, calculer la distance de ces deux villes. (*E. P. S.*)

***1414.** — Deux robinets A et B sont disposés au-dessus d'un bassin et, ouverts, laissent couler de l'eau. Si on laisse A ouvert pendant 1 heure 30 min. et B pendant 54 min., on recueille dans le bassin $427^l,5$ d'eau. Mais, si on avait ouvert A pendant 54 min. et B pendant $1^h\ 30^{min}$, on aurait obtenu $386^l,1$ d'eau. On demande combien chaque robinet fournit d'eau à lui seul en 1 heure. (*B. E. Seine.*)

Extraction.

Problèmes. — 1415. — Combien y a-t-il d'heures, de minutes et de secondes dans 12324 secondes?

Solution.

12324 sec. $= \frac{12324}{60}$ de min. ou 205 min. **24 sec.**

205 min. $= \frac{205}{60}$ d'heure ou **3 h. 25 min.**

Rép.: **12324 secondes = 3 h. 25 min. 24 sec.**

Opérations.

```
12324 | 60
  324 | 205 | 60
   24   25 |  3
```

1416. — Un voyageur parcourt 35100 m. en 6 heures. Combien mettra-t-il de temps (heures, minutes et secondes) pour parcourir 10257 m.?

Solution.

Le **nombre d'heures qu'il mettra** est le quotient de la *distance totale* (10257 m.) par la *distance parcourue en 1 heure.*

1. *Distance parcourue en 1 h.:* $\frac{35100}{6} = 5850$ m.

2. **Nombre d'heures qu'il mettra :** $\frac{10257}{5850}$ d'heure.

a. $\frac{10257}{5850}$ d'heure = **1 heure** $\frac{4407}{5850}$.

b. $\frac{4407}{5850}$ d'heure $= \frac{60^{min} \times 4407}{5850} =$ **45**^{min} $\frac{1170}{5850}$.

c. $\frac{1170}{5850}$ de minute $= \frac{60^{sec} \times 1170}{5850} =$ **12** secondes.

Rép.: **1 heure 45 min. 12 sec.**

Opérations.

```
10257 | 5850
 4407 | 1h 45min 12sec
 ×60
264420
 30420
  1170
  ×60
 70200
 11700
  0000
```

ou, autrement :

```
1025,7 | 585
 440,7 | 1 h...
 ×60
26442
 ....
```

1417. — Combien 532629 secondes valent-elles de jours, d'heures, et de minutes?

1418. — La durée de l'année étant de 365j,242217, exprimer ce résultat en jours, heures, minutes et secondes.

1419. — Une montre avance de 74 secondes par jour. De combien de minutes et secondes avance-t-elle pendant le mois de mai?

1420. — Le jour étant pris pour unité, réduire en fraction décimale le nombre 2h 31min 12sec, et réciproquement convertir en heures, minutes, secondes, le nombre décimal 0j,86.

1421. — Le pas ordinaire de l'homme est de 0m,80. Combien un voyageur doit-il mettre de temps (heures, minutes et secondes) pour parcourir une route de 17 km. 1/2 en faisant en moyenne 100 pas par minute? (*C. Compl.*)

1422. — Pour faire un chemin, on emploie des ouvriers qui travaillent 9 h. 1/2 par jour et font ensemble 14 m. par heure. Combien de temps ces ouvriers devront-ils travailler pour terminer le chemin qui a 16 hm. 1/2?

1423. — La Terre tourne sur elle-même en 24 heures; combien de temps mettra un point donné de la Terre pour parcourir un arc de 32° 45′? (*E. P. S.*)

1424. — Quel temps (heures, minutes et secondes) faut-il à un mobile qui fait $0^m,75$ par seconde pour franchir une distance de 140 hm.?

1425. — Un train de chemin de fer parcourt 72 km. en 1 heure 20 min.; quel temps lui faudra-t-il pour parcourir 115 km.?

1426. — Un bassin rectangulaire long de $3^m,20$, large de $2^m,40$ et profond de $1^m,75$ est rempli d'eau jusqu'à $0^m,25$ du bord. Quel temps mettra-t-il à se vider, si un robinet placé au fond laisse échapper 2 l. d'eau par seconde? (*C. Compl.*)

1427. — Un mobile parcourt une circonférence d'un mouvement uniforme et décrit par heure un arc de 8° 13′ 27″. On demande de calculer en heures, minutes et secondes la durée d'une révolution complète. (*Saint-Maixent.*)

1428. — Une fontaine donne 18 l. d'eau par minute. Elle coule dans un bassin cubique qui a $2^m,5$ de côté. En combien d'heures, minutes et secondes ce bassin sera-t-il plein? (*E. P. S.*)

1429. — Un bassin rectangulaire a $1^m,35$ de long, $0^m,8$ de large et $1^m,60$ de profondeur. Il se remplit au moyen d'un robinet qui donne 2 l. 1/3 d'eau par minute et se vide par un autre robinet qui débite 1 l. 5/6 d'eau par minute. Combien de temps faudrait-il pour remplir ce bassin, les deux robinets étant ouverts à la fois? (*B. E. Nancy.*)

1430. — Une pompe, destinée à élever de l'eau pour le service d'une usine, met 10 h. 25 min. pour remplir le réservoir, quand elle fonctionne bien. Par suite d'une avarie, le rendement de cette pompe se trouve diminué d'un tiers, alors que le bassin n'a encore reçu que le cinquième de l'eau qu'il peut contenir. Combien faudra-t-il de temps ce jour-là pour remplir le réservoir? (*B. E. Seine.*)

***1431.** — Un bicycliste qui part en excursion calcule qu'en faisant 20 km. à l'heure il arriverait 1/4 d'heure plus tôt qu'en parcourant 920 m. en 3 minutes. Quelle distance doit-il franchir pour parvenir au terme de son voyage? Vérification. (*E. N. Seine.*)

***1432.** — La scie d'une scierie mécanique est animée d'une vitesse de 120 coups par minute, et avance à chaque coup de 2 mm. Combien mettra-t-elle de temps à scier une pièce de bois de chêne équarrie ayant $1^m,40$ de longueur et $0^m,35$ d'équarrissage, si on scie cette pièce de bois en planches de $0^m,014$ d'épaisseur? (*B. E. Seine.*)

***1433.** — Un cultivateur laboure, dans le sens de la longueur, un champ de 231 m. de long et dont la surface est de 1 ha. 14/41. Sachant : 1° que 9 sillons ont une largeur de 4 m.; 2° que 82 pas du laboureur font 60 m.; 3° que le laboureur fait 90 pas en 1 min. 1/4, on demande combien de temps cet homme mettra pour terminer son travail. (*B. E. Alger.*)

***1434.** — Un cheval fait au galop $8^m,85$ par seconde, et au trot $2^m,16$ par seconde. En $13^{min}\ 40^{sec}$ il a parcouru $3\,945^m,45$. Combien de temps a-t-il été au trot et combien au galop? (*E. P. S.*)

***1435.** — Un bassin dont le fond est rectangulaire et dont les parois sont verticales a 2 m. de long et $1^m,50$ de large. Il contient de l'eau jusqu'au quart de sa hauteur. On ouvre un robinet qui verse dans le bassin 6 l. par minute et qui coule $31^{min}\ 15^{sec}$. Le bassin se trouve alors rempli au tiers de sa hauteur. On demande : 1° quelle est la capacité du bassin; 2° quelle en est la hauteur; 3° pendant combien de temps encore on devra laisser couler le robinet pour que le bassin soit complètement rempli. (*B. E. Bordeaux.*)

Fontaines; ouvriers associés (Etc.).

Problèmes. — 1436. — Une source coulant seule emploie 1 h. 1/2 pour remplir un bassin; une 2e source coulant seule emploie 55 min. pour remplir le même bassin. On demande en combien de temps (minutes, secondes et fraction de seconde), les deux sources coulant ensemble rempliront le bassin. (*C. Compl.*)

1437. — Un robinet coulant dans un bassin le remplirait seul en 5 h.; un 2e robinet viderait ce bassin en 7 h. Au bout de combien de temps le bassin sera-t-il rempli si l'on ouvre simultanément les deux robinets alors que le bassin est déjà à moitié plein?

1438. — Deux robinets alimentent un lavoir; le 1er le remplirait seul en 8 h. et le 2e en 5 h. On ouvre le 1er seul pendant 4 h.; on ouvre ensuite le 2e et ils coulent alors tous les deux. Au bout de combien de temps le lavoir sera-t-il plein? (*E. P. S.*)

1439. — Une couturière offre de faire un travail en 6 jours en travaillant 8 h. par jour; une 2e peut le faire en 5 jours 2/3 en travaillant 9 h. par jour. On fait travailler les deux ouvrières ensemble et le travail est terminé en 3 jours. Combien d'heures par jour ont-elles travaillé?

1440. — Deux fontaines coulent dans un même bassin. La 1re le remplirait seule en 12 heures; la 2e en 5 h. Le bassin est muni d'un robinet qui permettrait de le vider en 7 h. Le bassin étant vide et le robinet ouvert, calculer en combien de temps le bassin sera rempli, les deux fontaines coulant ensemble dans le bassin. (*B. E. Lyon.*)

1441. — Deux jeunes filles travaillant ensemble ourleraient un certain nombre de mouchoirs en 4 h. L'une d'elles mettrait 6 h. pour faire à elle seule le travail. Combien de temps faudrait-il à l'autre pour ourler, à elle seule, le même nombre de mouchoirs? (*Lyc. et Coll.*)

1442. — Un bassin peut être rempli par une fontaine en 20 h. et aussi par une autre en 8 h. Plein, il peut être vidé en 10 h. par un robinet. En supposant 1/5 du bassin déjà rempli, si on ouvre alors les trois robinets, dans combien de temps ce bassin sera-t-il complètement plein? (*B. E. Bordeaux.*)

1443. — Deux ouvriers travaillant en même temps ont à faire chacun 50 m. d'un même ouvrage. Le 1er est capable de faire 27 m. en 15 h. de travail, tandis que le 2e ne fait que 22 m. dans le même temps. Lorsque le 1er a fini, il vient aider son compagnon. On demande pendant combien de temps il devra travailler pour que l'ouvrage soit terminé. (*E. P. S.*)

1444. — Un réservoir est alimenté par deux robinets : le 1er seul peut le remplir en 1 h. 15 min.; le 2e en 1 h. 28 min.; mais une ouverture inférieure le viderait en 30 minutes. Le réservoir étant entièrement plein, on fait fonctionner les trois ouvertures à la fois et l'on demande le temps qu'il mettra à se vider. (*E. N. Isère.*)

1445. — Deux ouvriers travaillant ensemble mettraient 30 jours pour faire un certain ouvrage. Après avoir travaillé tous les deux pendant 20 j., le 1er quitte son travail et le 2e l'achève au bout de 18 jours. Combien chaque ouvrier, travaillant seul, aurait-il mis pour faire l'ouvrage? (*Lyc. et Coll.*)

***1446.** — On a engagé un journalier et son fils pour bêcher un jardin. On sait que le père et le fils, travaillant ensemble, mettraient 12 h. pour faire le travail et que le père tout seul mettrait 20 h. Ils ont travaillé un jour ensemble pendant 8 h., et le lendemain, le père a

achevé les 90 ca. qui restaient à bêcher. On demande : 1° pendant combien de temps le père a travaillé le 2e jour ; 2° la contenance du jardin ; 3° combien de mètres carrés chacun a bêchés. (*B. E. Seine.*)

***1447.** — Un réservoir plein d'eau peut être vidé à l'aide de deux robinets A et B, dont le 1er est placé au fond et le 2e à mi-hauteur. Le robinet A, coulant seul, viderait le réservoir en 6 h., et le robinet B viderait en 4 h. toute l'eau placée au-dessus de lui. Les robinets étant ouverts simultanément, on demande au bout de quel laps de temps le réservoir sera vidé. (*B. E. Aix.*)

***1448.** — Pour vider un fût plein de vin, on fait couler à la fois un siphon introduit par la bonde et un robinet placé à la partie inférieure. Le siphon, coulant seul, pourrait vider le tonneau en 10 heures, mais sa grande branche se trouvant trop courte, il cesse de couler après 3 h. 20 min. Le tonneau est alors vidé aux 3/4. Combien de temps, à partir de ce moment, durera l'opération ? (*B. E. Poitiers.*)

***1449.** — Un ouvrier faucherait un pré en 8 jours 1/2 ; un 2e mettrait 6 jours 1/4 pour faire le même travail. On leur adjoint un 3e ouvrier, et, ensemble, ils fauchent le pré en 3 jours. Combien de temps aurait mis le 3e ouvrier s'il avait travaillé seul ? (*B. E. Chambéry.*)

***1450.** — Deux robinets peuvent verser de l'eau dans un bassin. Le 1er remplirait ce bassin en 50 h., le 2e en 40 h. On laisse d'abord couler le 1er robinet seul pendant 15 h., puis le 2e robinet seul pendant 16 h. On enlève ensuite 900 l. d'eau du bassin, puis on ouvre les deux robinets. On constate que le bassin achève de se remplir en 10 heures. Quelle est la capacité de ce bassin ? Vérification. (*Lyc. et Coll.*)

***1451.** — Deux compagnies peuvent faire un travail, l'une en 11 jours, l'autre en 15 j. On prend 1/3 des ouvriers de la 1re et 3/5 de ceux de la 2e. En combien de jours fera-t-on l'ouvrage ? (*B. E. Rennes.*)

***1452.** — Trois fontaines coulent dans un bassin. La 1re et la 2e, coulant ensemble, le rempliraient en 12/7 d'heure ; la 2e et la 3e le rempliraient en 20/9 d'heure ; la 1re et la 3e le rempliraient en 15/8 d'heure. Combien de temps chaque fontaine, coulant seule, mettrait-elle à remplir le bassin ? (*B. E. Seine.*)

***1453.** — Deux ouvriers se présentent pour défricher un champ. Le 1er pourrait faire seul l'ouvrage en 12 j. 1/2, le 2e en 10 j. Mais 2 j. 1/2 après que le travail a été commencé en commun, le 1er ne peut plus travailler que les 3/4 de la journée. Trouver en combien de temps le travail sera fait. (*E. N. Meurthe-et-Moselle.*)

***1454.** — Un bassin, dont la contenance est de 3^{m3}, est alimenté par deux robinets. Le 1er fournit 8 l. d'eau par minute. Les deux robinets, coulant simultanément, rempliraient les 0,7 du bassin en 2 h. 1/2. On demande combien de temps il faut laisser couler chaque robinet séparément pour remplir le bassin en 7 heures. (*B. E. Seine.*)

***1455.** — Deux ouvrières se sont engagées à ourler un même nombre de mouchoirs. La 1re en ourle 7 en 3 heures, la 2e, 5 en 2 h. La 1re en a déjà ourlé 28 quand la 2e se met à l'ouvrage. A partir de ce moment, les deux ouvrières travaillent ensemble et s'arrêtent quand elles ont ourlé le même nombre de mouchoirs. On demande : 1° le temps employé par chacune d'elles ; 2° le nombre des mouchoirs faits par chacune d'elles. (*B. E. Lille.*)

***1456.** — Trois fontaines sont disposées pour alimenter un bassin. La 1re le remplirait seule en 12 h., la 2e en 15 h. et la 3e en un temps inconnu. On fait couler la 1re seule pendant 1 h. 1/2, puis avec la 2e pendant 2 h., et enfin toutes les trois pendant 1 h. 3/4. On ferme alors les deux premières et en 4 h. 45 m. la 3e achève de remplir le bassin. En combien de temps la 3e fontaine remplirait-elle le bassin ? (*E. P. S.*)

Opérations.

213. Addition. — Effectuer l'addition suivante :

$$6^j\,14^h\,42^m + 8^j\,5^h\,35^m + 2^j\,7^h\,25^m.$$

a) $42^m + 35^m + 25^m = 102^m$ ou 1 h. **42 m.** ;
b) $1^h + 14^h + 5^h + 7^h = 27$ h. ou 1 j. **3 h** ;
c) $1^j + 6^j + 8^j + 2^j =$ **17 j.**
Rép. **17 j. 3 h. 42 m.**

1	1	
6^j	14^h	42^m
8^j	5^h	35^m
2^j	7^h	25^m
17 j.	3 h.	42 m.

L'**addition des nombres complexes** se fait comme celle des *nombres fractionnaires.* (§ **145**)

(*Formuler la règle.*)

214. — Soustraction. — Effectuer la soustraction suivante :

$$45^\circ\,18'\,53'',6 - 12^\circ\,37'\,58'',4.$$

Cette soustraction est rendue possible en ajoutant :
1° au *nombre supérieur* 60′ et 60″ ;
2° au *nombre inférieur* 1° et 1′.
La différence ne change pas (§ **27**), elle est égale à :

$$45^\circ\,78'\,113'',6 - 13^\circ\,38'\,58'',4$$

Rép. **32° 40′ 55″,2.**

	78′	113″
45°	18′	53″,6
13°	38′	
12°	37′	58″,4
32°	40′	55″,2

La **soustraction des nombres complexes** se fait comme celle des *nombres fractionnaires.*

(*Formuler la règle.*)

215. Multiplication. — Multiplier $12^j\,5^h\,35^m$ par 7.

a) $35^m \times 7 = 245^m$ ou 4 h. **5 m.**
b) $4^h + (5^h \times 7) = 39$ h. ou 1 j. **15 h.**
c) $1^j + (12^j \times 7) =$ **85 j.**
Rép. **85 j. 15 h. 5 m.**

12 j. 5 h. 35 m.
× 7
85 j. 15 h. 5 m.

Règle. — Pour multiplier un nombre complexe par un nombre entier :

1° On *multiplie* par le nombre entier *chacune des parties du multiplicande* en commençant par la droite ;

2° On *extrait* de chaque produit partiel les *unités de l'ordre supérieur* qu'il peut renfermer, pour les *ajouter au produit suivant.*

216. **Division.** — Diviser $45^\circ 34' 40''$ par 8.

a) $45^\circ = 8 \times \mathbf{5} + 5^\circ$

b) { Reste partiel : $60' \times 5 + 34' = 334'$
{ $334' = 8 \times \mathbf{41} + 6'$

c) { Reste partiel : $60'' \times 6 + 40'' = 400''$
{ $400'' = 8 \times \mathbf{50}$

Rép. **5° 41′ 50″.**

45°	34′	40″	8
5° =	300′		5° 41′ 50″
	334′		
	14′		
	6′ =	360″	
		400″	
		0	

Règle. — Pour diviser un nombre complexe par un nombre entier :

1° On *divise* par le nombre entier *chaque partie du dividende*, en commençant par les unités de l'ordre le plus élevé ;

2° On *convertit le reste* de chacune des divisions partielles en *unités de l'ordre* immédiatement *inférieur* et l'on *ajoute le résultat* à la partie correspondante du dividende.

Remarque. — Pour *multiplier* ou pour *diviser* un nombre complexe par un **nombre qui n'est pas entier,** il suffit de *convertir* le nombre complexe en unités de l'ordre le moins élevé, d'*effectuer* ensuite l'*opération*, puis de mettre le *résultat* trouvé sous la forme d'un *nombre complexe.*

Exercices. — 1457. — Faire les opérations suivantes :

$4^h 45^m 15^s + 8^h 56^m 27^s$; $15^h 18^m 35^s - 7^h 45^m 52^s$;
$45^\circ 35' 18'' + 7^\circ 43' 50''$; $12^\circ 17' 42'' - 8^\circ 28' 50''$;
$4^\circ 57' 45'' \times 6$; $18^h 45^m : 12$; $7^\circ 52' 40'' : 8$.

1458. — Expliquer l'addition des nombres complexes sur l'exemple suivant : $8^h 40^m + 2^h 57^m$. (*B. E. oral, Paris.*)

1459. — Expliquer la soustraction des nombres complexes sur l'exemple suivant : $2^h 19^m - 1^h 54^m$. (*B. E. oral, Paris.*)

1460. — Retrancher $3^j 19^h 48^m 23^s$ de $12^j 7^h 8^s$, et justifier par un raisonnement les diverses opérations effectuées. (*B. E. Bordeaux.*)

1461. — Exprimer en degrés, minutes et secondes la différence de latitude entre les villes suivantes : 1° Barcelone 41° 21′ 44″ N et Dunkerque : 51° 2′ 8″ N ; 2° Paris : 48° 50′ 49″ N et Le Cap : 33° 56′ 3″ S.

1462. — Partager un angle de 45° 12′ 45″ en 5 parties égales.

1463. — Dans un triangle isocèle, l'angle du sommet vaut 53° 19′. Quelle est la valeur d'un des angles à la base ? (*C. Compl. Paris.*)

1464. — L'année astronomique est de $365^j 5^h 48^m 51^s,6$. On demande de combien l'année civile de 366 jours surpasse l'année astronomique. On raisonnera l'opération. (*B. E. Lille.*)

***1465.** — Multiplication des nombres complexes. Expliquer la règle sur l'exemple : $32^\circ 27' 32'' 2/3 \times 9\ 3/4$. (*B. E. Paris.*)

***1466.** — Qu'~~est-ce~~ qu'un système de numération ? Exposez sommairement les règles de la numération décimale. Effectuez les deux opérations suivantes : 1° $8^j 1^h 2^{min} - 5^j 7^h 4^{min}$; 2° $8^m 1^{dm} 2^{cm} - 5^m 7^{dm} 4^{cm}$. — Montrez les avantages du système décimal en comparant l'une à l'autre les deux opérations précédentes. (*B. E. Besançon.*)

Addition. Soustraction.

Problèmes. — 1467. — Le train qui part de Reims à 3h 20 du soir arrive à Paris à 5h 50 sans s'arrêter en route. Distance parcourue : 156 km. Quelle est sa vitesse moyenne à l'heure?

1468. — Quelle distance parcourt de 7 h. 3/4 du matin à 2 h. 52 min. du soir un voyageur qui fait 2 hm. en 2 min. 1/2? (*E. P. S.*)

1469. — Un train, qui fait 56 km. en 1 h. 3/4, est parti à 11 h. 5 min. A quelle heure aura-t-il fait 14Mm,8? (*E. P. S.*)

1470. — Un voyageur, parti à 5 h. du matin pour faire une route de 42 km., doit arriver à son but à 3 h. du soir. Il règle son pas sur la distance et le temps et parcourt ainsi 18 km. Mais alors il est forcé de s'arrêter 1 h. 1/2. Combien doit-il faire ensuite de chemin à l'heure pour arriver au moment prescrit? (*C. Compl.*)

1471. — Un voyageur a parcouru 3 km. Il a pris d'abord un tramway qui fait en moyenne 8 hm. en 5 min., puis, au quart de la route, un omnibus qui parcourt 5 km. en 55 min. Combien a-t-il mis de temps pour faire sa course? (*E. P. S.*)

1472. — Un train de chemin de fer part d'une gare à 8 h. 45 min. du soir; il franchit 54 km. 1/4 en 1 h. 3 min. 29 sec. Il arrive à la gare terminus à 9 h. 27 min. du matin le lendemain. 1° Quelle est la distance qui sépare les deux gares? 2° Donner la vitesse kilométrique de ce train. (*B. E. Lille.*)

1473. — Un train, se rendant de Paris à Lyon (distance : 512 km.), part de Paris à 11 h. 30 du soir. S'il parcourt uniformément 42 km. à l'heure, à quelle heure précise arrivera-t-il à Lyon? (*E. P. S.*)

1474. — La distance de Paris à Bordeaux est de 578 km. Un train express part de Paris à 9 h. 30 min. du matin et arrive à Bordeaux à 10 h. 34 min. du soir. On demande quelle est la vitesse moyenne de ce train et à quelle heure arrivera à Bordeaux le train rapide qui part de Paris 3/4 d'heure avant le précédent et dont la vitesse moyenne surpasse celle de l'autre de 19 km. 066 par heure. (*B. E. Bordeaux.*)

1475. — Deux trains de chemin de fer effectuent le trajet de Paris à Toulouse, le 1er en 15 h. 40 min., le 2e en 25 h. 22 min. En 1 h., le 1er train parcourt 18 km. 1/3 de plus que le 2e. Calculer à 1 km. près la distance de Paris à Toulouse. (*B. E. Toulouse.*)

1476. — Une locomotive quitte Paris à midi précis pour ne s'arrêter que lorsqu'elle aura fait 249km,165. La circonférence de sa roue motrice est de 4m,20 et, pendant tout le parcours, cette roue ne met que les 3/7 d'une seconde pour effectuer un tour. On demande à quelle heure précise elle arrivera à destination. (*E. P. S.*)

***1477.** — Un canotier parcourt par minute 50 m. en descendant une rivière et 20 m. en remontant. Trouver à quelle distance il peut descendre d'un point donné pour que, en partant à 10 h. 25 du matin, il soit de retour au point de départ à 3 h. 5 min. du soir. (*B. E. Seine.*)

***1478.** — Une jeune fille part de son domicile à 7 h. 40 pour se rendre à l'école. Si elle parcourait 400 m. en 6 min., elle arriverait 2 minutes plus tard que si elle parcourait 100 m. en 80 secondes. A quelle heure arriverait-elle à l'école dans l'un et l'autre cas et quel est le trajet qu'elle doit parcourir? (*B. E. Aix.*)

***1479.** — Un voyageur fait 1500 pas par kilomètre et 100 pas par minute; il est éloigné de 22 km. d'une ville où il doit arriver à minuit. A quelle heure devra-t-il partir, en supposant qu'à partir de 8 heures du soir sa vitesse se trouve diminuée de 1/10? (*B. E. Rennes.*)

***1480.** — Une voiture quitte Paris à 1 h. precise pour ne s'arrêter qu'après 18 km. La circonférence de l'une de ses roues est $3^m,95$, et cette roue met 4/7 de seconde pour effectuer un tour. On demande l'heure de l'arrivée. (*B. E. Seine.*)

***1481.** — Une compagnie, laissant une fraction en arrière, quitte son cantonnement à $5^h\ 8^{min}$ du matin pour gagner une localité distante de 25 km. La fraction laissée en arrière se met en route 28 min. plus tard pour la même destination. Sachant que la compagnie marche à 4 km. à l'heure, et que la fraction doit la rejoindre à $9^h\ 30^{min}$ du matin, calculer la vitesse à laquelle le chef de cette fraction doit faire marcher sa troupe. (*Saint-Maixent.*)

***1482.** — Une ouvrière, qui travaille à la main, exécuterait un ouvrage de 6 h. 1/2 du matin à 5 h. 1/2 du soir. Une 2e ouvrière, qui coud à la machine, exécuterait le même ouvrage de 8 h. 1/2 du matin à 3 h. 1/2 du soir. La 1re ouvrière commence seule l'ouvrage à 6 h. 1/2 du matin ; puis, pour l'achever, les deux ouvrières travaillent ensemble à partir de 8 h. 1/2. A quelle heure sera-t-il terminé ? (*B. E. Bordeaux.*)

***1483.** — Un cycliste part sur sa machine à 5 h. 16 du matin et fait 18 km. à l'heure. A 11 km. 3/4 de son point de départ, un accident l'oblige à revenir à pied. A quelle heure rentrera-t-il, s'il fait alors 6 km. à l'heure ? A quelle distance du point de départ l'accident serait-il survenu si le cycliste était rentré chez lui à 7 h. 16 min. ? (*E. P. S.*)

***1484.** — Un robinet peut remplir un bassin en 2 h. 24 min. et un 2e robinet le remplit en 1 h. 48 min. Sachant que le bassin de forme cubique a 2 m. d'arête, on demande à quelle heure l'eau s'élèvera à 25 cm. de hauteur dans le bassin, en supposant que, le bassin étant vide, on ouvre simultanément les deux robinets à 9 h. 5 min. 35 sec. On calculera l'heure à 1 sec. près. (*B. E. Rennes.*)

***1485.** — Un train de chemin de fer se rend de Paris à Brest avec une vitesse de 30 km. à l'heure. Parvenu aux 2/3 de la distance, le mécanicien augmente de 8 km. par heure la vitesse du train. Sachant que le départ de Paris a eu lieu à 7 h. 10 min. du matin, que la distance de Paris à Brest est de 624 km., on demande à quelle heure le convoi arrivera à Brest. (*Ec. Nat. Prof.*)

***1486.** — Une personne se met en route à 6 h. du matin : elle marche au pas à 5 km. à l'heure. Chaque fois qu'elle a parcouru 4 km., elle fait une halte de 10 minutes ; cependant, après avoir fait 12 km., elle se repose exceptionnellement pendant 1/2 heure. Sachant qu'elle arrive à destination à 11 h. 40, on demande la longueur du chemin qu'elle a parcouru. Vérifier le résultat obtenu. (*B. E. Paris.*)

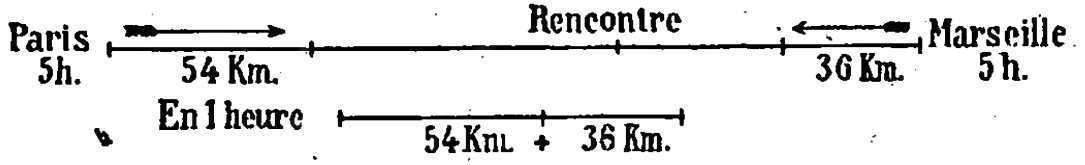
***1487.** — Un bassin en ciment qui a $2^m,45$ de long, $2^m,20$ de large et $1^m,50$ de profondeur, est aux 3/5 rempli d'eau. On y fait couler, en les ouvrant à 8 h. 52 min. du matin, deux robinets dont l'un donne $3^l,5$ d'eau par minute et l'autre $4^l,25$ dans le même temps. Trouver à 1 min. près l'heure à laquelle le bassin sera rempli. (*B. E. Toulouse.*)

***1488.** — Un train qui part de Paris à 8 h. 50 du matin est suivi après un certain intervalle de temps par un second train dont la vitesse est 11/8 de celle du 1er et qui atteint celui-ci à 3 h. 15 du soir. A quelle heure est parti le 2e train ? (*B. E. Seine.*)

***1489.** — Un 1er ouvrier, travaillant seul, fait un certain ouvrage en 70 h. ; un 2e ouvrier le ferait seul en 80 h. On emploie le 1er ouvrier pendant 9 h., puis on lui adjoint le 2e et ensemble ils achèvent l'ouvrage. La journée de travail dure 8 h. et commence à 8 h. du matin. Les ouvriers se reposent le dimanche. Le 1er ouvrier s'est mis au travail le jeudi matin à 8 h. A quel jour de la semaine suivante et à quelle heure l'ouvrage est-il terminé ? (*B. E. Grenoble.*)

Courriers de sens contraires.

Problèmes. — 1490. — Deux trains partent à 5 h. du matin, l'un de Paris, l'autre de Marseille (distance : 864 km.). Le 1er fait 54 km. à l'heure, et le 2e, 36 km. Dites l'heure de la rencontre.



Solution. — **L'heure de la rencontre** est la somme de l'*heure de départ* (5 h.) et du *temps que les deux trains mettront à parcourir la distance qui les sépare* (864 km.).

1. *Le temps qu'ils mettront* est le quotient de 864 km. par la distance qu'ils parcourent ensemble en 1 heure.

a. En 1 heure, ils parcourent : 54 km. + 36 km. = 90 km.
b. Temps : 864 : 90 = 9^h 36^{min}.

2. **Heure de la rencontre :** $5^h + 9^h\ 36 = 14^h\ 36 =$ **2 h. 36 du soir.**

1491. — Deux trains partent à 8 h. du matin, l'un de Paris et l'autre de Lyon. Le 1er met 12 h. pour aller à Lyon, et le 2e, 8 h. pour aller à Paris. On demande à quelle heure ils se croiseront. (*C. Compt.*)

1492. — Deux trains, qui vont en sens contraires, partent de deux villes distantes de 820 km. L'un a une vitesse de 60 km. à l'heure, l'autre une vitesse de 40 km. Ce dernier ne part que 3 h. 1/2 après le 1er. On demande à quelle distance de son point de départ il sera rencontré par l'autre et quel chemin chacun d'eux aura parcouru.

1493. — Deux trains partent à 10 h. du matin, l'un de Paris et l'autre de Dijon, se dirigeant l'un vers l'autre. Le 1er fait 55 km. et le 2e 35 km. à l'heure. Ils se rencontrent à 1 h. 1/2 du soir. Quelle est la distance de Paris à Dijon? (*E. P. S.*)

1494. — Deux courriers séparés par un intervalle de 48 km. vont à la rencontre l'un de l'autre, avec la même vitesse de 10 km. à l'heure. Le 1er part à 7 h. 40 du matin et le 2e à 9 h. 25. A quelle heure se rencontreront-ils, et quel chemin chacun aura-t-il parcouru? (*B. E. Caen.*)

1495. — Deux trains marchant en sens contraires partent en même temps de Poitiers, l'un se dirigeant sur Paris avec une vitesse de 48 km. à l'heure, l'autre sur Bordeaux avec une vitesse de 36 km. à l'heure. Ces deux trains arrivent en même temps, le 1er à Paris, le 2e à Bordeaux. La distance de Paris à Bordeaux en passant par Poitiers est de 588 km., en déduire la distance de Poitiers à Paris. (*Lyc. et Coll.*)

1496. — Un train part de Lyon à 8 h. du matin et arrive à Paris à 7 h. du soir. Un 2e train part de Paris à 10 h. du matin et arrive à Lyon à 6 h. 1/2 du soir. A quelle heure se rencontreront-ils? (*E. P. S.*)

1497. — Deux trains partent, l'un de Paris pour Mantes à 8 h., l'autre de Mantes pour Paris à 7 h. 56. Tous les deux marchent sans arrêt et à raison de 55 km. à l'heure. La distance de Paris à Mantes est de 58 km. A quelle heure se rencontreront-ils et à quelle distance de Paris? (*E. P. S.*)

1498. — Deux courriers, A et B, séparés par une distance de 48 km. 3/4, partent en même temps et vont à la rencontre l'un de l'autre. A fait 6 km. 2/3 à l'heure; B, 5 km. 1/4. Au bout de combien

de temps se rencontreront-ils, et à quelle distance des points de départ? (*Ec. Nat. Prof.*)

1499. — Un train express part le lundi, à midi 20, de Paris pour Nantes, avec une vitesse moyenne de 54 km. à l'heure; le même jour, un train omnibus part de Nantes pour Paris, à 6 h. du soir, avec une vitesse moyenne de 36 km. à l'heure. A quelle heure et à quelle distance de Paris aura lieu le croisement de ces deux trains? La distance de Paris à Nantes est, par voie ferrée, de 432 km. (*B. E. Seine.*)

***1500.** — Un train qui part de Paris à 8 h. du matin doit arriver à Strasbourg à 8 h. du soir; un 2e train parti de Strasbourg à midi doit arriver à Paris à minuit. On demande à quelle distance de Paris les deux trains se croisent, sachant que la distance de Paris à Strasbourg est de 500 km. (*B. E. Guadeloupe.*)

***1501.** — La distance de Paris à Lyon est de 512 km. A 8 h. du matin, un train part de Paris avec une vitesse de 56 km. à l'heure, et, à 11 h. du matin, un train part de Lyon pour Paris avec une vitesse de 30 km. à l'heure. A quelle heure et à quelles distances des deux villes la rencontre aura-t-elle lieu? (*B. E. Lyon.*)

***1502.** — Un bicycliste part de Bordeaux à 9 h. du matin, arrive à Angoulême le même jour à 1 h. de l'après-midi. Une automobile part aussi le même jour d'Angoulême à 9 h. 50 du matin et arrive à Bordeaux à midi 10. Ils suivent la même route en sens inverses. A quelle heure a lieu le croisement? (*B. E. Bordeaux.*)

***1503.** — Sur un chemin de fer, deux trains partent de deux gares opposées dont la distance est de $527^{km},7$; ils font : le 1er $48^{km},3$ à l'heure; le 2e $64^{km},25$ à l'heure. Le 1er est parti à 11 h. 25 du soir, le 2e à 1 h. 40 du matin dans la même nuit. Quelle est l'heure de leur rencontre? (*B. E. Toulouse.*)

***1504.** — Deux trains partent à 7 h. du matin, l'un de Paris pour Lyon, et l'autre de Lyon pour Paris, le 1er avec une vitesse de 925 m. par minute, l'autre avec une vitesse de 930 m. par minute. Après 3 heures de marche, ils sont éloignés l'un de l'autre de $178^{km},1$. A quelle heure le 1er arrivera-t-il à Lyon, le 2e à Paris? (*B. E. Poitiers.*)

***1505.** — Une barque est abandonnée au courant au moment où un bateau à vapeur, qui remonte la Seine avec une vitesse de $11^{km},592$ à l'heure, n'est qu'à 168 m. de cette barque. Après 37 sec. 1/2, le bateau et la barque se rencontrent. Quelle est, par seconde, la vitesse du courant? (*B. E. Seine.*)

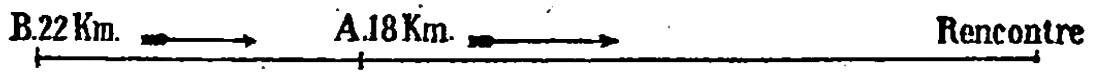
***1506.** — Deux piétons sont séparés par une distance de $21^{km},6$. S'ils allaient l'un vers l'autre, ils se rencontreraient au bout de 2 h. S'ils marchaient dans le même sens, ils se rejoindraient au bout de 36 h. On demande la vitesse horaire de chacun. (*B. E. Seine.*)

***1507.** — Un train part de Paris à 3 h. 5 du soir et arrive à Amiens à 4 h. 47. Un autre train part d'Amiens à 3 h. et arrive à Paris à 4 h. 40. En supposant les vitesses uniformes, à quelle distance de Paris et à quelle heure les deux trains se rencontreront-ils? Distance de Paris à Amiens : 132 km. Quelle devrait être l'augmentation ou la diminution de vitesse du train partant de Paris, pour que la rencontre eût lieu au 66e km.? (*B. E. Lille.*)

***1508.** — Une voiture part d'un certain endroit avec une vitesse de 12 km. à l'heure. Une heure 45 min. après, un piéton et un cycliste partent du même endroit et dans la même direction en marchant respectivement à des vitesses de 6 km. et 18 km. à l'heure. Dès que le cycliste a rejoint la voiture, il rebrousse chemin et se porte à la rencontre du piéton. On demande à quelle distance du point de départ commun se fera la rencontre. (*B. E. Seine.*)

Courriers de même sens.

Problèmes. — 1509. — Un cycliste part de Nancy à 11 h. 20 du matin et fait en moyenne 18 km. à l'heure; un autre part à sa suite à 11 h. 45 et fait 22 km. à l'heure. A quelle heure le 2e cycliste atteindra-t-il le 1er?



Solution. — **L'heure de la rencontre** est la somme de l'*heure du départ du 2e cycliste* ($11^h 45$) et du *temps que celui-ci mettra à atteindre le 1er*.

1. *Le temps que le 2e mettra à atteindre le 1er* est le quotient de l'avance du 1er par la distance que le 2e regagne en 1 heure.

a. Avance du 1er $\begin{cases} \text{en temps : } 11^h 45 - 11^h 20 = 25 \text{ min.} \\ \text{en kilomètres : } \dfrac{18^{km} \times 25}{60} = 7^{km},5. \end{cases}$

b. Rapprochement par heure : $22^{km} - 18^{km} = 4$ km.

c. Le 2e atteindra le 1er en : $\dfrac{7,5}{4} = 1$ h. 52 min. 30 sec.

2. **Heure de la rencontre :**

$11^h 45^{min} + 1^h 52^{min} 30^{sec} = 13^h 37^{min} 30^{sec}$ ou **1 h. 37 min. 1/2 du soir.**

1510. — Un bicycliste est parti depuis 1 h. 1/2 et parcourt 33 km. à l'heure. Dans combien de temps une automobile qui fait 54 km. à l'heure l'atteindra-t-elle? (*P. T. T.*)

1511. — Un cycliste part de Paris à 8 h. du matin et se dirige sur Orléans, faisant 20 km. à l'heure. A 10 h. du matin, une automobile part du même point et s'engage sur la même route, faisant 40 km. à l'heure. On demande à quelle heure et à quelle distance de Paris l'automobile rejoindra le cycliste. (*Lyc. et Coll.*)

1512. — Une voiture part avec une vitesse de $11^{km},7$ à l'heure; 2 h. 45 min. après, on envoie à sa poursuite un courrier faisant 295 m. à la minute. A quelle distance du point de départ aura lieu la rencontre?

1513. — Une voiture partie de Paris suit la route de Rouen avec une vitesse de 11 km. à l'heure. Quelque temps après son départ, un cavalier qui parcourt 297 m. par minute est envoyé à sa poursuite; il la rejoint au bout de 2 h. 27 min. Quelle est la différence des heures de départ?

1514. — Une personne A en poursuit une autre B qui a 450 m. d'avance. A fait 3 pas de $0^m,70$ quand B en fait 2 de $0^m,75$. On demande combien A doit faire de pas pour rejoindre B et quelle sera la longueur du chemin parcouru.

1515. — Un train de chemin de fer part à 10 h. du matin de Paris pour Boulogne-sur-Mer. Il doit mettre 7 h. 10 min. pour parcourir les 254 km. qui séparent ces deux villes. On veut qu'un 2e train, partant de Paris 1 h. 20 min. après le 1er, rattrape celui-ci à Amiens, c'est-à-dire à 131 km. de Paris. On demande quelle doit être la vitesse de ce second train. (*B. E. Besançon.*)

1516. — Une voiture faisant 11 km. à l'heure part de Paris à 7 h. du matin; à quelle heure part un courrier qui, faisant 250 m. par minute, rejoint la voiture après 2 h. 45 min. de marche? (*B. E. Seine.*)

1517. — Deux ouvrières occupées à coller des étiquettes en placent, l'une 900 par heure et l'autre 1100. La 1re commence son travail à 7 h. 40 du matin, l'autre à 8 h. 1/2; elles cessent leur travail ensemble lorsqu'elles ont collé le même nombre d'étiquettes. Calculer : 1° à quelle heure de la journée elles ont terminé leur travail; 2° combien chacune a collé d'étiquettes. — Vérifier. (*B. E. Paris.*)

1518. — Deux bicyclistes partent en même temps de Paris, l'un fait 39 km. en 2 h. 10 min. et l'autre fait 21 km. en 1 h. 24 min. Après 3 h. de marche, le 1er, qui veut attendre le 2e, ne fait plus que 10 km. à l'heure. A quelle distance de Paris aura lieu la rencontre? (*E. P. S.*)

***1519.** — Deux cavaliers A et B partent tous deux de Paris, l'un A à 7 h. du matin, l'autre B à 7 h. 1/2 du matin, et se dirigent vers Fontainebleau, par la même route. La vitesse de A, qui fait 12 km. à l'heure, est les 4/5 de celle de B. 1° A quelle heure et à quelle distance de Paris B rattrapera-t-il A? 2° à quelle heure chacun d'eux arrivera-t-il à Fontainebleau? La distance de Paris à Fontainebleau est, par la route suivie, de 58km,5. (*B. E. Seine.*)

***1520.** — Une automobile, ayant une vitesse de 60km,8 à l'heure, est partie de Paris pour Bordeaux par Tours à midi. Une 2e automobile est partie à 2 h. 1/2 de Tours pour Bordeaux avec une vitesse de 48 km. à l'heure. On demande : 1° à quelle heure la 1re automobile a atteint la 2e; 2° à quelle distance de Bordeaux la rencontre a eu lieu. La distance de Paris à Tours est de 232 km.; la distance de Paris à Bordeaux est de 585 km. (*B. E. Seine.*)

***1521.** — Un voyageur qui se rend à pied de la ville A à la ville B, part à midi en faisant 70 m. par minute. A une certaine distance, il monte dans un tramway qui part de A à midi 20 min. et se rend à B. Le voyageur arrive à destination 24 min. plus tôt que s'il avait continué son voyage à pied. Sachant que le tramway fait 150 m. par minute, on demande : 1° à quelle distance de A le voyageur est monté dans le tramway; 2° quelle est la distance de A à B. (*B. E. Poitiers.*)

***1522.** — Trois vélocipédistes exécutent sur une route un parcours de 100 km. Le 1er, qui marche avec une vitesse de 25 km. à l'heure, part à 8 h. du matin; le 2e, avec une vitesse de 30 km. à l'heure, à 8 h. 15; le 3e, avec une vitesse de 40 km. à l'heure, à 8 h. 30. On demande à quelles distances du point de départ et à quelles heures se feront les croisements, et l'heure d'arrivée de chacun des vélocipédistes au bout du parcours. (*B. E. Rennes.*)

***1523.** — Deux automobiles sont parties de Paris en suivant une même direction : la 1re à 8 h. du matin avec une vitesse égale aux 3/5 de celle de la 2e, qui est partie à 10 h. 50. Après la rencontre, les automobiles ont poursuivi leur route pendant 2 h. 1/2, et, à l'heure de l'arrêt, la 2e avait distancé la 1re de 30 km. A quelle heure a eu lieu la rencontre et quelles sont les distances parcourues par chacune d'elles à la fin de la course? (*B. E. Seine.*)

***1524.** — Un bicycliste et un piéton parcourent, dans le même sens, une route rectiligne. Le bicycliste part d'un point A, en même temps que le piéton part d'un point B, avec une avance de 40 km. La vitesse du bicycliste vaut 5 fois celle du piéton : 1° A quelle distance de B sera le piéton lorsqu'il n'aura plus sur le bicycliste qu'une avance de 10 km.? 2° Déterminer la position du point P où le bicycliste atteindra le piéton. 3° Où sera le piéton lorsqu'il aura sur le bicycliste un retard de 10 km.? Vérifier. (Faire la figure.) (*B. E. Paris.*)

Mouvement circulaire.

Problèmes. — I. **1525.** — Une montre retarde de 12 min. par jour de 24 h. Elle a été réglée aujourd'hui à midi. Quelle heure sera-t-il quand cette montre marquera 10 h. du soir? Calculer le résultat : 1° exactement; 2° à une seconde près.

Explication. — En 24 heures ou 1440 min., la montre retarde de 12 min. et **marque :** $1440^{min} - 12^{min} = \mathbf{1428\ min.}$

On peut obtenir l'**heure exacte** ou le **retard** par une *règle de trois.*

1526. — Une montre avance de 6 minutes en 24 heures. On l'a mise à l'heure hier à midi. Quelle heure marquera-t-elle aujourd'hui quand il sera exactement 6 heures du soir?

1527. — Une horloge retarde de 3 minutes toutes les 7 heures. Quand l'avait-on remise à l'heure exacte, si le samedi, à 11 h. 25 du matin, elle marque 10 h. 55?

***1528.** — Une montre avance de 3/7 d'heure en 48 h. Elle a été remise à l'heure à 5 h. du matin. Quelle sera l'heure vraie lorsqu'elle marquera 10 h. 3/4 le soir du même jour? (*E. N. Ardèche.*)

***1529.** — Ma montre avance de 11 min. tous les 4 jours. Je la mets à l'heure le lundi à midi. Le samedi suivant, je veux aller prendre le train de 8 h. 45 du matin; ma maison est à 25 min. de la gare et je désire arriver 5 min. avant le départ du train. Quelle heure sera-t-il à ma montre au moment où je quitterai la maison? (*B. E. Montpellier.*)

II. **1530.** — Une montre qui avance chaque jour (24 h.) de 8 min. 1/2 est mise à l'heure un jour à midi. Au bout de combien de temps marquera-t-elle de nouveau l'heure exacte si elle continue à marcher sans être réglée? (*B. E. Paris.*)

Explication. — La montre marquera de nouveau l'heure exacte lorsqu'elle aura pris **une avance de 12 heures.**

1531. — Les deux aiguilles d'une montre sont sur midi. A quelle heure se retrouveront-elles pour la première fois l'une sur l'autre?

Explication. — La **grande aiguille,** qui en 1 h. fait 55 divisions de plus que la petite, se retrouvera pour la 1re fois sur celle-ci lorsqu'elle aura fait **un tour** ou 60 divisions **de plus** qu'elle.

1532. — Une horloge est mise à l'heure le 1er mai à midi. Elle avance de 2 min. en 3 h. A quelle date marquera-t-elle de nouveau l'heure exacte? (*E. P. S.*)

1533. — A quel moment entre 2 h. et 3 h. les deux aiguilles d'une montre sont-elles en ligne droite? (*B. E. Seine.*)

1534. — Les deux aiguilles d'une montre sont l'une sur l'autre entre 3 h. et 4 h. Quelle heure marque cette montre? (*Lyc. et Coll.*)

1535. — Quel angle font les aiguilles d'une montre quand il est 12 h. 1/4? (*B. E. oral, Paris.*)

***1536.** — Deux montres ont été mises à l'heure à midi; la 1re avance de 8 min. en 24 h., tandis que la 2e retarde de 4 min. On demande au bout de combien d'heures les deux montres marqueront en même temps 12 h. pour la 1re fois. (*B. E. Seine.*)

Latitude. Longitude.

Problèmes. — **1537.** — Paris et Perpignan sont sensiblement sur le même méridien. Leurs latitudes sont : pour Paris 48° 50′ 49″, et pour Perpignan, 42° 42′ 2″. Trouver en mètres la distance de ces deux villes. (*B. E. Seine.*)

Explication. — On sait que 90° du méridien ont une longueur de 10 000 000 de m.; le **degré** vaut donc environ **111 111** m.

1538. — Quand il est midi à Paris, quelle heure est-il à New-York, qui se trouve à 76° 21′ de longitude ouest? (*C. Compl.*)

Explication. — La Terre tournant de l'ouest à l'est en 24 h., **360°** correspondent à une durée de **24 h., 15°** à l'ouest à un **retard de 1 h.** ou 60 min. et **1°** à l'ouest à un **retard de 4 minutes.**

1539. — La Corse est située entre 43° 1′ et 41° 21′ de latitude nord, quelle est sa plus grande dimension de l'extrémité du cap Corse aux Bouches de Bonifacio? (*E. N. Corse.*)

1540. — Bourges et Paris sont à une distance de 196 km. à vol d'oiseau, sur le même méridien. Quelle est cette distance en degrés, minutes et secondes? (*C. Compl.*)

1541. — Quand il est midi à Paris, quelle heure est-il à Nantes, qui se trouve à 3° 54′ de longitude ouest? (*C. E. P. S.*)

1542. — Quelle est la longitude, par rapport à Paris, d'une ville où il est 4 h. du matin quand il est minuit et demi à Paris le même jour?

1543. — Un 1er lieu est situé par 1° 9′ 48″ longitude ouest; un autre par 3° 37′ 36″ longitude ouest. Quelle est la différence des heures dans les lieux en question? (*B. E. Lille.*)

1544. — Lorsqu'il est 2 h. 15 min. à Berlin, il est à Paris 1 h. 30 min. 48 sec. Calculez la longitude de Berlin. (*C. Compl.*)

1545. — Deux villes situées sur le même méridien sont à 1 500 km. l'une de l'autre. Combien de degrés, minutes et secondes y a-t-il dans l'arc du méridien compris entre ces deux villes? (*B. E. Seine.*)

1546. — La longitude de Brest est 6° 49′. On demande quelle heure il est à Brest quand il est midi à Paris. (*E. P. S.*)

1547. — Quand il est 2 h. 15 min. à Strasbourg, il est 1 h. 53 min. 20 sec. à Paris. Dites la longitude de Strasbourg. (*B. E. Seine.*)

1548. — Deux lieux sont situés sur le même méridien. Leurs latitudes sont 25° 24′ 30″ et 19° 57′ 30″. Evaluer en kilomètres la distance de ces deux lieux : 1° lorsqu'ils sont dans des hémisphères différents; 2° lorsqu'ils sont dans le même hémisphère. (*B. E. Seine.*)

***1549.** — Un voyageur qui va de Bordeaux à Lyon part à 5 h. 20 du matin et arrive à Lyon après 12 h. 25 de parcours. Quelle heure sera-t-il à Lyon, si la 1re ville est située à 2° 55′ de longitude ouest et la seconde à 2° 29′ de longitude est? (*B. E. Bordeaux.*)

***1550.** — Deux lieux, A et B, sont situés sur le même méridien; la latitude de A est de 7° 28′ 5″ nord. Celle de B est sud et surpasse celle de A des 5/8 de celle-ci. On demande quelle est, en kilomètres, la distance de ces deux lieux. (*B. E. Lille.*)

***1551.** — Londres est situé par 2° 26′ de longitude ouest et Vienne par 14° 2′ de longitude est. Quelle heure est-il à Vienne quand il est 11 h. 30 min. du matin à Londres? (*E. P. S.*)

* *Revision.*

Problèmes. — 1552. — Deux trains partent à 8 h. du matin, l'un de Marseille, l'autre de Paris. Le 1er parcourt tout le chemin en 14 h., et le 2e en 19 h. A quelle heure les deux trains se trouveront-ils au même point du trajet? (*E. P. S.*)

1553. — Un bassin de forme rectangulaire a 2 m. de largeur, 4 m. de longueur et $1^m,107$ de profondeur. 1° Quelle est, en litres, la capacité du bassin? 2° Un 1er robinet donne 200 l. d'eau en 1 h. Un 2e robinet donne $226^l,8$ en 1 h. 15 min. 36 sec. On ouvre les deux robinets en même temps et on recueille dans le bassin l'eau qu'ils donnent. En combien de temps le bassin sera-t-il rempli? (*B. E. Grenoble.*)

1554. — Deux pompes d'inégal débit, employées simultanément, peuvent remplir un réservoir en 11 heures. Au bout de 4 h. de travail, un accident empêche l'une d'elles de fonctionner; l'autre achève alors l'ouvrage en 11 h. 2/3. Combien chacune d'elles, employée seule, aurait-elle mis de temps pour faire l'ouvrage entier? Faire la preuve du problème. (*E. N. Meuse.*)

1555. — Un train de chemin de fer part de A à 7 h. du matin; il arrive à B à 11 h. 1/2. Il parcourt d'abord les 3/5 du trajet à une vitesse de 42 km. à l'heure; dans la 2e partie du trajet la vitesse diminue de 1/6. Quelle est la distance de A à B? (*B. E. Poitiers.*)

1556. — Un voyageur quitte une ville pour se rendre dans une autre avec une voiture automobile qui parcourt 32 km. à l'heure. Il reste 2 h. dans cette ville et revient ensuite à son point de départ avec une vitesse de 40 km. à l'heure. Entre son départ et son retour, il s'est écoulé 11 h. Quelle est la distance des deux villes? (*B. E. Dijon.*)

1557. — Un 1er réservoir contient 1200 l. d'eau; il peut recevoir de l'eau par un robinet qui donne 640 l. en 80 min. Un 2e réservoir contient 200 l. d'eau; il peut recevoir de l'eau par un robinet qui donne 960 l. en 2 heures. Au même moment, on ouvre les deux robinets. Au bout de quel temps y aura-t-il dans le 1er réservoir 3 fois autant d'eau que dans le 2e? Quelle quantité d'eau y aura-t-il alors dans chaque réservoir? (*Lyc. et Coll.*)

1558. — Un train part de Paris à 8 h. 25 min. du matin et arrive à Nancy à 1 h. 37 du soir. Un autre train part de Paris à 5 h. 20 min. du soir et arrive le même jour à 11 h. 30 à Nancy. En 1 heure, le 1er train parcourt $10^{km},641$ de plus que le 2e. Calculer en kilomètres la distance de Paris à Nancy. (*B. E. Nancy.*)

1559. — Une fontaine peut remplir un bassin en 7 heures, un robinet peut le vider en 11 h. Le tiers du bassin étant plein, on laisse couler la fontaine et on ouvre le robinet. Au bout de combien de temps les 3/4 du bassin seront-ils remplis? (*B. E. Seine.*)

1560. — Deux machines à coudre, marchant d'une manière continue et régulière, consomment, l'une 7 bobines de fil d'égale longueur en 2 h. 1/2 et l'autre 5 bobines en 1 h. 47 min. Quelle est celle des deux qui est la plus expéditive, et au bout de combien de temps aura-t-elle employé une bobine de plus que l'autre? (*B. E. Dijon.*)

1561. — Un bassin peut être rempli par deux robinets débitant l'un 1 l. à la seconde, l'autre 1 l. 1/4, et vidé par un 3e laissant échapper 100 l. d'eau à la minute: On demande: quelle est la capacité de ce bassin, sachant que si, lorsqu'il est plein, on laisse ouverts seulement le 1er et le 3e robinet, il se vide en 2 h. 1/2; 2° le bassin étant vide, au bout de combien de temps il serait rempli si on ouvrait les trois robinets en même temps. (*E. N. Meuse.*)

1562. — Un train part de Lyon à 9 h. 20 du matin et arrive à Nîmes à 3 h. 20 du soir. Un autre train part de Nîmes à midi et se dirige sur Lyon avec la même vitesse que le précédent. On demande à quelle heure et à quelle distance de chacune de ces deux villes ces deux trains se rencontreront. La distance de Lyon à Nîmes est de 280 km. (*B. E. Grenoble.*)

1563. — Une fontaine peut remplir un bassin en 45 min. Un 1er robinet peut vider ce bassin en 1 h. 12 min.; un 2e peut également le vider en 2 h. 30 min. En admettant que les 8/15 du bassin aient été remplis au préalable, on demande au bout de combien de temps le bassin sera rempli si l'on admet que la fontaine et les deux robinets coulent ensemble. (*Ec. Nat. Prof.*)

1564. — Un mobile parcourt une circonférence d'un mouvement uniforme et décrit chaque jour un arc de 12° 11′ 26″,7. Calculer en jours, heures, minutes et secondes la durée d'une révolution complète. (*B. E. Seine.*)

1565. — La réfection d'une route doit être terminée en 26 jours; et, pour y parvenir, on devait employer 36 ouvriers travaillant 10 heures par jour. Mais, au bout de 12 j. de travail, on réduit la journée d'ouvrier à 8 h., en convenant que le salaire d'une journée de 8 h. sera les 9/10 du salaire d'une journée de 10 h. On demande : 1° combien il faudra ajouter d'ouvriers pour terminer l'ouvrage dans les 14 j. qui restent; 2° quel était le salaire d'une journée de 10 h., sachant que le total des salaires a été de 5994 fr. (*B. E. Lille.*)

1566. — Un réservoir mesurant intérieurement 1m,80 de long, 1m,40 de large et 0m,70 de profondeur est alimenté par une pompe qui peut le remplir en 40 minutes. D'autre part, un robinet le vide en 30 min. En supposant qu'il y ait dans ce réservoir 1176 l. d'eau, on demande au bout de combien de temps il sera vide si on l'alimente avec la pompe et si on ouvre en même temps le robinet. (*E. P. S.*)

1567. — Un train omnibus, qui fait 30 km. à l'heure, part d'une ville B à 2 h. 30 de l'après-midi, pour aller à une ville C. Un train express, qui fait 50 km. à l'heure, part de B à 7 h. 50 du soir et arrive à C 4 h. 50 avant le 1er. Dire la distance de B à C. (*B. E. Seine.*)

1568. — Trois ouvriers devaient faire un ouvrage en 12 jours. Un ouvrier manque; les deux autres travaillent 1 h. de plus par jour et font l'ouvrage en 16 jours. Combien les deux ouvriers ont-ils travaillé d'heures par jour? (*B. E. Dijon.*)

1569. — Un ouvrier a reçu pour 61 jours 1/4 de travail la même somme qu'un autre ouvrier pour 81 jours 2/3. Pour combien de jours, avec cette même somme, payerait-on les salaires de ces deux ouvriers travaillant ensemble? (*B. E. Seine.*)

1570. — Une horloge avance de 4 min. en 12 h. et une autre retarde de 4 min. en 24 h. On les règle le lundi à midi. Déterminer l'heure indiquée par chacune des horloges lorsque l'une avancera de 16 min. 1/2 sur l'autre et quel jour cela aura lieu. (*E. N. Calvados.*)

1571. — Un cavalier et un bicycliste se proposent d'aller de Melun à Paris. Le 1er part 50 min. avant le 2e et parcourt 10 km. à l'heure. Le bicycliste fait 12 km. à l'heure, et arrive 5 min. après le cavalier. On demande quelle est la distance entre ces deux villes. (*B. E. Aix.*)

1572. — Sachant que le méridien de Greenwich est à 2° 20′ 15″ à l'ouest de Paris, quelle modification devrait-on faire subir à l'heure légale, qui est celle de Paris, si on adoptait en France l'heure de Greenwich? — Quelle distance sépare sur l'équateur les deux méridiens? (*B. E. Lille.*)

1573. — Dunkerque et Perpignan sont sensiblement sur le même méridien que Paris. La latitude de Dunkerque est de 51° 2′ 8″, celle de Perpignan de 42° 42′ 2″. Quelle est en kilomètres la distance de ces deux villes? — Quelle est la latitude d'une ville située à 225 km. au sud de Dunkerque? (*B. E. Seine.*)

1574. — Deux trains effectuent, l'un le trajet de Paris à Nice en 15 h. 40, l'autre le trajet de Nice à Paris en 22 h. 20 min. En une heure, le 1er parcourt 20km,7 de plus que le 2e. Calculer : 1° la vitesse de chaque train; 2° la distance de Paris à Nice; 3° l'heure de leur rencontre, sachant qu'ils partent tous les deux à 6 h. du soir, l'un de Paris, l'autre de Nice. (*B. E. Chambéry.*)

1575. — Deux compagnies peuvent faire le même travail de terrassement, l'une en 8 h., l'autre en 12 h. 30 min. En combien de temps se fera le même travail si l'on prend 1/4 des ouvriers de la 1re compagnie et les 2/5 de la 2e compagnie? (*Saint-Maixent.*)

1576. — Une montre est réglée à 2 h. 1/2 du soir, mais elle retarde de 12 min. 1/2 en 24 heures. Quelle heure sera-t-il, à une seconde près, lorsque la montre marquera 7 h. 3/4 le même jour? (*B. E. Bordeaux.*)

1577. — On emploie trois ouvriers pour faire un ouvrage : le 1er le ferait seul en 12 jours, travaillant 10 h. 1/3 par jour; le 2e en 15 j., travaillant 6 h. 1/4 par jour; le 3e en 9 j., travaillant 8 heures par jour. On demande : 1° combien ces trois ouvriers mettront de jours pour faire cet ouvrage en travaillant 11 h. par jour; 2° ce que chacun gagnera, l'ouvrage total étant payé 216 fr. (*B. E. Montpellier.*)

1578. — Un chronomètre est mis à l'heure à 7 h. 15 du matin; quelle heure marquera-t-il à une seconde près au bout de 8 j. 18 min., s'il avance de 1/8 de seconde en 24 h.? (*B. E. Toulouse.*)

1579. — Un ouvrier peut faire les 2/3 d'un travail en 7 jours en travaillant 5 h. par jour; un 2e en fait les 3/5 en 8 j., en travaillant 8 h. par jour. Combien, à moins d'une minute près, les deux ouvriers travaillant ensemble mettraient-ils de temps pour faire l'ouvrage entier en travaillant 6 h. par jour? (*B. E. Seine.*)

1580. — Les deux aiguilles d'une montre se rencontrent à midi précis. On demande : 1° à quelle heure l'aiguille des minutes se trouvera, pour la 1re fois, perpendiculaire à l'aiguille des heures; 2° à quelle heure l'aiguille des minutes se trouvera, pour la 1re fois, dans le prolongement de l'aiguille des heures; 3° à quelle heure l'aiguille des minutes se trouvera, pour la 2e fois, perpendiculaire à l'aiguille des heures; 4° à quelle heure les deux aiguilles se rencontreront pour la 1re fois. (*B. E. Seine.*)

1581. — Deux trains de chemin de fer effectuent le trajet de Paris à Toulouse, le 1er en 15 h. 40 min., le 2e en 25 h. 22 min. On sait que, en 1 h., le 1er train parcourt 18 km. 1/3 de plus que le 2e. On demande : 1° de calculer à 1 dam. près la vitesse de chaque train; 2° de calculer à 1 km. près la distance de Paris à Toulouse. (*B. E. Besançon.*)

1582. — Un bassin est alimenté par deux robinets. Le 1er peut le remplir en 10 h. 1/2, le 2e en 15 h. Les deux robinets ayant coulé l'un après l'autre, le 1er pendant 6 h., le 2e pendant 5 h., on enlève 560 l. d'eau, puis les deux robinets achèvent ensemble de le remplir en 2 h. On demande la capacité du bassin. (*E. N. Beauvais.*)

1583. — Une mère et sa fille, travaillant ensemble, feraient un ouvrage en 7 jours et demi. Après avoir travaillé 5 jours avec sa fille, la mère est obligée de s'absenter. La fille continue seule le travail et l'achève en 6 j. 2/3. En combien de temps la mère et la fille, travaillant séparément, feraient-elles l'ouvrage dont il s'agit? (*B. E. Toulouse.*)

1584. — Pour faire un ouvrage, on emploie un ouvrier qui pourrait l'achever en 36 jours. Au bout de 9 j., on lui adjoint un 2e ouvrier et ils travaillent ensemble pendant 7 j.; alors le 1er ouvrier tombe malade et le 2e achève seul l'ouvrage en 18 jours. On demande : 1° la fraction de l'ouvrage que chaque ouvrier a exécutée; 2° le temps que le 2e ouvrier travaillant seul aurait mis pour exécuter l'ouvrage entier; 3° sachant que l'ouvrage a été payé 162 fr., combien chaque ouvrier a dû recevoir et le prix de la journée de chacun. (*B. E. Poitiers.*)

1585. — Un bicycliste qui part en excursion calcule qu'en faisant 20 km. à l'heure, il arriverait 1/4 d'heure plus tôt qu'en parcourant seulement 920 m. en 3 min. Quelle distance doit-il franchir pour parvenir au terme de son voyage? (*E. N. Seine.*)

1586. — Trois robinets coulant ensemble videraient un réservoir en 25 h.; au bout de 10 h., on ferme le 1er robinet. Les deux autres coulant ensemble achèveraient de vider le réservoir en 36 h. Mais, 16 h. après la fermeture du 1er robinet, on ferme le 2e. Le 3e robinet coulant seul achève de vider le réservoir en 34 h. Quel temps mettrait chaque robinet coulant seul pour vider le réservoir? (*B. E. Grenoble.*)

1587. — Une montre marque 7 h. Trouver à quel moment la grande aiguille sera éloignée du point 12 h. du cadran, de la même distance que la petite aiguille du point 6 h. (*B. E. Seine.*)

1588. — Je me trouve dans un train qui marche avec une vitesse de 40 km. à l'heure et je vois passer en 3 sec. un train express marchant en sens contraire et ayant 75 m. de long. Dire quelle est la vitesse à l'heure de ce 2e train. (*E. P. S.*)

1589. — Un bassin a pour base un carré de 2 m. de côté et sa hauteur est de $2^{m},70$. Deux fontaines peuvent s'y déverser : la 1re, coulant seule, le remplirait en 5 h.; le débit de la 2e est de 972 l. en 10 minutes. Le bassin étant vide, on a ouvert la 1re fontaine seule pendant 36 min. Combien les deux fontaines coulant ensuite ensemble mettront-elles pour achever de le remplir? (*B. E. Seine.*)

1590. — Une montre qui retarde de 2 min. par jour a été mise à l'heure un jeudi à midi. Quelle heure exacte sera-t-il le mardi suivant lorsque la montre marquera 4 h. 15 min. du soir? (*E. N. Eure.*)

1591. — Deux piétons sont sur la même route, séparés par une distance de $17^{km},400$. S'ils allaient l'un vers l'autre, ils se rencontreraient au bout de 2 h. S'ils marchaient dans le même sens, ils se rencontreraient au bout de 58 h. On demande : 1° le chemin que chacun d'eux fait en 1 h.; 2° les chemins parcourus par chacun d'eux dans les deux cas. (*B. E. Seine.*)

1592. — Un homme seul fait un travail en 8 jours. Il s'adjoint ses deux enfants. L'aîné ferait seul le travail en 12 j.; le plus jeune fait en 5 j. le travail que son père fait en 2 j. Combien mettront-ils de temps, à 1 min. près, en travaillant ensemble, si la journée de travail est de 10 h.? (*Mécan. de la Marine.*)

1593. — Trois robinets coulent dans un bassin dont la capacité est de 45 l. Le 1er et le 2e robinet coulant ensemble rempliraient le bassin en 25 min.; le 1er et le 3e le rempliraient en 27 min. Le débit du 3e est les 3/5 du débit du 2e. On demande le débit de chaque robinet à l'heure et le temps que les trois robinets coulant ensemble mettraient à remplir le bassin. (*B. E. Seine.*)

1594. — Une montre retarde d'un quart d'heure par heure. On la met à l'heure à 7 h. du matin. Quelle heure exacte sera-t-il lorsqu'elle marquera 1 h. 35 du soir? Au bout de combien de temps marquera-t-elle de nouveau l'heure exacte si elle continue à marcher sans être réglée? (*B. E. Seine.*)

1595. — Deux bateaux, traînés l'un par un homme, l'autre par un âne, s'avancent dans le même sens, dans le canal du Berry. Le second va plus vite que le 1er; quand son avant arrive à côté de l'arrière du 1er, il est 9 h. 58 m. 52 sec., et, quand les deux bateaux se retrouvent en file, il est 10 h. 3 min. 8 sec. L'homme sait qu'il marche avec une vitesse de 2 km. 3/4 à l'heure, que son bateau a 28 m. de longueur, et que celui qui est traîné par l'âne est de même dimension. On demande la vitesse de ce dernier. (*E. N. Cher.*)

1596. — Un bassin, dont le fond est un carré de 1 m. 2/3 de côté, est servi par deux robinets. Le 1er robinet coulant seul remplirait le bassin vide en 5 h. 1/4; les deux robinets ensemble le rempliraient en 2 h. 4/5. On sait, en outre, que le 1er robinet donne par heure 75 l. de plus que le 2e. — On demande : 1° combien de temps le 2e robinet mettrait seul à remplir le bassin vide; 2° quelle est la contenance du bassin et quelle en est la profondeur. (*B. E. Seine.*)

1597. — Une cuve pleine a trois robinets; si on ouvre 2 robinets, elle se vide en 2 h. 1/2; si on les ouvre tous les trois, elle se vide en 2 h. En combien de temps cette cuve serait-elle vide si l'on n'ouvrait que le 3e robinet? (*E. N. Vienne.*)

1598. — Deux ouvriers terrassiers ont à déblayer, l'un 80 m³ et l'autre 72 m³. Le 1er ne travaille pas le dimanche et fait 4 m³ par jour de travail; le 2e se repose le dimanche et le lundi et fait 3m³,250 par jour de travail. Ils commencent leur ouvrage le mardi matin 20 juin; on demande à quelle époque il leur restera à faire la même quantité de travail et combien, à ce moment, chacun d'eux aura déblayé de mètres cubes. (*B. E. Toulouse.*)

1599. — Un bicycliste et un piéton parcourent dans le même sens une route rectiligne Ax. Ils partent en même temps de deux points A et B distants de 36 km. On sait d'ailleurs que la vitesse du bicycliste vaut 4 fois celle du piéton. 1° Où sera le piéton lorsqu'il n'aura plus sur le bicycliste qu'une avance de 8 km.? 2° Déterminer la position du point P où le bicycliste atteindra le piéton; 3° Où sera le piéton lorsque son retard, par rapport au cycliste, vaudra 8 km.? (*E. N. Saint-Lô.*)

1600. — Un animal est poursuivi par un chien; il a une avance égale à 27 de ses sauts et il fait 8 sauts pendant que le chien en fait 7; mais 5 sauts du chien valent 7 sauts de l'animal. Le chien rejoindra-t-il l'animal? Si l'animal est atteint, combien aura-t-il fait de sauts depuis l'instant où il avait 27 sauts d'avance jusqu'à l'instant où il est pris par le chien? (*B. E. Grenoble.*)

1601. — La Lune décrit chaque jour un arc de 13° 10′ 35″ sur son orbite supposée circulaire, tandis que le Soleil, dans le même temps, décrit un arc de 58′ 57″ sur ~~son orbite~~ supposée circulaire; en supposant que ces astres se meuvent dans le même plan, quel temps s'écoulera entre deux passages de ces astres sur une ligne droite les joignant à la Terre? (*B. E. Montpellier.*)

1602. — Deux fontaines coulant dans un bassin le rempliraient, la 1re en 5 h. et la 2e en 9 h. On laisse couler la 1re pendant 1 h. 2/3, puis la 2e pendant 50 min. Calculer le temps après lequel, les deux fontaines coulant ensemble, le bassin sera rempli. (*B. E. Bordeaux.*)

1603. — Un bicycliste quitte une ville à 8 h. du matin. Il fait 18 km. à l'heure. Un 2e bicycliste part du même endroit à 8 h. 45 min.; il suit la même route que le 1er et veut le rejoindre. Il marche d'abord à une vitesse de 30 km. à l'heure; mais il ne peut soutenir cette allure, il se repose pendant 5 min., puis repart avec une vitesse de 24 km. à l'heure et rejoint le 1er bicycliste à 10 h. 35 du matin. On demande combien de temps il a marché à la vitesse de 30 km. (*B. E. Paris.*)

1604. — Deux montres sont mises à l'heure le 1er septembre 1900 à midi. Par jour, l'une retarde de 4 min. 30 sec., l'autre avance de 7 min. 30 sec. A quelle date marqueront-elles encore midi ensemble pour la 1re fois, cette indication étant exacte? (*B. E. Rennes.*)

1605. — Deux personnes séparées par une distance de 3600 m. partent au même moment et vont l'une vers l'autre. La rencontre a lieu à 2000 m. d'un des points de départ. Si, les vitesses restant les mêmes, la personne qui va le moins vite était partie 6 minutes avant l'autre, la rencontre aurait lieu à moitié route. Combien chaque personne parcourt-elle de mètres par minute? (*B. E. Seine.*)

1606. — Un réservoir régulier de $2^m,50$ de haut est alimenté à sa partie supérieure par une source qui le remplirait en 5 h. Ce réservoir est muni de deux robinets d'écoulement placés l'un à $0^m,50$, l'autre à $1^m,50$ du fond. Le 1er, celui du bas, viderait, coulant seul, toute la partie du réservoir comprise au-dessus de l'orifice en 20 h.; le 2e, coulant seul, viderait la partie du réservoir comprise au-dessus de son orifice en 15 h. Combien faudrait-il de temps à la source pour remplir ce réservoir vide, tous les robinets étant ouverts? (*E. N. Montpellier.*)

1607. — Quatre compagnies d'ouvriers sont telles que la 1re ferait un ouvrage en 70 j., la 2e en 30 j., la 3e en 21 j. et la 4e en 35 j. Pour exécuter cet ouvrage, on emploie en même temps les 2/3 des hommes de la 1re compagnie, les 3/7 de ceux de la 2e, les 4/5 de ceux de la 3e et les 5/6 de ceux de la 4e. Combien leur faudra-t-il de jours, d'heures et de minutes pour faire l'ouvrage, sachant que la journée de travail est de 8 heures? (*B. E. Lyon.*)

1608. — Un voyageur part de Nîmes à 5 h. 5 min. du matin et arrive à Lyon à 2 h. 25 du soir. Le lendemain, il repart de Lyon à 4 h. 29 min. du matin pour retourner à Nîmes avec la même vitesse. On demande de déterminer : 1° les distances à ces deux villes du point du trajet où ce voyageur se trouvera à la même heure que la veille, Lyon étant supposé à 280 km. de Nîmes; 2° l'heure à laquelle il atteindra ce point. (*B. E. Montpellier.*)

1609. — Deux villes, P et R, sont distantes de 28 km. Une personne A quitte la ville P à 8 h. du matin et se dirige vers la ville R dans une voiture qui fait 12 km. à l'heure. Une automobile part de R à 8 h. 40 et va à la rencontre de la personne A. Lorsque la rencontre a lieu, A monte dans l'automobile, qui retourne vers R. Deux minutes sont employées pour permettre à A de monter et à l'automobile de tourner. L'automobile met, pour aller de R au point de rencontre, le même temps que pour revenir de ce point à R. On demande combien elle fait de kilomètres à l'heure, sachant que A arrive à la ville R à 9 h. 1/2. Vérifier le résultat. (*B. E. Paris.*)

1610. — Trois aiguilles se meuvent d'un mouvement uniforme, et dans le même sens, sur un cadran, comme dans une horloge : la grande aiguille fait un tour complet en 11 min.; l'aiguille moyenne fait un tour complet en 45 min.; la petite aiguille fait un tour complet en 65 min. On constate le 27 février 1908, à midi, que les trois aiguilles sont superposées sur un même rayon du cadran. Donner la date et l'heure exacte où les trois aiguilles seront, de nouveau, superposées sur le rayon où elles étaient primitivement. (*B. E. Seine.*)

1611. — Deux personnes partent d'un même point sur une piste fermée dont la longueur est 6 km. L'une A fait 1 km. en 15 min., l'autre B fait 1 km. en 10 min. Au bout de combien de temps se retrouveront-elles ensemble? Quels chemins auront-elles parcourus? A quelle distance seront-elles du point de départ? On considérera : 1° le cas où les personnes vont dans le même sens; 2° le cas où elles vont dans des sens contraires. (*E. N. Seine.*)

APPLICATIONS

Rapports.

217. — On appelle **rapport de deux nombres** le *quotient exact du premier par le second.*

Le rapport de deux nombres s'*écrit* comme une *fraction.* Les deux nombres sont les **deux termes** du rapport; le premier nombre est le **numérateur** et le second est le **dénominateur.**

Ex. : Le rapport de 4 à 7 s'écrit $\frac{4}{7}$; de 4,5 à 9,85 s'écrit $\frac{4,5}{9,85}$.

Le rapport de $\frac{2}{3}$ à $\frac{4}{5}$ s'écrit $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)}$.

Remarques. — 1° Les *termes d'un rapport* peuvent être **entiers** ou **fractionnaires,** ceux d'une *fraction* sont toujours **entiers.**

2° En *effectuant la division* indiquée par un rapport, on *transforme ce rapport en une fraction.* On peut donc résoudre toutes les questions relatives aux rapports en **remplaçant ces rapports par des fractions** et en appliquant les théorèmes et les règles qui concernent les fractions.

Ex. : $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{2\times5}{3\times4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$; $\frac{4,5}{9,85} = \frac{45}{10} \times \frac{100}{985} = \frac{450}{985}$

218. — Quand on *renverse l'ordre des termes d'un rapport,* on obtient un second rapport qui est l'**inverse** du premier.

Ex. : $\frac{4}{7}$ et $\frac{7}{4}$; $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{2\times5}{3\times4}$ et $\frac{\left(\frac{4}{5}\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{4\times3}{5\times2}$.

Le **produit de deux rapports inverses** l'un de l'autre *est égal* à **1.**

Ex. : $\frac{4}{7} \times \frac{7}{4} = 1$; $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)} \times \frac{\left(\frac{4}{5}\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{10}{12} \times \frac{12}{10} = 1$.

219. — **Le rapport de deux grandeurs** est le *nombre qui mesure la* 1re quand on prend la 2e *comme unité;* c'est-à-dire le nombre de fois que la 1re contient la 2e ou une partie aliquote de la 2e.

Ex. : Dire que le rapport de deux grandeurs est 7/8, c'est dire que la 1re contient 7 fois le huitième de la 2e.

220. Théorème. — *Dans une suite de rapports égaux, la somme des numérateurs est à la somme des dénominateurs comme un numérateur est à son dénominateur.*

Hypothèse : Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$; *Conclusion :* $\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$

En effet, soit q la valeur commune des rapports donnés,

on a : $a=bq;\quad c=dq;\quad e=fq;$

et : $a+c+e=bq+dq+fq=(b+d+f)q.$

Donc : $\frac{a+c+e}{b+d+f}=q=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$

Exercices. — 1612. — Deux bouteilles contiennent respectivement 2/3 de litre et 3/4 de litre. Quel est le rapport de leurs capacités?

1613. — Un train parcourt 48 km. à l'heure et un autre train parcourt 330 km. en 6 heures. Quel est le rapport de leurs vitesses?

1614. — Deux courriers ont parcouru une route, l'un en 4 h. 45 min., l'autre en 5 h. 1/4. Quel est le rapport des temps qu'ils ont mis?

1615. — Qu'est-ce que la densité d'un corps? Quelle est la densité du fer, sachant qu'un morceau de fer de 12 dm³ pèse 93kg,6?

1616. — Qu'appelle-t-on titre d'un alliage? Quel est le titre d'un alliage qui pèse 500 g., et qui renferme 450 g. de métal précieux?

1617. — Le rapport de deux nombres est 4/7; quelle est la différence qui existe entre ce rapport et son inverse?

***1618.** — Qu'est-ce que le rapport de deux nombres? — Expliquez comment on trouve le rapport de 3/5 à 7/8. (*B. E. Paris.*)

***1619.** — Définir et trouver le quotient exact de 475,68 par 20/3,1.

***1620.** — A quoi est égal le produit de deux nombres inverses l'un de l'autre? Exemples. (*B. E. oral, Paris.*)

***1621.** — Définir le rapport d'un nombre à un autre. Montrer que le rapport de deux nombres change quand on ajoute aux deux termes un même nombre. (On prendra pour exemple le rapport de 3 à 11, et on ajoutera 5 aux deux nombres.) (*B. E. Seine.*)

***1622.** — Prouver que si l'on a plusieurs rapports égaux, tels que : 6/8 = 27/36 = 39/52, chacun d'eux est encore égal au rapport qu'on obtient en additionnant tous les numérateurs entre eux et tous les dénominateurs entre eux. (*B. E. Dijon.*)

***1623.** — Faites voir que, si l'on a deux fractions inégales, on obtient une fraction comprise entre la plus grande et la plus petite, en prenant pour numérateur la somme des numérateurs et pour dénominateur la somme des dénominateurs. (*B. E. Seine.*)

* Proportions.

221. — On appelle **proportion** l'*expression de l'égalité de deux rapports.*

Ex. : $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$ est une proportion qui s'énonce 2 sur 3 égale 6 sur 9.

Le **1er** et le *dernier terme* d'une proportion sont appelés **extrêmes**, le **2e** et le **3e terme** sont appelés **moyens.**

222. Théorème. — *Dans toute proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.*

Hypothèse : Si $\frac{4}{7}=\frac{12}{21}$; *Conclusion :* $4\times 21=12\times 7$.

Réduisons les deux rapports au même dénominateur, nous avons :

$$\frac{4\times 21}{7\times 21}=\frac{12\times 7}{21\times 7};\quad \text{donc,}\quad 4\times 21=12\times 7.$$

223. Théorème. — *Réciproquement, si quatre nombres sont tels que le produit du 1er et du dernier égale le produit de deux autres, ces quatre nombres forment une proportion.*

Hypothèse : Si $6\times 8=12\times 4$; *Conclusion :* $\frac{6}{12}=\frac{4}{8}$.

Divisons les deux produits égaux par 12×8, nous avons :

$$\frac{6\times 8}{12\times 8}=\frac{12\times 4}{12\times 8},\ \text{ou, en simplifiant,}\ \frac{6}{12}=\frac{4}{8}.$$

224. Théorème. — *Dans une proportion, on peut : 1° changer l'ordre des moyens ou celui des extrêmes ; 2° mettre les moyens à la place des extrêmes et réciproquement.*

Une proportion peut donc s'écrire de *huit manières différentes.*

225. — La **4e proportionnelle** à trois nombres donnés est le **4e terme d'une proportion** dont les trois nombres donnés forment les trois premiers termes.

Exercice. — Calculer la 4e proportionnelle aux trois nombres 4, 7 et 12.

Appelons x cette 4e proportionnelle, nous avons :

$$\frac{4}{7}=\frac{12}{x};\quad \text{ou}\quad 4\times x=12\times 7.\quad \text{Donc}\quad x=\frac{12\times 7}{4}=21.$$

La **4e proportionnelle** à trois nombres donnés est égale au *quotient du produit des deux derniers par le 1er.*

226. — On appelle **moyenne proportionnelle** à deux nombres un *troisième nombre* qui, *pris deux fois comme moyen*, forme une proportion dont les deux nombres donnés sont les extrêmes.

La *moyenne proportionnelle* s'appelle aussi **moyenne géométrique.**

Exercice. — Calculer la moyenne proportionnelle entre 6 et 24.

Soit x cette moyenne proportionnelle, on a :

$\frac{6}{x}=\frac{x}{24}$; ou $x^2=6\times 24$. Donc $x=\sqrt{6\times 24}=\sqrt{144}=12$.

La **moyenne proportionnelle** à deux nombres est égale à la *racine carrée de leur produit.*

227. Théorème. — *Dans une proportion, on peut remplacer le 1er terme par la somme ou la différence des deux premiers et le 3e par la somme ou la différence des deux derniers.*

Hypothèse : $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$; *Conclusion :* $\frac{3+4}{4}=\frac{9+12}{12}$.

En effet, on a : $\frac{3}{4}+1=\frac{9}{12}+1$,

ou $\frac{3}{4}+\frac{4}{4}=\frac{9}{12}+\frac{12}{12}$; donc $\frac{3+4}{4}=\frac{9+12}{12}$.

Remarque. — En prenant les inverses des deux rapports, on démontrerait de même que : *Dans toute proportion, on peut remplacer le 2e terme par la somme ou la différence des deux premiers et le 4e par la somme ou la différence des deux derniers.*

Exercices. — **1624.** — Peut-on former une proportion avec les quatre nombres 9; 98; 63; 14? Laquelle? Pourquoi?

1625. — Ecrire de toutes les manières possibles la proportion qui résulte de l'égalité suivante : $7\times 40=35\times 8$.

1626. — Qu'entend-on par 4e proportionnelle à trois nombres donnés? Trouver une 4e proportionnelle à 9, 8 et 45. (*E. P. S.*)

1627. — Avec les nombres 8 et 4 d'un côté, et, d'un autre côté, le nombre 18 et un autre nombre à déterminer, formez une proportion et démontrez que le produit des extrêmes est égal au produit des moyens. (*B. E. Alger.*)

1628. — Trouver le terme inconnu dans les proportions suivantes :

$$\frac{4}{5}=\frac{24}{x};\quad \frac{x}{48}=\frac{9}{36};\quad \frac{15}{x}=\frac{18}{12};\quad \frac{21}{70}=\frac{x}{120}.$$

1629. — Quelle est la moyenne proportionnelle entre les nombres 9 et 16? 5 et 45? 13 et 52? 16 et 64?

1630. — Démontrer : 1° que l'égalité $27/36=39/52$ est bien exacte; 2° que $\frac{27}{36+27}=\frac{39}{52+39}$. (*B. E. Grenoble.*)

1631. — Démontrer le théorème énoncé dans la remarque § 227.

Grandeurs proportionnelles.

228. — On dit que **deux grandeurs** sont **directement proportionnelles,** ou encore qu'elles sont proportionnelles, lorsque le *rapport de deux valeurs quelconques* de l'une est égal au *rapport des deux valeurs correspondantes* de l'autre.

Ex. : La longueur d'une étoffe et son prix sont deux grandeurs directement proportionnelles.

2 m., 4 m., 8 m., étant des longueurs d'une étoffe,

et 10 fr., 20 fr., 40 fr., étant les prix correspondants,

on a, en effet, $\frac{2}{4}=\frac{10}{20}$, ou $\frac{4}{8}=\frac{20}{40}$, ou $\frac{2}{8}=\frac{10}{40}$.

Remarque. — Dans l'exemple précédent, si la longueur de l'étoffe devient 2, 3, 4,... fois plus grande ou plus petite, le prix devient 2, 3, 4,... fois plus grand ou plus petit.

229. — Lorsque *deux grandeurs* sont *directement proportionnelles,* si l'**une** d'elles devient **2, 3, 4,... fois plus grande** ou **plus petite, l'autre** devient **2, 3, 4,... fois plus grande** ou **plus petite.**

Exemples de grandeurs directement proportionnelles :

1° Le *salaire* d'un ouvrier et la *quantité de travail* si cet ouvrier est payé à la tâche, ou la *durée de son travail,* s'il est payé à la journée ;

2° Le *prix* d'une marchandise et sa *longueur,* son *poids* ou son *volume,* selon que la marchandise se vend au mètre, au poids ou au volume ;

3° La *surface d'un rectangle* de base donnée et *sa hauteur.*

230. — On dit que **deux grandeurs** sont **inversement proportionnelles,** lorsque le *rapport de deux valeurs quelconques* de l'une est égal à l'*inverse du rapport des deux valeurs correspondantes* de l'autre.

Ex. : Le nombre de jours nécessaire pour faire un ouvrage est inversement proportionnel au nombre des ouvriers employés.

3 jours, 9 jours, 27 jours, étant les nombres de jours,

et 18 ouv., 6 ouv., 2 ouv. étant les nombres d'ouvriers correspondants,

on a, en effet, $\frac{3}{9}=\frac{6}{18}$, ou $\frac{9}{27}=\frac{2}{6}$, ou $\frac{3}{27}=\frac{2}{18}$.

Remarque. — Dans l'exemple précédent, si le nombre d'ouvriers devient 2, 3, 4,... fois plus grand ou plus petit, le nombre de jours devient 2, 3, 4,... fois plus petit ou plus grand.

231. — Lorsque *deux grandeurs* sont *inversement proportionnelles*, si l'**une** d'elles devient **2, 3, 4,... fois plus grande** ou **plus petite**, l'**autre** devient **2, 3, 4,... fois plus petite** ou **plus grande**.

Exemples de grandeurs inversement proportionnelles.

1° La *longueur*, le *poids* ou le *volume* d'une marchandise qu'on peut acheter avec une somme donnée sont inversement proportionnels à la *valeur de l'unité* de longueur, de poids ou de volume;

2° Le *temps* nécessaire pour vider un bassin est inversement proportionnel au *débit* du robinet par lequel s'écoule l'eau.

232. — Une **grandeur** A est **directement** ou **inversement proportionnelle à plusieurs autres** B, C, D,... lorsque l'*une quelconque* de ces grandeurs *venant à varier*, les autres restant constantes, *la grandeur* A est *directement ou inversement proportionnelle à celle qui varie.*

Ex. : 1° Le *volume* d'air d'une salle rectangulaire est proportionnel à la *longueur*, à la *largeur*, à la *hauteur* de la salle;

2° La *longueur* d'une barre de fer de volume donné est inversement proportionnelle à la *largeur* et à l'*épaisseur*.

Remarque. — Une même grandeur peut être *directement* proportionnelle à certaines grandeurs *et inversement* proportionnelle à d'autres.

Ex. : La longueur d'une pièce d'une étoffe donnée est *proportionnelle* au prix total, à la surface de l'étoffe et *inversement proportionnelle* au prix du mètre et à la largeur.

Exercices. — **1632.** — Les grandeurs suivantes :

1° L'impôt que paye un propriétaire et le revenu de sa propriété;
2° Le volume d'eau contenu dans un bassin et la largeur du bassin;
3° L'intérêt d'un capital et le taux du placement;
4° La durée d'un travail et le nombre des ouvriers employés;
5° Le poids d'un corps et la densité de ce corps;

sont-elles directement ou inversement proportionnelles? Ex. numériq.

1633. — Quand peut-on dire que deux grandeurs A et B sont proportionnelles? — Si un train parcourt une 1re fois 505 km. en 8 h. 25 min. et une 2e fois 302km,5 en 6 h. 3 min., peut-on dire que l'espace parcouru est proportionnel au temps employé? (*B. E. Lille.*)

1634. — Quand dit-on que deux grandeurs sont inversement proportionnelles? Si 4 ouvriers mettent 12 jours pour faire un ouvrage et que 6 ouvriers mettent 8 jours, le temps est-il proportionnel au nombre d'ouvriers?

***1635.** — Si deux grandeurs sont proportionnelles, le quotient de 2 valeurs correspondantes de ces grandeurs est constant. Exemples.

***1636.** — Lorsque deux grandeurs sont inversement proportionnelles, le produit de deux valeurs correspondantes de ces grandeurs est constant. Exemples.

***1637.** — Cinq ouvriers feraient un travail en 14 jours. L'entrepreneur le confie à un seul ouvrier auquel il donne 5 fr. par jour. Quelle somme recevra l'ouvrier? (*Lyc. et Coll.*)

Rapports. Proportions.

Exercices. — 1638. — Définir une proportion. Démontrer le théorème fondamental des proportions et sa réciproque. (*B. E. Rennes.*)

1639. — Prouver, sans les réduire au même dénominateur, l'égalité des rapports 17/43 et 1717/4343. (*B. E. Dijon.*)

1640. — En ajoutant à chaque numérateur d'une proportion le dénominateur correspondant, ou à chaque dénominateur le numérateur correspondant, on obtient une nouvelle proportion. (*B. E. Besançon.*)

***1641.** — Définir les quantités directement proportionnelles, inversement proportionnelles. Citer des exemples. — Si deux quantités sont inversement proportionnelles, est-il exact de dire que si l'une augmente de la moitié, du tiers, etc,... de sa valeur, l'autre diminuera de la moitié, du tiers, etc., de sa valeur? Rectifier l'énoncé. (*B. E. Seine.*)

***1642.** — On diminue de 5/10 chacun des termes des fractions 11/17 et 12/7. A-t-on changé la valeur de chacune de ces quantités? Donner l'explication du résultat. (*E. N. Aisne.*)

***1643.** — Le p. g. c. d. de deux nombres est 12; leur rapport est 56/72; quels sont ces nombres? (*E. N. Nord.*)

Problèmes. — 1644. — Un alliage d'or et de cuivre pèse 58 g. et renferme 53g,36 d'or pur. Calculer : 1° le rapport du poids de l'or au poids du cuivre; 2° le rapport du poids de l'or au poids total; 3° le rapport du poids du cuivre au poids total.

1645. — Le rapport de deux longueurs est 11/3; la 1re vaut 82cm,5; que vaut la 2e?

1646. — Les surfaces de deux terrains sont dans le rapport de 7 à 13; la 1re vaut 42a,21, calculer la surface totale de ces deux terrains.

1647. — Trouver deux nombres dont la somme soit 330 et le rapport 7/15.

1648. — Trouver deux nombres, sachant que leur rapport est 11/6 et que leur différence est égale à 87.

1649. — Quel est le rapport des aires de deux carrés dont les côtés sont respectivement 12 m. et 20 m.?

1650. — Deux cubes ont, l'un 8 m. et l'autre 12 m. d'arête; quel est le rapport des volumes de ces deux cubes?

1651. — Le rayon de la Lune est les 3/11 du rayon de la Terre, et le rayon du Soleil vaut 108 rayons terrestres; quel est le rapport des rayons de la Lune et du Soleil?

1652. — La somme de 2 nombres est 270; lorsqu'on les augmente chacun de 65, leur rapport devient égal à 3/5. Quels sont ces 2 nombres?

1653. — Une table a 1m,20 de long sur 0m,80 de large. On doit la recouvrir d'un tapis qui déborde tout autour de 0m,30. Quelle sera la surface de ce tapis? Quel rapport y aura-t-il entre la surface de ce tapis et la surface de la table? (*E. P. S.*)

1654. — La valeur d'un diamant est proportionnelle au carré de son poids. Sachant que 1 carat de diamant brut vaut 45 fr., quelle est la valeur d'un diamant brut du poids de 9g,2? (Le carat vaut 0g,2.)

1655. — Deux trains partent au même instant, l'un de Paris, l'autre de Lyon, et vont à la rencontre l'un de l'autre. Le 1er fait 8 km. à l'heure de plus que le 2e, et le point où se croisent les deux trains divise la distance de Paris à Lyon en deux parties qui sont dans le rapport de 6 à 5. Trouver les vitesses des deux trains. (*B. E. Dijon.*)

1656. — Trouver deux nombres, qui sont dans le rapport de 12 à 7 et tels que, si l'on ajoute 6 à l'un et 36 à l'autre, ils deviennent égaux.

1657. — Un corps qui tombe librement parcourt des espaces proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir et l'espace parcouru pendant la 1re seconde est de $4^m,9$. Quel est l'espace parcouru par un corps au bout de 7 secondes de chute?

1658. — Le rapport des aires de deux carrés est 25. Trouver le côté du plus petit, le côté du plus grand ayant 30 m.

1659. — Combien de secondes faut-il à une pierre tombant en chute libre pour atteindre le fond d'un puits de mine qui a $313^m,6$ de profondeur? On sait qu'un corps qui tombe librement parcourt $4^m,90$ dans la 1re seconde et que les espaces qu'il parcourt sont proportionnels aux carrés des temps employés à les parcourir. (*C. Compl.*)

***1660.** — L'eau est formée d'hydrogène et d'oxygène combinés dans le rapport de 1 g. d'hydrogène avec 8 g. d'oxygène. On demande : 1° quels sont les poids d'hydrogène et d'oxygène qui forment $8^{cl},1$ d'eau à 4°; 2° quels sont les volumes de cet hydrogène et de cet oxygène, sachant que le litre d'hydrogène pèse $0^g,089$ et le litre d'oxygène $1^g,432$; 3° quel est le rapport des volumes d'hydrogène et d'oxygène qui entrent dans la composition de l'eau. (*B. E. Caen.*)

***1661.** — Si l'on graduait le cadran d'une horloge en 10 h. de 100 min. chacune, 1° quel serait le rapport de la valeur de l'heure nouvelle à la valeur de l'heure ancienne? 2° Quelle heure indiquerait la nouvelle horloge si une ancienne indiquait 5 h. 32 min.? (*B. E. Lille.*)

***1662.** — Deux cyclistes partant à 8 h. du matin, l'un de Caen, l'autre du Mans, marchent à la rencontre l'un de l'autre; le 1er fait par heure 4 km. de plus que le 2e et le point où se croisent les deux cyclistes, à 11 h. 12 du matin, partage la distance de Caen au Mans en deux parties dont le rapport est égal à 6/5. Trouver : 1° les vitesses respectives des cyclistes; 2° la distance de Caen au Mans. (*E. N. Orne.*)

***1663.** — Lorsqu'on ne tient pas compte de la résistance de l'air, l'espace parcouru par un corps qui tombe est proportionnel au carré du temps écoulé depuis l'origine de la chute. Quel temps mettra à atteindre le sol un objet pesant, tombé d'un ballon parvenu à 9808 m. de hauteur, si, dans la 1re seconde de sa chute, il parcourt $4^m,904$? Quelle est sa vitesse au moment où il atteint le sol, en admettant que cette vitesse soit proportionnelle au temps, et, de plus, qu'au bout de la 1re seconde elle soit de $9^m,808$? (*B. E. Bordeaux.*)

***1664.** — Un père a 34 ans; son fils, 7 ans. On demande : 1° de prouver que le rapport de l'âge du fils à celui du père ira en croissant à partir de l'époque actuelle; 2° de déterminer le temps au bout duquel ce rapport deviendra 1/2. (*B. E. Lille.*)

***1665.** — Un joaillier casse par accident un diamant brut de 11 carats en deux fragments, l'un de 4 carats et l'autre de 7. Combien le joaillier perd-il par suite de cet accident? On sait d'ailleurs qu'un diamant brut de 1 carat vaut 48 fr. et que la valeur d'un diamant est proportionnelle au carré de son poids. (*E. N. Lyon.*)

***1666.** — Quel est le poids d'un diamant valant 1960 fr., si un diamant de 4 carats vaut 640 fr. et si le prix du diamant est proportionnel au carré de son poids?

***1667.** — En un même lieu, les durées des oscillations de deux pendules sont proportionnelles aux racines carrées des longueurs de ces pendules. Un pendule qui a $0^m,9939$ bat la seconde à Paris, calculer, à 1 oscillation près, le nombre d'oscillations que ferait en un jour, à Paris, un pendule qui aurait $0^m,5674$. (*B. E. Bordeaux.*)

Grandeurs proportionnelles : Supposition.

Problèmes. — 1668. — Un négociant achète une pièce de drap à raison de 10 fr. le mètre. Il en revend le quart à 13f,60 le mètre, 1/5 à 14 fr. le mètre et le reste à 12f,50 le mètre, et il retire de cette vente un bénéfice de 369 fr. Combien y avait-il de mètres dans la pièce de drap? (*B. E. Dijon.*)

Explication. — Si la longueur de la pièce devenait 2, 3, 4,... fois plus grande ou plus petite, le bénéfice deviendrait 2, 3, 4 fois plus grand ou plus petit, c'est-à-dire que la **longueur de la pièce est proportionnelle au bénéfice qu'on retire de sa vente.**

Supposons donc que la pièce de drap ait **20 m.** (20 étant le p. p. c. m. des dénominateurs 4 et 5). La **longueur de la pièce** contiendra **20 m.** *autant de fois que le bénéfice total* (369 fr.) *contient le bénéfice réalisé sur ces* 20 *m.*

Autre méthode. — La **longueur de la pièce** est le quotient du *bénéfice total* (369 fr.) par le *bénéfice moyen sur* 1 *m.* (ce qui revient à supposer une longueur de 1 m. au lieu de 20).

1669. — Une marchande achète des œufs à 6 fr. le cent. Elle en vend la moitié à 0f,09 l'un et le reste à raison de 3 pour 0f,25. De cette manière elle gagne 34f,40. Combien a-t-elle vendu d'œufs? (*C. Compl.*)

1670. — Un commerçant possède 3 pièces d'étoffe. La 1re contient 9 m. de plus que la 2e et 20 m. de plus que la 3e. Le prix du mètre est de 11 fr. pour la 1re, de 15 fr. pour la 2e et de 16 fr. pour la 3e. La valeur totale est de 1435 fr. Calculer la longueur de chaque pièce. (*E. P. S.*)

1671. — On a payé 480 fr. pour un certain nombre de mètres de velours et de satin. Le nombre de mètres de satin est double de celui du velours; sachant que le mètre de satin coûte 5 fr. et celui du velours 6 fr., combien a-t-on eu de mètres de chaque espèce? (*E. P. S.*)

1672. — On a acheté des œufs à 0f,75 la douzaine; on en revend 1/3 à 1 fr. la douzaine; 1/5 à 0f,90 et le reste à 0f,80. Le bénéfice réalisé est de 102f,50. Combien d'œufs avait-on achetés? (*E. P. S.*)

1673. — Une pièce de velours devait être vendue à 18 fr. le mètre. Par suite d'un accident, les 2/5 de la pièce ont dû être cédés à 12 fr. le mètre et le reste à 15 fr. Il en résulte une perte totale de 84 fr. Quelle était la longueur de cette pièce? (*C. Compl.*)

1674. — Un négociant a acheté un certain nombre de douzaines d'œufs à 1f,40 la douzaine. Il en vend d'abord la moitié à 1f,50 la douzaine, puis les 2/3 du reste à 1f,80 la douzaine et le reste final à 1f,90 la douzaine. Il réalise un bénéfice total de 8f,40. Combien avait-il acheté de douzaines d'œufs? Vérification. (*Lyc. et Coll.*)

1675. — Un marchand, ayant acheté des pommes à 0f,25 la douzaine, en revend 1/3, de qualité supérieure, à 0f,60 la douzaine, 1/5, de moyenne qualité, à 0f,45 la douzaine, et le reste, de qualité inférieure, à 0f,30 la douzaine. Sachant que le bénéfice total est de 810 fr., on demande le nombre de douzaines de pommes achetées. (*B. E. Lille.*)

1676. — Pour faire un payement de 64800 fr., on a donné des billets de 1000 fr., 500 fr. et 100 fr. Combien a-t-on employé de billets de chaque espèce, sachant que le nombre des billets de 500 fr. est les 6/7 du nombre des billets de 1000 fr. et les 3/4 du nombre des billets de 100 fr.? (*B. E. Seine.*)

1677. — Un marchand a acheté une pièce de drap à raison de 20 fr. le mètre. Il en a vendu la moitié à 24 fr., 1/6 à 20 fr., 1/4 à 27 fr. et le reste à 30 fr. le mètre. Il a ainsi gagné 165 fr. sur ce marché. Combien de mètres avait la pièce de drap? (*E. P. S.*)

1678. — On dépense dans une fabrique 22 800 fr. par semaine pour le salaire des ouvriers, qui sont divisés en trois catégories. Les ouvriers de la 1re reçoivent 30 fr. par semaine, ceux de la 2e, 35 fr., et ceux de la 3e, 40 fr. On compte 4 ouvriers du 1er groupe pour 12 du 2e et 4 du 2e pour 5 du 3e. Quel est le nombre d'ouvriers de chaque catégorie? (*B. E. Dijon.*)

1679. — Un marchand achète un lot de moutons à trois prix. Il a payé le tiers à raison de 21 fr. par tête; les 2/5 à raison de 19 fr. et le reste à raison de 15 fr. Il revend le tout pour la somme de 1 674 fr. et gagne ainsi 1/5 du prix d'achat. De combien de moutons se composait le lot? (*E. P. S.*)

***1680.** — Des ouvriers qui travaillent ensemble sont répartis en trois groupes dont le 1er comprend 5 ouvriers de plus que le 2e et 8 de plus que le 3e. Les ouvriers du 1er groupe sont payés à raison de 2f,25 par jour, ceux du 2e à 3f,25, ceux du 3e à 4f,25. La totalité des salaires s'élève à 144f,75 par jour. Combien y a-t-il d'ouvriers dans chaque groupe? (*E. N. Mayenne.*)

***1681.** — Une personne a acheté une propriété qui lui revient à 1 178f,25 l'hectare. Elle en revend les 7/12 à raison de 1 280 fr. et le reste à 1 125 fr. l'hectare. Elle gagne ainsi 1 672f,50 sur ses déboursés. Trouver l'étendue de la propriété et le prix qu'elle en a retiré par la vente en deux lots. (*Coll. Chaptal.*)

***1682.** — Un propriétaire achète des bœufs et des moutons et paye 17 400 fr. pour 160 têtes de bétail. Il y a 3 fois plus de moutons que de bœufs et 20 moutons coûtent le même prix que 3 bœufs. Quel est le prix d'un bœuf et celui d'un mouton? (*Lyc. et Coll.*)

***1683.** — Un agriculteur a acheté, à raison de 600 fr. l'hectare, une terre en mauvais état. Il y fait exécuter des améliorations qui lui coûtent 75 000 fr. Il revend alors le tiers de cette propriété à raison de 1 200 fr. l'hectare et les 2/3 à raison de 1 100 fr. Le bénéfice qu'il réalise est de 45 000 fr. Dire la contenance de cette terre. (*B. E. Clermont.*)

***1684.** — Un marchand de vin vend la moitié du vin qu'il a acheté avec un bénéfice de 0f,15 par litre; le quart, avec un bénéfice de 0f,10; le huitième, avec un bénéfice de 0f,05, et le reste, avec une perte de 0f,09 par litre. Il gagne ainsi 570 fr. Quelle quantité de vin a-t-il vendue? (*B. E. Montpellier.*)

***1685.** — Un négociant envoie à 125 km. par bateau des marchandises de 1re et de 2e classe. Le poids des marchandises de 1re classe est triple du poids des autres. Il a payé 213f,75 pour les frais de transport qui sont fixés, par tonne et par kilomètre, à 0f,025 pour la 1re classe et à 0f,02 pour la 2e. Quel était le poids des marchandises de chaque classe? (*B. E. Rennes.*)

***1686.** — On a fait les 2/3 d'un voyage en chemin de fer en payant 9 centimes 1/4 par kilomètre, et le dernier tiers en voiture au prix de 16 centimes par kilomètre. Le prix total du voyage a été de 10f,35. Quel est le nombre de kilomètres parcourus? (*B. E. Seine.*)

***1687.** — Le personnel occupé dans une usine comprend 35 ouvriers pour 4 contremaîtres, et 1 apprenti pour 3 ouvriers. Chaque contremaître reçoit 48 fr. par semaine, chaque ouvrier 30 fr. et chaque apprenti 9 fr. Le montant des salaires payés pour une semaine s'élevant à 28 287 fr., on demande le nombre des contremaîtres, celui des ouvriers et celui des apprentis. (*B. E. Seine.*)

RÈGLES DE TROIS

Règle de trois simple et directe.

Problème. — 9 m. de toile coûtent 21 fr., que coûtent 150 m. de la même toile?

Disposition des données. { 9 m. coûtent 21 fr.
150 m. ... x fr. (prix inconnu).

Solution. — **I. Méthode de réduction à l'unité.**

9 m. coûtent 21 fr.;

1 m. ... $\frac{21^f}{9}$;

150 m. ... $\frac{21^f \times 150}{9} = 350$ fr. *Rép.* **350 fr.**

II. Méthode des proportions.

La *longueur* et le *prix* de la toile sont *deux grandeurs directement proportionnelles;* on a donc la **proportion :**

$$\frac{9}{150} = \frac{21}{x}.$$

x est la **4e proportionnelle** à 9, 150 et 21.

$$x = \frac{21 \times 150}{9} = 350. \text{ (§ } \mathbf{225}\text{)} \quad \textit{Rép.} \ \mathbf{350\ fr.}$$

233. — Ce problème est appelé une **règle de trois,** parce qu'il peut se résoudre au moyen d'une *proportion* dans laquelle *trois termes sont connus.*

Cette **règle de trois** est **simple,** parce qu'elle ne s'applique qu'à *deux grandeurs;* **directe,** parce que ces deux grandeurs sont *directement proportionnelles.*

Lorsqu'on résout les règles de trois par la méthode de réduction à l'unité, il est souvent préférable de *conserver à la valeur de l'unité sa forme fractionnaire* et d'effectuer l'expression finale en *commençant par la multiplication.*

Dans l'exemple précédent, le prix du mètre étant $21^f : 9 = 2^f,33$, on obtiendrait, pour les 150 m., $2^f,33 \times 150 = 349^f,50$, au lieu du résultat exact 350 fr.

On peut parfois abréger les calculs en *simplifiant l'expression finale* avant de l'effectuer :

Ex. : $$\frac{21^f \times 150}{9} = 7^f \times 50 = 350 \text{ fr.}$$

Problèmes. — 1688. — L'huile contenue dans une barrique vaut 405 fr. Si l'on en retire 75 l., le reste ne vaut plus que 270 fr. Quelle est la contenance de la barrique? (*Lyc. et Coll.*)

1689. — Le thermomètre centigrade marque 0° dans la glace fondante et 100° dans l'eau bouillante. Le thermomètre Réaumur marque 0° dans la glace fondante et 80° dans l'eau bouillante. D'après cela, exprimez en degrés centigrades 35° Réaumur. (*E. P. S.*)

1690. — Avec 25 kg. de lait on fait 2 kg. de beurre. Combien a-t-il fallu de litres de lait pour obtenir 154kg,8 de beurre, si le litre de lait pèse 1kg,032 ? (*Lyc. et Coll.*)

1691. — Une ménagère brûle 20 s. de bois par an au prix de 18 fr. le stère. On demande quelle économie elle pourrait réaliser en substituant la houille au bois de chauffage, sachant : 1° que 800 kg. de bois ordinaire donnent la même quantité de chaleur que 300 kg. de houille ; 2° que le quintal métrique de houille coûte 5f,20 ; 3° que le stère de bois pèse 560 kg. (*E. N. Savoie.*)

1692. — Quelle quantité d'amidon pourra donner le blé récolté sur un terrain de 2 ha. 5 a., si 35 kg. de blé donnent 18kg,5 d'amidon, et si ce terrain produit, pour 1 000 m², 2 hl. de blé pesant 76 kg. l'hectolitre ? (*B. E. Caen.*)

1693. — Deux ouvrières doivent faire chacune 1 douz. 1/2 de chemises. La 1re fait 6 chemises en 5 jours ; la 2e en fait 8 en 9 jours. Combien de jours la 2e doit-elle travailler de plus que la 1re ? (*Lyc. et Coll.*)

1694. — La farine de blé absorbe pendant le pétrissage les 29/50 de son poids d'eau. Une partie de cette eau s'évapore pendant la cuisson ; de sorte que 29 kg. de pâte ne donnent que 25 kg. de pain. D'après cela, combien faut-il de farine pour faire 190 kg. de pain ? (*E. P. S.*)

1695. — On compte en France environ 5 980 500 ha. cultivés en froment ; 1 ha. produit 19hl,25 de blé pesant chacun 75kg,500. La population de la France est de 38 079 074 habitants dont chacun consomme en moyenne 0kg,480 de pain par jour. Sachant que pour 100 kg. de blé on a 104 kg. de pain, calculer si la France récolte assez de froment pour sa consommation. (*E. N. Ille-et-Vilaine.*)

1696. — Treize kilogrammes de café coûtent autant que 12 kg. de chocolat, et 30 kg. de chocolat ont la même valeur que 13 kg. de thé. Sachant que pour 74f,40 on a eu 8 kg. de café et 3 kg. de thé, trouver la somme à payer pour 16 kg. de chocolat. (*B. E. Seine.*)

1697. — Sept hectares neuf ares de vigne valent 15 ha. 83 a. de prairie, et 28 ha. de prairie valent 62 ha. 65 a. de bois. Quel est le prix de 1 ha. de bois, si un ha. de vigne vaut 5 300 fr.? (*B. E. Seine.*)

***1698.** — Une tonne d'eau de mer abandonne par évaporation 32 kg. de sel impur ou sel gris. D'un quintal métrique, on extrait 80 kg. de sel pur. On sait qu'un litre d'eau de mer pèse 1kg,025. On demande combien il faudrait faire évaporer de mètres cubes d'eau de mer pour obtenir 500 kg. de sel pur. (*B. E. Montpellier.*)

***1699.** — Une minoterie reçoit une commande de 20 000 q. de farine. Combien coûtera la provision de froment de cette commande si 312 hl. de froment donnent 157 q. de farine et si le froment coûte 28 fr. les 100 kg., l'hectolitre pesant 75 kg.? (*Ec. Milit. de Versailles.*)

***1700.** — On vend 25 m³ 5/6 de froment à 20f,10 l'hectolitre pesant 78 kg. On convient de réduire le prix proportionnellement au poids, si ce poids est moindre. On reçoit 5 000 fr. Quels sont le prix et le poids de l'hectolitre ? (*E. P. S.*)

***1701.** — Un boulanger emploie 69 kg. de pâte pour obtenir 60 kg. de pain. Pour faire 180 kg. de cette pâte, il a fallu 120 kg. de farine, et, pour faire 200 kg. de cette farine, il faut 266 kg. 2/3 de blé. Sachant que l'hectolitre de blé pèse 77 kg., on demande combien ce boulanger fabrique de kilogrammes de pain avec 2 hl. de blé. (*B. E. Poitiers.*)

Règle de trois simple et inverse.

Problème. — Quinze ouvriers ont fait un travail en 24 jours. Combien de temps 20 ouvriers, travaillant dans les mêmes conditions, mettraient-ils pour faire un ouvrage semblable?

Disposition des données. { 15 ouv. mettent 24 j.;
20 ouv. mettraient x j.

Solution. — **I. Méthode de réduction à l'unité :**

15 ouv. mettent 24 j.;
1 ouv. ... $24j \times 15$,
20 ouv. ... $\frac{24j \times 15}{20} = 6 \times 3 = 18$ j. *Rép.* **18 jours.**

II. Méthode des proportions.

Le *nombre des ouvriers* et le *temps nécessaire* pour faire un travail sont deux *grandeurs inversement proportionnelles;* on a donc la **proportion :**

$$\frac{15}{20} = \frac{x}{24};$$

et : $x = \frac{24 \times 15}{20} = 18.$ (§ **225**) *Rép.* **18 jours.**

234. — Ce problème est une **règle de trois simple et inverse.** Cette règle de trois est **inverse** parce que les *deux grandeurs* qu'elle contient — le nombre d'ouvriers et le temps — sont *inversement proportionnelles.*

Problèmes. — **1702.** — Vingt-quatre ouvriers ont fait un travail en 15 jours, combien faudra-t-il prendre d'ouvriers pour faire le même travail en 12 jours?

1703. — Pour vider un tonneau, il faudrait 300 bouteilles de 80 cl.; mais on n'a que des bouteilles contenant 96 cl., combien en remplira-t-on?

1704. — Pour faire une palissade, il faudrait employer 234 planches ayant chacune 40 cm. de large; si les planches dont on se sert n'ont que 33 cm., combien en faudra-t-il?

1705. — Des ouvriers ont mis un certain nombre de jours pour faire un ouvrage. Montrer que, si l'on n'employait que les 7/9 du nombre des ouvriers, le même ouvrage serait fait en un nombre de jours exprimé par les 9/7 du nombre précédent.

1706. — Deux ouvriers travaillent à un ouvrage qu'ils doivent finir en 14 jours, mais, après le 5e jour, on leur adjoint trois autres ouvriers. On demande au bout de combien de jours l'ouvrage sera terminé. (*E. P. S.*)

1707. — Une couturière emploie pour faire une robe 14 m. d'une étoffe ayant 3/4 de mètre de large. On demande combien il faudra de mètres d'une autre étoffe ayant 4/5 de m. de large pour habiller la même personne. (*E. P. S.*)

1708. — En travaillant 12 h. par jour, une équipe d'ouvriers a mis 15 jours pour faire un certain ouvrage. Combien ces ouvriers auraient-ils mis de jours pour faire le même ouvrage s'ils n'avaient travaillé que 10 h. par jour?

1709. — Un tas de terreau répandu sur un champ de $42^a,20$ y formerait une couche de $0^m,12$. Quelle sera l'épaisseur de la couche obtenue, si le terrain a $52^a,75$? (*C. Compl.*)

1710. — Pour tapisser une pièce, il faut 6 rouleaux 1/3 de papier, les rouleaux ayant 4/7 de m. de large. Combien faudrait-il de rouleaux s'ils n'avaient que 3/7 de m. de large? (*P. T. T.*)

1711. — On pourrait faire une robe avec $6^m,50$ d'étoffe de $1^m,20$ de largeur. L'étoffe dont on dispose n'a que 70 cm. de largeur et coûte $2^f,80$ le mètre. Le prix de la façon et des fournitures devant s'élever à 15 fr., quel sera le prix de la robe faite avec la 2e étoffe? (*B. E. Nancy.*)

1712. — Une garnison de 1 800 hommes a des vivres pour 230 jours; au bout de 52 jours, elle reçoit un renfort de 336 hommes. Combien de jours encore pourra-t-on nourrir toute la garnison? (*E. P. S.*)

1713. — Deux poulies sont actionnées par la même courroie de transmission. La 1re, qui a $0^m,50$ de diamètre, fait 100 tours à la minute; la 2e n'a que $0^m,24$ de diamètre, combien fera-t-elle de tours en 1 heure?

1714. — Quel diamètre faut-il donner à une poulie pour qu'elle fasse 150 tours à la minute, si une autre poulie de $0^m,60$ de diamètre commandée par la même courroie fait 80 tours à la minute?

1715. — Il y a dans une place forte 9 000 hommes qui ont encore des vivres pour 64 jours. La ville est sur le point de subir un siège qui peut durer 150 j. Combien doit-on faire sortir d'hommes pour qu'en diminuant la ration de 1/5, les vivres puissent être suffisants pour ce temps? (*B. E. Dijon.*)

1716. — Pour confectionner une robe, une couturière emploie de l'étoffe à $2^f,25$ le mètre et de la doublure à $0^f,80$ le mètre; la largeur de la doublure n'est que les 5/8 de celle de l'étoffe. La robe toute confectionnée revient à $40^f,25$. Sachant que la robe est entièrement doublée et que la façon et les menues fournitures sont évaluées à 12 fr., on demande le nombre de mètres d'étoffe et le nombre de mètres de doublure employés. (*B. E. Aix.*)

***1717.** — Lorsque la pression atmosphérique est égale à 764 mm. de mercure, quelle serait la hauteur du liquide : 1° dans un baromètre à eau; 2° dans un baromètre à alcool? La densité du mercure est 13,6 et celle de l'alcool 0,78.

***1718.** — Un cylindre de bois dont la densité est 0,6 a $0^m,21$ de hauteur; il se tient verticalement dans un liquide dont la densité est 1,5. On demande la hauteur de la partie immergée. (*E. P. S.*)

***1719.** — Un navire a des vivres pour 60 jours; il recueille 30 naufragés et il ne lui reste plus alors que 50 j. de vivres. Combien avait-il d'hommes d'abord?

***1720.** — Une compagnie d'ouvriers pouvait creuser en 18 jours une tranchée de 672 m. de long sur 10 m. de large; mais, 36 de ces ouvriers n'ayant pas travaillé pendant 10 j., la tranchée n'a été creusée qu'en 24 j. Dire combien il y avait d'hommes dans cette compagnie complète et quelle était la profondeur de la tranchée, un homme pouvant déblayer 8 m^3 par jour. (*B. E. Seine.*)

***1721.** — Deux cylindres de même diamètre ont aussi le même poids. Le 1er, qui est en fer (densité : 7,8), a 20 cm. de hauteur. Quelle est la hauteur du 2e, qui est en sapin (densité : 0,493)? (*E. P. S.*)

Règle de trois composée.

Problème. — En 12 jours, 18 ouvriers ont enlevé 1 200 m³ de terre. Combien faudra-t-il de jours à 24 ouvriers, travaillant dans les mêmes conditions que les premiers, pour enlever 1 600 m³ de terre?

Disposition des données. { 18 ouv. enlèvent 1 200 m³ de terre en 12 j.;
24 ouv. ... 1 600 m³ ... x j.

Solution. — **I. Méthode de réduction à l'unité.**

18 ouv. enlèvent 1 200m³ en 12 j.;
1 ouv. ... 1 200m³ .. 12j × 18;
24 ouv. ... 1 200m³ .. $\frac{12j \times 18}{24}$;
24 ouv. ... 1m³ .. $\frac{12j \times 18}{24 \times 1200}$;
24 ouv. ... 1 600m³ .. $\frac{12j \times 18 \times 1600}{1200 \times 24} = 3j \times 4 =$ 12 jours.

II. Méthode des proportions.

Faisons varier successivement chacune des grandeurs dont dépend l'inconnue en supposant les autres constantes, nous aurons alors à résoudre les **règles de trois simples** suivantes :

1° 18 ouv. enlèvent 1 200 m³ en 12 j.;
24 ouv. ... 1 200 m³ en x j.

Le **nombre de jours** est *inversement proportionnel au nombre des ouvriers* que l'on emploie.

Donc : $\frac{18}{24} = \frac{x}{12}$, et $x = 12 \times \frac{18}{24}$.

2° 24 ouv. enlèvent 1 200 m³ en $\left(12 \times \frac{18}{24}\right)$ j.;
24 ouv. ... 1 600 m³ en x j.

Le **nombre de jours** est *directement proportionnel au nombre des mètres cubes de terre à enlever.*

Donc $$\frac{1200}{1600} = \frac{\left(12 \times \frac{18}{24}\right)}{x};$$

et $$x = 12 \times \frac{18}{24} \times \frac{1600}{1200} = \frac{12 \times 18 \times 1600}{24 \times 1200} = \mathbf{12\ jours.}$$

Autre solution. — Le **nombre de jours demandé** est le quotient du *nombre de mètres cubes à enlever* (1 600) par le *nombre de m³ que les 24 ouvriers enlèvent en 1 jour.*

En 1 jour, 1 ouv. enlève : $\frac{1200^{m^3}}{12 \times 18}$; et 24 ouv.: $\frac{1200^{m^3} \times 24}{12 \times 18}$;

Rép. $1600 : \frac{1200 \times 24}{12 \times 18} = \frac{1600 \times 12 \times 18}{1200 \times 24} =$ **12 jours.**

235. — Le problème précédent est une **règle de trois composée,** parce qu'il renferme *trois espèces de grandeurs proportionnelles.*

Problèmes. — 1722. — Un entrepreneur peut faire un ouvrage en 90 jours avec 25 ouvriers travaillant 8 h. par jour. S'il veut que ce travail soit exécuté en 60 j., combien devra-t-il employer d'ouvriers travaillant 10 h. par jour? (*E. P. S.*)

1723. — Deux ouvriers travaillant ensemble ont gagné 352 fr.; le 1er, qui a travaillé 30 j. et 12 h. par jour, a reçu 132 fr. Combien le 2e a-t-il dû employer de journées de 10 h. pour gagner le reste?

1724. — Lorsque 5 ouvriers font en 7 jours, en travaillant 6 h. par jour, 79 m. d'ouvrage, combien 12 ouvriers travaillant pendant 8 j. et 9 h. par jour en feront-ils? (*P. T. T.*)

1725. — Il a fallu 7 jours 1/2 à 25 ouvriers travaillant 9 h. par jour pour creuser un fossé de 925 m³. Combien faudra-t-il de temps à 17 ouvriers travaillant 8 h. 1/2 par jour, pour creuser un fossé de 1450 m³? (*Ec. Milit. de Versailles.*)

1726. — On prend une barre de fer de 6 m. de long sur 0m,35 de large et 0m,27 d'épaisseur et on la fait passer dans un orifice qui a 0m,28 de large sur 0m,25 de haut; de quelle quantité la barre s'est-elle allongée? (*E. P. S.*) 2m,10

1727. — Un voyageur marchant en moyenne 8 h. 1/2 par jour a mis 25 j. pour faire 1105 km. S'il marchait 9 h. 3/4 par jour avec la même vitesse, combien emploierait-il de jours pour faire 659 km.?

1728. — Un fermier a 35800 kg. de foin pour nourrir 27 vaches pendant 168 jours d'hiver. Après 42 j., son bétail s'accroît de 3 autres vaches. Combien doit-il acheter de foin s'il ne veut pas diminuer la ration? (*C. Compl.*)

***1729.** — Six robinets coulant 10 h. par jour remplissent un bassin de 120 hl. en 3 jours. On construit un bassin d'une capacité 3 fois plus grande et on le fait remplir par 15 robinets fournissant le même volume d'eau que les premiers et qu'on fait couler 9 h. par jour. En combien de jours rempliront-ils le nouveau bassin? (*B. E. Clermont.*)

***1730.** — Un fabricant s'est engagé à livrer une commande dans un délai de 12 jours. A cet effet, il estime qu'il doit employer 3 ouvriers qui travaillent 10 h. par jour et reçoivent 4f,50. Après 6 j. de travail, le client demande que la fourniture soit livrée 2 j. plus tôt. Le fabricant met alors à ce travail un ouvrier de plus et propose de porter la journée à 5f,25, à la condition qu'elle sera prolongée de telle façon que la commande puisse être livrée dans les délais demandés. De combien faut-il prolonger la journée et quel est le prix de chaque heure de travail supplémentaire? (*E. N. Côte-d'Or.*)

***1731.** — Une troupe de 16 ouvriers, travaillant 10 h. par jour, a mis 27 j. pour paver 680 m. d'une rue. On double ce nombre d'ouvriers, on les fait travailler 12 h. par jour, et l'on demande en combien de jours sera achevé le pavage de la rue, sachant que la longueur totale de cette rue est de 1375 m. (*E. P. S.*) 22j 8h 58m

***1732.** — Enoncer la règle pratique à suivre pour exprimer la valeur de l'inconnue dans une règle de trois composée. (*B. E. Lille.*)

***1733.** — Vingt-cinq ouvriers ont fait en 18 jours, en travaillant 11 h. par jour, 72 m. d'un ouvrage dont la difficulté est exprimée par 3; combien 42 ouvriers mettront-ils de temps, en travaillant 10 h. par jour, pour faire 120 m. d'un ouvrage dont la difficulté est représentée par 5? (*B. E. Lille.*)

PARTAGES PROPORTIONNELS

Problème. — Trois ouvriers ont gagné 567 fr. en exécutant un travail. Le 1er a travaillé 32 jours, le 2e, 53 jours, et le 3e, 41 jours. Combien doit recevoir chaque ouvrier?

Solution. — **La somme que doit recevoir chaque ouvrier** est égale au produit du *prix d'une journée* par le *nombre de journées* qu'il a travaillé.

Prix d'une journée : $567^f : (32 + 53 + 41) = 567^f : 126 = 4^f,50$.
Rép. Le **1er ouvrier** recevra : $4^f,50 \times 32 = \mathbf{144\ fr.}$;
Le **2e ouvrier** ... : $4^f,50 \times 53 = \mathbf{238^f,50}$;
Le **3e ouvrier** ... : $4^f,50 \times 41 = \mathbf{184^f,50}$.

Remarque. — 1° Si le prix de la journée de travail n'avait pu être évalué exactement en décimales, on l'aurait conservé sous sa *forme fractionnaire* 567/126, ou encore on l'aurait calculé avec **5** ou **6** *décimales*.
2° Le salaire de chaque ouvrier étant proportionnel au temps pendant lequel il a travaillé, on a **partagé** 567 fr. en 3 **parties proportionnelles** à 32, 53 et 41.

236. — **Partager un nombre en parties proportionnelles à des nombres donnés,** c'est le *partager en autant de parties qu'il y a de nombres,* de telle sorte que les *rapports respectifs de ces parties aux nombres donnés* soient *égaux* entre eux.

Problème général. — Partager un nombre N en parties proportionnelles aux nombres m, n, p.

Solution. — Soient x, y et z les 3 parties cherchées.

On doit avoir : $x + y + z = N$; et $\frac{x}{m} = \frac{y}{n} = \frac{z}{p}$.

Mais : $\frac{x}{m} = \frac{y}{n} = \frac{z}{p} = \frac{x+y+z}{m+n+p} = \frac{N}{m+n+p}$. (§ **220**)

Donc : $x = \frac{N}{m+n+p} \times m$; $y = \frac{N}{m+n+p} \times n$; $z = \frac{N}{m+n+p} \times p$.

237. **Règle.** — On *divise le nombre* à partager par la *somme des nombres donnés.* **Chaque partie** est égale au *produit* du *quotient obtenu* par le *nombre donné correspondant.*

Problèmes. — **1734.** — Une pièce de terre est louée 640 fr. Deux héritiers se la partagent. L'un en a 74a,15 et l'autre 2ha 9a 68. Combien chacun d'eux recevra-t-il pour le fermage? (*E. P. S.*)

1735. — Quatre neveux se sont partagé l'héritage de leur oncle proportionnellement à l'âge de chacun d'eux. La somme des âges est 60 ans, les parts sont de 8000 fr., 12000 fr., 15000 fr. et 25000 fr. On demande l'âge de chacun des copartageants. (*B. E. Seine.*)

1736. — La somme de deux nombres est 50. Le 1er est au 2e comme 3 est à 7. Quels sont ces deux nombres? Vérifier. (*E. P. S.*)

1737. — Dans un tonneau dont la capacité est de 63 l., il y a 4 l. d'eau mélangés à 15 l. de vin. On remplit le tonneau de telle sorte que la proportion d'eau et de vin reste la même. Combien y a-t-il de litres d'eau et de litres de vin dans le tonneau plein? (*E. P. S.*)

1738. — Une prairie est partagée en trois lots proportionnels aux nombres 2, 4 et 5. Le 1er lot a une superficie de 84a,40. Trouver la superficie des deux autres lots et celle de la prairie. (*E. P. S.*)

1739. — Un propriétaire offre 48 fr. à deux fermiers pour défricher une propriété. L'un emploie un attelage de 5 bœufs, l'autre un attelage de chevaux. Ceux-ci font 5 sillons tandis que les bœufs en font 3. Ils ont mis ensemble 20 heures pour effectuer le travail. Cela posé, on demande : 1° quelle somme revient à chaque attelage; 2° le temps qu'emploierait chaque attelage pour faire le défrichement s'il travaillait seul. (*E. P. S.*)

1740. — Une somme d'argent doit être partagée entre deux personnes. Le total de ce qu'elles réclament dépasse de 4 090 fr. le montant de la somme. Le partage étant fait proportionnellement à leurs demandes, la 1re personne reçoit 20 250 fr. et la 2e 16 560 fr. Combien chacune réclame-t-elle? (*B. E. Seine.*)

1741. — Deux villages, l'un de 650 habitants, l'autre de 720 habitants, ont établi un chemin à frais communs. Les terrassements sont exécutés, il ne reste plus à faire que l'empierrement de la chaussée, large de 6m,25 et longue de 2500 m. L'épaisseur des cailloux doit être de 0m,15. Que devra payer chaque village pour l'empierrement, au prorata de sa population, si 1 m³ de cailloux coûte 9f,75? (*E. P. S.*)

***1742.** — Partager une longueur de 7456 m. en deux parties proportionnelles aux chemins parcourus par deux courriers qui, animés de la même vitesse, marchent, l'un pendant 3 h. 10 min. 7 sec., l'autre pendant 2 h. 56 min. 18 sec. (*B. E. Rennes.*)

***1743.** — La surface d'un jardin carré est de 72 a. On veut le partager en deux parties qui soient proportionnelles aux racines carrées des nombres 0,09 et 2,25. Quelles seront les deux parties? (*C. Compl.*)

***1744.** — Dans une administration où travaillent 4 personnes, la 1re a un traitement de 6000 fr. par an, la 2e de 4000 fr., la 3e de 2500 fr. Les traitements qui précèdent sont soumis à une retenue de 5 °/o. On emploie, en outre, un auxiliaire à 150 fr. par mois sans retenue. Partager une somme de 1641 fr. entre ces quatre personnes proportionnellement à leurs émoluments réels. (*B. E. Seine.*)

***1745.** — Une ouvrière a brodé une paire de rideaux en 12 jours en travaillant 10 heures par jour; une 2e ouvrière aurait fait ce même travail en 15 jours en travaillant 7 heures par jour, et une 3e l'aurait fait en 14 jours en travaillant 6 heures par jour. On emploie ensemble ces trois ouvrières à broder 6 paires de rideaux semblables. 1° Combien mettront-elles d'heures pour faire ce travail? 2° Quelle portion chacune en fera-t-elle? 3° Combien chacune recevra-t-elle, sachant qu'elles sont payées proportionnellement à leur travail et que la broderie des 6 paires est payée en tout 840 fr.? (*B. E. Seine.*)

***1746.** — Un héritage se compose de 2/7 en terres; 1/4 en une maison; 2/9 en mobilier, et le reste en 14 640 fr. d'argent. Cet héritage doit être partagé proportionnellement à l'âge de 3 enfants respectivement âgés de 2, 5 et 7 ans. Quelles sont les valeurs respectives des terres, de la maison et du mobilier? Quelle sera la part de chaque enfant à sa majorité si les parts sont placées à 3 1/2 °/o d'intérêt simple? (*B. E. Seine.*)

Partages proportionnels à des fractions.

Problèmes. — 1747. — Partager 1938 fr. proportionnellement aux nombres 1/4, 1/6, 1/9.

Explication. — Les *parts* cherchées sont *proportionnelles* à 1/4, 1/6, 1/9 ou, en réduisant ces fractions au même dénominateur, à 9/36, 6/36, 4/36.

Il faut donc **partager 1938 fr. proportionnellement aux numérateurs 9, 6 et 4.**

1748. — Partager 2590 en parties proportionnelles à 2/3 et 7/8.

1749. — Trois ouvriers ont reçu 287 fr. pour un travail qu'ils ont fait. Le 1er y a consacré 14 jours 1/2, le 2e 16 journées et le 3e 17 jours 1/3. Combien chacun a-t-il à recevoir? (*E. P. S.*)

64 poires
40 pêches
40 abricots

1750. — On a une corbeille contenant des poires, des pêches et des abricots, en tout 244 fruits. Le nombre des poires est les 8/5 de celui des pêches et celui des pêches les 2/7 de celui des abricots. Dire le nombre des différents fruits. (*E. P. S.*)

1751. — Un oncle laisse à ses trois neveux une succession de 960400 fr. Son testament porte que la part de l'aîné sera à celle du 2e comme 8 est à 5, celle du 2e à celle du plus jeune comme 6 est à 4. Quelle est la part de chacun? (*B. E. Bordeaux.*)

1752. — Une somme ayant été partagée entre trois personnes proportionnellement aux nombres 2 1/4, 7 2/5, 8 1/2, la 3e a pu acheter, avec sa part, 544 m. de toile à 1f,25 le mètre. Calculer la part de chacune et la somme totale. (*E. P. S.*)

30m = 4f,50
40m = 6f
48m = 7f,20

1753. — Trois ouvrières tisseuses travaillent ensemble à la fabrication d'une même étoffe de soie. Sachant que le travail d'une journée de la 1re ouvrière est les 3/4 de celui de la 2e et que celui-ci est les 5/6 de celui de la 3e, on demande : 1° le nombre de mètres tissés par chaque ouvrière, si elles ont fait ensemble 118 m. d'étoffe, 2° leur salaire journalier, le mètre étant payé 0f,15. (*B. E. Bordeaux.*)

1754. — Un ouvrier travaille de manière à faire un ouvrage en 3 journées 2/3 ; un autre travaille de manière à faire ce même ouvrage en 2 journées 3/4, et un 3e ferait l'ouvrage en 2 journées 1/3. L'ouvrage est payé 24f,60. On demande : 1° dans combien de temps l'ouvrage serait fait, les 3 ouvriers y travaillant ensemble ; 2° quelle est la somme qui reviendra à chaque ouvrier. (*B. E. Caen.*)

1 ***1755.** — Les salaires réunis de trois ouvriers se sont élevés à la somme de 471 fr. pour un certain travail. Le salaire du 2e ouvrier est égal aux 6/7 du salaire du 1er plus 6 fr. Le salaire du 3e ouvrier est égal aux 2/3 du salaire du 2e plus 36 fr. Quel est le salaire de chaque ouvrier? (*B. E. Seine.*)

***1756.** — Partager 9800 fr. entre trois personnes, de manière que la 2e ait le double de la 1re et 125 fr. de plus, et que la 3e ait les 3/5 de ce qu'auront les deux premières ensemble. (*B. E. Seine.*)

***1757.** — On a payé 1387f,20 pour le transport par chemin de fer, à une distance de 102 km., d'un certain nombre de bœufs, veaux et moutons. Les sommes versées pour les bœufs et les moutons sont : la 1re les 3/5 et la 2e les 2/3 de celle payée pour les veaux. — On demande combien il y avait de bœufs, de veaux et de moutons, sachant que l'on paye par kilomètre 10 centimes pour un bœuf, 4 centimes pour un veau et 2 centimes pour un mouton. (*B. E. Seine.*)

Partages inversement proportionnels.

238. — **Partager un nombre en parties inversement proportionnelles** à d'autres nombres, c'est le *partager en parties proportionnelles aux inverses* de ces autres nombres.

Ex. : Partager 240 en parties inversement proportionnelles aux nombres 3, 4 et 12.

Il faut partager 240 en parties proportionnelles à 1/3, 1/4 et 1/12 ou à 4/12, 3/12 et 1/12, ou enfin à 4, 3 et 1.

Remarque. — Si x, y, z sont inversement proportionnels à 3, 4 et 12, on a : $\frac{x}{\frac{1}{3}} = \frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{z}{\frac{1}{12}}$, ce qui peut s'écrire : $3x = 4y = 12z$.

Partager un nombre en parties inversement proportionnelles à d'autres nombres, c'est donc le *partager en parties* telles que leurs *produits respectifs par ces autres nombres* soient *égaux* entre eux.

Problèmes. — 1758. — On propose de partager entre trois héritiers une somme de 9400 fr. en raison inverse de leur âge. Le 1er a 30 ans, le 2e 40, le 3e 50. Quelle est la part de chacun ? (*E. N. Toulouse.*)

1759. — Partager 37843 fr. en parties inversement proportionnelles à 24, 15 et 16. (*B. E. Poitiers.*)

1760. — Un cultivateur échange du blé contre de l'avoine. L'hectolitre de blé vaut 18 fr., l'hectolitre d'avoine 12 fr. Le nombre des hectolitres de blé et d'avoine échangés est en tout de 170. Combien y en avait-il de chaque sorte ? (*E. P. S.*) 68 de blé 102 d'avoine

1761. — Trois pièces d'étoffe ayant ensemble 497m,70 sont d'une égale valeur totale ; mais le mètre de la 1re vaut 8f,40, le mètre de la 2e vaut 9 fr., le mètre de la 3e vaut 12 fr. Quelle est la longueur de chaque pièce ? (*B. E. Seine.*)

1762. — Un voyageur quitte Bordeaux pour se rendre dans une autre ville en prenant un train qui fait 70 km. à l'heure. Il revient dans un autre train qui fait 55 km. à l'heure. Le voyage, aller et retour, a duré 5 h. Dire la distance des deux villes. (*B. E. Bordeaux.*) 150 km

1763. — Quatre pièces de drap ont été achetées au même prix ; mais la 1re coûte 8 fr. le mètre, la 2e 9 fr., la 3e 10 fr. et la 4e 12 fr. La longueur totale de ces 4 pièces est de 75m,50. Trouver la longueur de chacune d'elles et le prix d'achat de l'ensemble des 4 pièces. (*E. P. S.*)

***1764.** — Une personne peut disposer de 2 heures 25 minutes pour faire une promenade. Elle part dans une voiture qui fait 12 km. à l'heure. A combien de kilomètres du point de départ cette personne doit-elle quitter la voiture pour qu'en revenant à pied, avec une vitesse de 6 km. à l'heure, elle soit de retour à l'heure indiquée ? (*E. P. S.*)

***1765.** — Un cycliste est allé, dans la matinée, de A à B, et est revenu par la même route. Parti à 6 h. 5 min., il était de retour à 11 h. 26 min. Sachant : 1° qu'à l'aller il a fait 18 km. à l'heure, mais qu'au retour sa vitesse n'a été que de 16 km. ; 2° qu'il s'est arrêté 1/4 d'heure à B, on demande la distance de A à B. (*B. E. Seine.*)

Partages composés.

Problèmes. — 1766. — Deux entrepreneurs de menuiserie ont entrepris la boiserie d'un appartement. Le 1er y a employé 3 ouvriers pendant 15 jours, le 2e 15 ouvriers pendant 10 jours. L'ouvrage complet ayant été payé 390 fr., quelle est la part qui revient à chaque entrepreneur? (*Ec. Nat. Prof.*)

Explication. — Les **parts qui reviennent aux 2 entrepreneurs** sont **proportionnelles aux nombres des journées de travail** fournies par les ouvriers de chacun d'eux.

On *partagera* donc 390 fr. en *parties proportionnelles* à **15×3** et **10×15.**

1767. — Une personne emploie 12 hommes gagnant 3f,40 par jour, 7 femmes à 1f,80, 5 enfants à 1f,10. Elle se propose de partager une gratification de 1200 fr. proportionnellement aux salaires journaliers. Quelle somme devra-t-elle donner à chacune des personnes qu'elle occupe? (*B. E. Seine.*)

1768. — Partager une gratification de 570 fr. entre 3 employés, en raison directe de leurs années de services et en raison inverse de leurs appointements. Le 1er a 18 ans de services et 2000 fr. d'appointements; le 2e a 15 ans de services et 1800 fr. d'appointements; le 3e a 12 ans de services et 1500 fr. d'appointements. (*B. E. Seine.*)

1769. — Trois voisins ont logé des troupes : le 1er, 6 hommes et 4 chevaux pendant 15 jours; le 2e, 8 hommes et 3 chevaux pendant 12 jours, et le 3e, 10 hommes pendant 9 jours. Ils reçoivent ensemble 180 fr. Faire la part de chacun, sachant que 2 chevaux comptent pour 1 homme. (*Lyc. et Coll.*)

1770. — Un atelier occupe 14 ouvrières et 6 apprenties payées. Le salaire d'une apprentie est les 3/7 de celui d'une ouvrière. Au bout d'un mois de 25 jours de travail, les ouvrières et les apprenties reçoivent ensemble 2030 fr. On demande le salaire journalier d'une ouvrière et celui d'une apprentie. (*B. E. Seine.*)

1771. — Dans une fabrique où l'on emploie des hommes, des femmes et des enfants, on a payé 132 fr. pour 25 journées d'homme, 21 de femme et 26 d'enfant. Les prix sont tels que 9 journées de femme coûtent autant que 16 journées d'enfant et 8 journées d'homme autant que 15 journées de femme. On demande quels sont les prix : 1° d'une journée d'homme; 2° d'une journée de femme; 3° d'une journée d'enfant. (*E. P. S.*)

***1772.** — Une équipe d'ouvriers a mis 31 jours pour faire un certain travail de terrassement. Diminuée de 1/6, cette équipe est chargée d'un travail analogue qu'elle fait en 24 jours. Les deux tâches sont payées ensemble 5555 fr. aux ouvriers qui ont pris part aux deux entreprises. On demande : 1° combien il est dû en tout; 2° combien il est dû aux ouvriers n'ayant pris part qu'à la 1re entreprise. (*B. E. Lille.*)

***1773.** — Deux locataires ont un même compteur à gaz. Le 1er possède 26 becs qui dépensent chacun 95 l. par heure et sont allumés 5 h. par soirée; le 2e possède 21 becs, qui dépensent chacun 120 l. par heure et sont allumés 8 h. par soirée. Au bout d'un certain temps, le compteur accuse une dépense de 736650 l. Combien de jours d'éclairage revient-il à chacun, sachant que le 1er s'est éclairé 7 jours de plus que l'autre? Combien chacun doit-il payer, sachant que le mètre cube de gaz revient à 0f,29? (*B. E. Lille.*)

*1774. — Un groupe de travailleurs composé de 18 hommes, 13 femmes et 20 enfants a gagné 3410 fr. Répartir cette somme entre les ouvriers de manière que la part d'une femme soit les 2/3 de celle d'un homme, et que la part d'un enfant soit les 3/4 de celle d'une femme. (*B. E. Bordeaux.*)

*1775. — Dans un ménage d'ouvriers le mari gagne 4f,50 par jour et la femme 2f,25. La femme fait 3 journées de travail quand le mari en fait 5. Le ménage économise au bout de l'année 390 fr. représentant les 2/9 de son salaire total. Calculer le nombre de journées de travail de la femme et du mari. (*B. E. Toulouse.*)

*1776. — On a employé successivement pour faire un certain ouvrage deux troupes d'ouvriers : la 1re en contenait 10 qui ont travaillé 20 jours 2/3 ; la 2e en contenait 17, qui ont travaillé 13 jours 3/5 pour achever l'ouvrage, lequel a coûté en tout 1735 fr. On demande ce que gagnait par jour un ouvrier de chaque troupe, sachant que chaque ouvrier de la 2e troupe gagnait 0f,45 de moins par jour qu'un ouvrier de la 1re. (*B. E. Seine.*)

*1777. — Un négociant achète du blé à 22f,20, du seigle à 13f,60 et de l'avoine à 17f,75 le quintal pour la somme totale de 3883 fr. La quantité de seigle achetée est les 15/13 de celle du blé et celle d'avoine les 16/15 de celle du seigle. Combien a-t-il acheté de quintaux de blé, de seigle et d'avoine? (*B. E. Seine.*)

*1778. — Trente hommes, 20 femmes et 15 enfants ont pris part à un repas commun. La dépense totale s'est élevée à 159f,75. Les prix convenus pour chaque homme, pour chaque femme et pour chaque enfant sont entre eux respectivement comme les nombres 7, 5, 3. Déterminez ces prix. (*B. E. Seine.*)

*1779. — Deux propriétaires ont fait construire un barrage moyennant 481 fr., qu'ils doivent payer en raison directe de l'étendue de leurs prés, et en raison inverse de la distance. Le pré du 1er, qui est éloigné de 20 m., contient 45 a.; le pré du 2e, éloigné de 72 m., a une surface de 60 a. Comment la dépense sera-t-elle répartie entre les deux propriétaires? (*B. E. Seine.*)

*1780. — Un entrepreneur emploie des ouvriers dans deux chantiers différents; dans l'un il occupe 42 ouvriers pendant 15 jours; dans l'autre 35 ouvriers pendant 12 jours. Le salaire journalier d'un ouvrier du 2e groupe est les 10/13 de celui d'un ouvrier du 1er. Quel est le salaire quotidien de chacun des ouvriers de chaque groupe, la somme totale payée par l'entrepreneur étant de 6195 fr.? (*B. E. Seine.*)

*1781. — Une personne laisse en mourant sa fortune à six parents, dont 3 au 4e degré, 2 au 5e degré et 1 au 6e, à la condition que le partage se fera en raison inverse des degrés de parenté. La somme à partager est de 395000 fr. On demande la part de chacun. (*Arts et Métiers.*)

*1782. — Un atelier occupe 35 ouvriers ou ouvrières partagés en équipes comprenant chacune 4 hommes, 2 femmes et 1 enfant. Chaque mois de 25 jours de travail, le maître de l'atelier paye pour les journées 4250 fr. Les valeurs de la journée de l'homme, de la femme et de l'enfant sont comme les nombres 3, 2 et 1. Quels sont les salaires journaliers d'un homme, d'une femme et d'un enfant? (*B. E. Montpellier.*)

*1783. — Trois ouvriers ont fait ensemble un certain ouvrage pour lequel on leur a donné 172f,25. Le 1er a travaillé pendant 7 journées de 9 h., le 2e pendant 5 journées de 10 h. et le 3e pendant 8 journées de 8 h. 1/2. D'un autre côté, le 1er fait en 3 h. autant de travail que le 3e en 4 h., et le 2e fait en 5 h. autant de travail que le 3e en 6 h. On demande quelles sont les parts du gain qui reviennent à chacun de ces ouvriers. (*B. E. Nancy.*)

Règles de société.

239. — Les **règles de société** ont pour but de *partager* entre des associés *les bénéfices* ou *les pertes* de leur entreprise.

Les *sommes versées* par les associés prennent le nom de **mises**.

240. — Si les *mises* sont placées pendant le **même temps**, le bénéfice doit être partagé *proportionnellement aux mises*.

Lorsque les **mises** sont placées pendant des **temps différents**, le bénéfice ou la perte doit être partagé *proportionnellement aux produits* obtenus en multipliant chaque *mise par le temps* pendant lequel elle a été placée.

Problèmes. — 1784. — Trois personnes achètent en commun un cheval : la 1re a mis 200 fr.; la 2e 260 fr.; la 3e 340 fr. Le cheval est revendu 1000 fr. Combien doit recevoir chaque personne ? (*E. P. S.*)

1785. — Trois personnes, adjudicataires d'une entreprise, n'ayant pas rempli les conditions de leur marché, le ministre a décidé que la moins-value, réglée à 8500 fr., serait retenue sur leur cautionnement s'élevant à 34000 fr. On demande quelle est la perte qui incombera à chaque associé, en admettant que ce cautionnement ait été constitué de la façon suivante : la 1re a mis 10000 fr.; la 2e a mis 11000 fr. et la 3e 13000 fr. (*Saint-Maixent.*)

1531f,01
797f,40
2251f,57
10209f(0)
4674f
5535f

1786. — Trois associés ont établi un fonds avec lequel ils ont gagné 4550 fr. Le 1er a mis 800 fr. pendant 2 ans 1/2; le 2e 500 fr. pendant 25 mois et le 3e 995 fr. pour 35 mois. On demande quelle somme chacun doit avoir sur le gain. (*B. E. Grenoble.*)

1787. — Deux associés ont fait une entreprise dans laquelle ils ont mis l'un 45000 fr. et l'autre 38000 fr. pendant le même temps. Le 1er a reçu 861 fr. de bénéfice de plus que l'autre. Quel a été le bénéfice total et la part de chaque associé ? (*E. P. S.*)

1788. — Trois associés ont fait une perte de 5900 fr. Le 1er avait engagé 3600 fr. pour 5 mois; le 2e, 6400 fr. pour 5 mois, et le 3e, 8500 fr. pour 8 mois. On demande quelle est la part de chacun dans la perte totale. (*E. P. S.*)

1789. — Deux associés ont une maison de commerce. Le 1er a apporté 25000 fr. et le 2e 40000 fr.; 4 mois après ils s'adjoignent un 3e associé qui verse une somme égale au total des deux premières mises. Au bout de l'année, on se partage les bénéfices s'élevant net à 23400 fr. Le 1er associé prélève tout d'abord en sa qualité de gérant de la maison de commerce 12 °/₀ des bénéfices réalisés. Déterminer la part de chacun. (*E. P. S.*)

1790. — Trois négociants associés ont gagné 18000 fr. dans une entreprise qui a duré 3 ans 1/2. Le 1er a mis 25000 fr. dès le commencement de l'entreprise : le 2e, 20000 fr. 5 mois après; enfin le 3e, 8 mois après le 2e, a mis 17500 fr. On demande le bénéfice de chaque associé. (*B. E. Clermont.*)

1791. — Trois personnes ont mis dans une certaine entreprise : la 1re 9000 fr. qu'elle y a laissés 4 ans ; la 2e, 15000 fr., qu'elle y a laissés pendant 3 ans ; la 3e, 21000 fr., qu'elle y a laissés pendant 2 ans. L'entreprise ayant rapporté un bénéfice total de 9840 fr., on demande de calculer : 1° la part de ce bénéfice qui revient à chaque associé ; 2° le bénéfice annuel pour cent. (*B. E. Seine.*)

1792. — Un commerçant commence une entreprise avec 18000 fr. ; 8 mois plus tard, il prend un associé qui apporte 15000 fr. ; 6 mois après, un autre associé augmente les fonds de 12000 fr. Au bout d'un an et demi après cette dernière association, la société se dissout. Sachant qu'elle a fait un bénéfice de 9000 fr., on demande de calculer combien il revient à chacun. (*B. E. Aix.*)

1793. — Un particulier commence avec 12000 fr. une affaire commerciale ; 7 mois plus tard, il y intéresse un capitaliste qui lui confie 9000 fr. Au bout de 3 ans, l'entreprise a rapporté 8000 fr. On demande la part de chaque associé, sachant que le particulier, qui conduit l'affaire, prélève une prime de 4 °/₀ sur le bénéfice. (*E. P. S.*)

***1794.** — Trois personnes ont mis chacune une certaine somme dans une entreprise. La mise de la 2e est les 4/5 de celle de la 1re ; celle de la 3e est les 5/6 de celle de la 2e. Sachant qu'elles ont fait un bénéfice de 3330 fr., calculer la part de ce bénéfice qui revient à chaque personne. (*B. E. Seine.*)

***1795.** — Deux personnes se sont associées pour une entreprise dans laquelle elles ont engagé : la 1re 45000 fr., et la 2e 32000 fr. Au bout de 9 mois, une 3e personne a mis 25000 fr. dans la même entreprise. Les travaux ayant duré 18 mois en tout et le bénéfice net ayant été de 14320 fr., on demande de calculer : 1° quelle a été la part de bénéfice de chacun des trois associés, sachant que le 1er d'entre eux prélève tout d'abord les 2/5 du gain net total pour rémunération de la direction des travaux ; 2° à quel taux a été placé l'argent mis dans l'entreprise. (*B. E. Lyon.*)

***1796.** — Trois négociants ont constitué, pour une entreprise, un fonds commun auquel ils ont versé : le 1er 12000 fr. ; le 2e 20000 fr. et le 3e 50000 fr. Ils ont décidé que chaque année 1/4 du bénéfice réalisé serait laissé au fonds commun et que le restant serait réparti entre les trois associés proportionnellement à leur mise de fonds, mais après prélèvement d'un tiers sur chaque part pour constituer un fonds spécial d'assurance. Le bénéfice de la 1re année a été de 8950 fr. Quelle est la somme reçue par chaque associé ? (*Saint-Maixent.*)

***1797.** — Trois personnes ont mis chacune une certaine somme dans une spéculation. La mise de la 2e est 0,75 de celle de la 1re ; celle de la 3e est 0,50 de celle de la 2e ; elles ont fait un bénéfice de 263f,50 qui représente 20 °/₀ du capital engagé. Trouver ce qui revient de ce bénéfice à chaque personne et le capital engagé. (*B. E. Seine.*)

***1798.** — Un commerçant A entreprend une affaire avec un capital de 15000 fr. ; au bout de 4 mois il s'associe avec un autre commerçant B qui fait un apport de 25000 fr ; 3 mois plus tard, A et B prennent un nouvel associé C, qui apporte un capital de 50000 fr. Sachant que ce dernier reprend 3 mois plus tard 25000 fr., et qu'au bout de l'année l'affaire donne un bénéfice de 50170 fr., calculer quelle est la part qui revient à chaque associé. (*B. E. Rennes.*)

***1799.** — Trois négociants associés dans une entreprise ont fait un bénéfice de 124615f,33. Trouver la part qui reviendra à chacun, sachant que leurs mises sont proportionnelles aux nombres 1, 2, 3 et que les temps pendant lesquels elles sont restées engagées sont entre eux comme les fractions 1/2, 2/3, 3/4. (*B. E. Paris.*)

Répartition : Impôts, Faillites.

241. — Dans chaque commune, la **répartition des impôts** (contribution foncière et mobilière) se fait entre les contribuables, *proportionnellemcnt à leurs revenus.*

On appelle **centime le franc** l'impôt à payer pour *un franc de revenu.*

Remarque. — Les **centimes additionnels** sont des *impôts supplémentaires* votés par un *Conseil général* ou un *Conseil municipal* pour faire face à des dépenses locales. Lorsqu'une commune vote 4 centimes additionnels, par exemple, cela signifie que les contributions de chaque contribuable augmentent de 4 centimes pour chaque *franc de contribution.*

242. — Lorsqu'un négociant est en faillite, c'est-à-dire lorsque le total de ses dettes — ou son *passif* — est supérieur à ce qu'il possède — ou son *actif,* — cet **actif est réparti** entre les créanciers, *proportionnellement aux sommes qui leur sont dues.*

La *part de l'actif* qui revient à une *créance d'un franc* s'appelle le **centime le franc.**

Problèmes. — **1800.** — Dans une commune, le revenu imposable des propriétés non bâties s'élève à 16964f,75. L'impôt à payer sur ce revenu s'élève à 4239f,25. Calculer : 1° le centime le franc avec 6 décimales ; 2° l'impôt dû par un habitant dont le revenu s'élève à 145f,30.

1801. — Sur l'avertissement délivré par le directeur des contributions directes pour l'acquit des contributions d'un propriétaire, on lit : centimes le franc de la contribution foncière : 1° Propriétés bâties, fr. 7 c. 677 ; 2° Propriétés non bâties, fr. 38 c. 381 ; 3° Contribution mobilière, 1 fr. 11 c. 216. Calculer le total des contributions directes payées par ce propriétaire, dont le revenu est de 225 fr. pour les propriétés bâties, de 310f,73 pour les propriétés non bâties. On sait : 1° que sa cote mobilière est calculée sur un loyer de 48 francs, 2° que sa cote personnelle s'élève à 1f,50, et 3° que les frais d'avertissement sont de 0f,05.

1802. — Quel est le montant des contributions foncières que payera un propriétaire possédant 20ha,30 de terres de 1re classe, d'un revenu de 75 fr. par hectare, et 82ha,70 de terres de 2e classe, d'un revenu moyen de 34 fr. par hectare, sachant que le centime le franc est de 0f,0235 dans la commune où se trouvent ces terres ? (*C. Compl.*)

**Revision.*

Exercices. — **1803.** — Qu'est-ce qu'une moyenne arithmétique ? Comment calcule-t-on la moyenne arithmétique de deux nombres ? — Qu'appelle-t-on moyenne géométrique ? Calculer la moyenne géométrique entre 9 et 4. (*B. E. oral, Paris.*)

1804. — Qu'appelle-t-on rapport, proportion, quatrième proportionnelle, moyenne proportionnelle ? Donner des exemples. — Enoncer

et démontrer le théorème fondamental relatif aux proportions. — Application à la recherche d'une 4e proportionnelle, d'une moyenne proportionnelle. (*B. E. Seine.*)

1805. — Qu'entend-on par partager 360 en parties proportionnelles à 2, 3 et 5? Résolution et démonstration. (*B. E. Alger.*)

1806. — Dire ce que l'on entend par rapport de deux grandeurs de même espèce et par proportion. — Démontrer la propriété suivante des proportions : Si l'on a deux rapports égaux, on forme un rapport égal aux précédents en divisant la somme des numérateurs par la somme des dénominateurs. On raisonnera sur l'exemple suivant

$$\frac{6}{15} = \frac{8}{20}.$$ (*B. E. Seine.*)

1807. — Démontrer que, dans une suite de rapports égaux, la somme des numérateurs est à la somme des dénominateurs comme un numérateur est à son dénominateur. *Application :* Décomposition du nombre 658 en parties proportionnelles à 2, 3, 9. (*E. N. Vaucluse.*)

1808. — Partager 182 fr. en parties proportionnelles aux fractions 3/5, 7/8, 4/9. Démonstration et règle pratique. (*E. P. S.*)

1809. — Qu'est-ce que partager le nombre 13699 proportionnellement aux nombres : 3 + 2/3, 8 + 5/6, 5 + 3/4, 3 + 11/12. Justifier les calculs à effectuer. (*B. E. Toulouse.*)

1810. — Qu'entend-on par quantités directement ou inversement proportionnelles à d'autres quantités? Partager 360 en parties inversement proportionnelles aux fractions 1/2, 2/3, 3/4. (*B. E. Besançon.*)

Problèmes. — 1811. — Après avoir effectué les 5/11 d'un ouvrage, une équipe d'ouvriers est réduite aux 2/3 de son nombre primitif, et met 15 j. pour terminer sa tâche. Combien de temps aurait-il fallu à tous les ouvriers travaillant ensemble pour faire l'ouvrage en entier? (*E. P. S.*)

1812. — On sait que 10 m. de drap coûtent autant que 15 m. de soie; que 6 m. de soie ont la même valeur que 8 m. de cachemire; que 12 m. de cachemire coûtent autant que 18 m. de mérinos, et enfin que pour avoir 1 m. de chacun de ces tissus il faut verser 30 fr. Quel est le prix du mètre de chaque étoffe? (*B. E. Lyon.*)

1813. — La récolte d'une prairie peut nourrir 18 bœufs pendant une année; mais cette récolte n'ayant été cette année que les 8/11 d'une année moyenne, on ne conserve que 15 bœufs. Pendant combien de temps pourra-t-on les nourrir? (*B. E. Bordeaux.*)

1814. — Deux ouvrières ont été employées à un même ouvrage. La 1re y a été occupée pendant 18 j., et en a fait les 2/5. La 2e, qui fait en 5 h. autant d'ouvrage que la 1re en 6 h., a achevé le travail. Elles ont reçu ensemble 202f,50. Pendant combien de jours la 2e a-t-elle travaillé, et combien chacune gagne-t-elle par jour? (*B. E. Seine.*)

1815. — Dans un atelier travaillent 20 ouvrières et 8 enfants. Le salaire d'un enfant est les 2/5 de celui d'une ouvrière. Au bout de 12 jours, les ouvrières et les enfants reçoivent ensemble 1 044 fr. Quel est le salaire journalier : 1° d'une ouvrière, 2° d'un enfant? (*B. E. Seine.*)

1816. — Une mère de famille veut faire confectionner pour ses trois filles des robes entièrement doublées. Pour l'aînée, elle emploie 6 m. d'étoffe à 5 fr. le mètre, pour la 2e, 4m,50 à 3 fr. le mètre, et pour la 3e, 3 m. à 2f,85 l'un. On demande le prix de revient de chaque robe, la confection non comprise, sachant : 1° que la doublure employée a 3/4 de m. de large et coûte 1f,25 le mètre, 2° que l'étoffe employée a 1 m. de large. (*B. E. Clermont.*)

1817. — Partager 3500 fr. entre trois personnes, de manière que la part de la 1re soit les 2/5 de la part de la 2e, et que celle-ci soit les 5/7 de la part de la 3e. (*B. E. Caen.*)

1818. — En 25 jours, 12 ouvriers ont fait les 3/5 d'un ouvrage. A ce moment, 3 ouvriers quittent le travail. Combien les autres mettront-ils de temps pour faire le reste? (*C. Compl.*)

1819. — Deux ouvriers travaillent ensemble et le 1er gagne, par journée, 1/6 de plus que l'autre. Ils ont reçu pour salaire total la somme de 330 fr. Dire la part revenant à chaque ouvrier, si le 1er a travaillé pendant 32 jours et le 2e pendant 36 jours. (*B. E. Dijon.*)

1820. — La roue de devant d'une voiture a $3^m,40$ de circonférence et la roue de derrière $4^m,60$. On demande quelle est la distance parcourue par cette voiture lorsque la petite roue a fait 4200 tours de plus que la grande. (*B. E. Seine.*)

1821. — Trois personnes, ayant à parcourir 65 km., s'entendent avec deux autres personnes, qui ont à se rendre à 23 km. sur la même route, pour louer une voiture à frais communs. On leur demande pour cette voiture $28^f,50$. Quelle part chaque personne devra-t-elle payer, en proportion des distances parcourues? (*B. E. Paris.*)

1822. — Douze ouvriers travaillent à un terrassement; ils doivent et peuvent terminer le travail en 17 j. Au bout de 11 j., 5 ouvriers quittent le chantier, et l'entrepreneur ne trouve à les remplacer que 4 j. après. Combien devra-t-il, à cette date, embaucher d'ouvriers capables du même travail pour que ce terrassement soit terminé dans le délai primitivement fixé? Quelle somme a-t-il déboursée en salaires, sachant que, pour la dernière journée, le salaire de ses ouvriers s'est élevé à 121 fr.? (*B. E. Toulouse.*)

1823. — Une personne achète 35 m. de drap de deux qualités : 20 m. de la 1re qualité et 15 m. de la 2e. Elle donne en tout au marchand 169 fr. Sachant que 2 m. de drap de la 1re qualité valent autant que 5 m. de drap de la 2e, on demande : 1° le prix du mètre du 1er drap; 2° le prix du mètre du 2e drap. (*B. E. Poitiers.*)

1824. — Vingt-quatre kilogrammes de sucre, 25 kg. de chocolat et $10^{kg},5$ de thé ont coûté ensemble $195^f,20$. On demande de trouver le prix du kilogramme de chacune de ces denrées, en admettant que $2^{kg},25$ de chocolat coûtent autant que 9 kg. de sucre et que 7 kg. de thé coûtent autant que 20 kg. de chocolat. (*B. E. Seine.*)

1825. — Deux ouvriers feraient un ouvrage, le 1er en 30 jours, le 2e en 45 jours. Le 1er y a travaillé d'abord seul pendant 12 jours, puis le 2e seul également pendant 12 jours. Ils terminent ensemble le travail pour lequel on leur paye 250 fr. Combien ont-ils mis de temps pour terminer ce travail? Combien chacun de ces ouvriers a-t-il reçu en tout, sachant qu'ils ont été payés proportionnellement à la quantité de travail qu'ils ont faite? Combien la journée de travail de chacun d'eux a-t-elle valu? (*C. Compl.*)

1826. — Pour payer ses ouvriers, un patron leur a distribué une somme de $907^f,70$ que 15 hommes, 18 femmes et 4 enfants se sont partagée entre eux. La part d'une femme, qui était les 6/13 de celle d'un homme, valait 12 fois la 5e partie de celle d'un enfant. Combien les hommes, les femmes et les enfants ont-ils eu chacun? (*B. E. Lyon.*)

1827. — Un boulanger a deux espèces de farine qui lui reviennent, l'une à $46^f,50$, l'autre à 44 fr. les 100 kg. Il mélange ces farines dans la proportion de 3 de la 1re à 2 de la 2e, et obtient 132 kg. de pain avec 100 kg. de farine. 1° Combien doit-il prendre de farine de chaque espèce pour cuire 330 kg. de pain? 2° Quel est le prix de revient du kilogramme de pain? (*B. E. Seine.*)

1828. — Une personne a acheté 3 pièces d'étoffe formant ensemble 166m,50, et l'on sait que si la 1re était diminuée de son tiers, la 2e de son cinquième, la 3e de ses 7/15, elles renfermeraient le même nombre de mètres. Trouver la longueur de chaque pièce. (*B. E. Seine.*)

1829. — Un entrepreneur fait creuser deux fossés d'égales dimensions. Il emploie de part et d'autre 20 ouvriers. Au bout de 60 jours, les ouvriers du 1er groupe n'ont fait que les 3/4 de leur travail, tandis que ceux du 2e groupe, plus habiles, ont terminé le leur. Combien l'entrepreneur doit-il alors joindre d'ouvriers du 2e groupe à ceux du 1er pour que le travail soit terminé au bout de 10 jours? Quel est le salaire journalier d'un ouvrier de chaque groupe si la somme totale de 9600 fr. est partagée entre eux proportionnellement au nombre de jours de travail et à l'habileté de chacun? (*B. E. Lyon.*)

1830. — Un oncle laisse à ses neveux une succession de 201 600 fr. Son testament porte que la part de l'aîné sera à celle du cadet comme 9 est à 7 et celle du cadet à celle du plus jeune comme 7 est à 5. Quelle sera la part de chacun? (*Crédit foncier.*)

1831. — Dans une famille le père gagne 6f,25 par jour et la mère 3f,15. Le nombre des jours de travail de la mère est les 5/9 de celui du père. Cette famille dépense 5f,21 par jour, et, de cette manière, elle économise en 1 an les 2/9 de son gain plus 2f,35. Déterminer le nombre de jours de travail du père et de la mère. (*B. E. Seine.*)

1832. — Neuf ouvriers s'engagent à faire un ouvrage en 16 jours. Après avoir travaillé pendant 6 journées de 10 h., ils ne sont qu'au tiers de l'ouvrage. Combien devront-ils travailler pendant les jours qui leur restent pour terminer dans le délai fixé? (*B. E. Alger.*)

1833. — Pour faire un certain travail, on a employé des hommes, des femmes et des enfants, savoir : 12 hommes pendant 15 jours; 8 femmes pendant 6 jours; 9 enfants pendant 4 jours. Ce travail a été payé 696 fr. Sachant que chaque enfant a reçu en tout les 4/9 de la somme reçue par chaque femme et que chaque femme a reçu en tout 1/5 de ce qu'a reçu chaque homme, calculer le prix de la journée : 1° d'un homme; 2° d'une femme; 3° d'un enfant. (*B. E. Dijon.*)

1834. — Un négociant achète du drap et du velours, en tout 255 m. Il a acheté 2 fois plus de drap que de velours. Le mètre de velours coûte 25 fr. et 5 m. de drap coûtent autant que 3 m. de velours. Combien le négociant avait-il déboursé? (*Surnum. de l'enregistrement.*)

1835. — Trois personnes se sont associées pour placer dans une entreprise une somme d'argent qui s'est augmentée du quart de sa valeur et est ainsi devenue 60500 fr. Trouver le bénéfice de chaque personne, sachant que la 1re personne avait déposé les 3/8 de la somme, la 2e les 2/5, et la 3e le reste. (*B. E. Seine.*)

1836. — Deux frères ont à se partager une succession composée d'un champ et d'une somme de 12500 fr. Le notaire fait 2 lots. L'un comprend une partie du champ pouvant être vendue comme emplacement à bâtir au prix de 4f,50 le mètre carré. L'autre comprend la somme de 12500 fr. plus le restant du champ estimé à 2300 fr. l'hectare et dont la superficie est 10 fois plus grande que le terrain propre à bâtir. Les deux frères ont ainsi des parts égales. On demande la contenance du champ. (*B. E. Poitiers.*)

1837. — Un train doit parcourir l'espace compris entre deux gares à la vitesse de 75 km. à l'heure. Aux 2/3 du chemin, un accident de machine oblige le train à un arrêt de 1/2 heure, et le reste du chemin est parcouru à une vitesse de 15 km. à l'heure. Le train arrive avec 2 heures 54 minutes de retard. Quelle est la distance de ces deux gares? (*B. E. Rennes.*)

1838. — Un négociant en cocons en a acheté une certaine quantité à un prix unique. Il en a revendu 1/3 au prix coûtant, 1/4 avec une perte de 0f,25 par kilogramme, et le reste avec un bénéfice de 1f,05 par kilogramme. A ce compte, il a gagné sur l'ensemble de l'opération, 382f,50 qui représentent un bénéfice de 9,375 °/₀ sur le prix d'achat. On demande : 1° combien il avait acheté de kilogrammes de cocons; 2° combien il avait payé le kilogramme. (*B. E. Aix.*)

1839. — Un certain travail peut être fait en 44 jours par 15 ouvriers travaillant 8 heures par jour. Après 10 j., 5 ouvriers cessent de travailler; les autres font alors 9 h. par jour. Au bout de combien de temps le travail sera-t-il terminé? Combien recevra chacun des 5 premiers ouvriers, puis chacun des 10 autres, s'ils ont reçu en tout 2112 fr.? (*E. N. Doubs.*)

1840. — Trois personnes, ayant acheté une maison, y font faire pour 50000 fr. de réparations, et la revendent ensuite avec un bénéfice de 12000 fr. On demande quelle avait été la mise de chacune au moment de l'achat de la maison, sachant que la 1re a reçu 96250 fr., la 2e les 21/10 de ce qu'a reçu la 1re, et la 3e autant que les deux premières réunies. (*B. E. Lille.*)

1841. — Trois entrepreneurs ont construit une maison qui leur a été payée 123650 fr. Le 1er avait avancé 42000 fr. pendant 8 mois, le 2e, 26000 fr. pendant 15 mois, le 3e, 31000 fr. pendant 4 mois. Quel est le bénéfice de chacun? (*B. E. Seine.*)

1842. — Une vigne et un jardin valent ensemble 1500 fr. La surface du jardin est les 3/5 de celle de la vigne et 9 a. de vigne valent autant que 12 a. de jardin. Calculer d'après cela la surface du jardin, sachant que le dam² de vigne vaut 15 fr. (*B. E. Alger.*)

1843. — On a dépensé 810 fr. pour l'achat de deux pièces de drap de longueurs et de qualités différentes. Les deux pièces mesurent ensemble 40 m. Quatre mètres de la 1re valent 3 m. de la 2e, et le prix de la 2e n'est que les 4/5 de celui de la 1re. On demande le prix et la longueur de chaque pièce. (*B. E. Grenoble.*)

1844. — Trois associés ont placé dans une entreprise, le 1er 8000 fr. pendant 10 mois; le 2e, 12000 fr. pendant 6 mois; le 3e, 5000 fr. pendant 13 mois. Le bénéfice s'est élevé à 17360 fr. On demande quel est le bénéfice de chaque associé, et à quel taux annuel s'est trouvé placé l'argent employé à cette entreprise. (*B. E. Seine.*)

1845. — Deux frères héritent d'une vigne et d'un champ dont les superficies sont entre elles comme 3 est à 4 1/4. La vigne est estimée 32 fr. l'are et le champ 25 fr. l'are. Celui qui prend le champ donne 92f,25 à celui qui a la vigne, et le partage est alors également fait. On demande la contenance de chaque parcelle. (*B. E. Dijon.*)

1846. — Dans une usine, on emploie des hommes, des femmes et des enfants. Sur un mois de 30 jours, les hommes ont droit à chômer 5 jours, les femmes 8, et les enfants 10; mais ce temps de chômage n'est point payé. Il y a 3 fois autant d'hommes que de femmes, et deux fois autant de femmes que d'enfants. La journée d'homme est payée 4f,50, de femme 2f,75, et d'enfant 1f,75. Dans un mois la paye totale s'élève à 6648 fr. Combien y a-t-il d'ouvriers en tout? (*B. E. Seine.*)

1847. — Un voyageur fait un certain trajet en chemin de fer, partie en 3e classe, partie en 2e classe et partie en 1re classe. Ces divers parcours sont proportionnels aux nombres 8, 5 et 4 et il a dépensé en tout 55f,13. On demande le parcours total effectué et les trajets partiels en 3e, 2e et 1re classes. Ce voyageur a payé, par kilomètre, 0f,065 en 3e classe, 0f,09 en 2e classe, et 0f,13 en 1re classe. (*B. E. Paris.*)

1848. — Un cycliste roule avec une vitesse constante pendant 3 h. 20 min.; puis il termine son trajet dans un train omnibus dont la vitesse est les 5/3 de la vitesse à bicyclette. Le voyage en train ayant duré 40 min. et la distance totale parcourue étant 80 km., quelle était la vitesse par heure du bicycliste? (*B. E. Lille.*)

1849. — Deux pièces de soie de même qualité ont des longueurs proportionnelles aux nombres 12 et 7; l'une d'elles a en longueur 60 m. de plus que l'autre. 1° Quelle est la longueur de chacune de ces pièces? 2° Quel est le prix de chacune, sachant qu'elles ont coûté en tout 448 fr., et que la largeur de la soie de la plus longue pièce est les 3/4 de la largeur de la plus courte? (*B. E. Poitiers.*)

1850. — Deux marchands se sont associés et ont mis 8 000 fr. dans un commerce qui leur a donné 1 500 fr. de bénéfice. L'opération terminée, le 1er marchand a retiré 5 700 fr., mise et bénéfice compris. On demande la mise de chacun et le bénéfice du 2e. (*B. E. Caen.*)

1851. — Deux associés ont fondé une maison de commerce. Le 1er a apporté 56 000 fr. et le 2e 75 000 fr. Six mois après, ils s'adjoignent un 3e associé, qui apporte 125 000 fr. Au bout de l'année, les trois associés ont à se partager un bénéfice net de 15 750 fr., sur lequel le 1er des associés, qui a géré l'entreprise, doit prélever 15 °/o. Combien revient-il à chacun? (*B. E. Clermont.*)

1852. — Dans une fabrique, on dépense 22 800 fr. par semaine pour le salaire des ouvriers. Ces ouvriers sont divisés en trois catégories; ceux de la 1re catégorie reçoivent 30 fr. par tête et par semaine, ceux de la 2e 35 fr. et ceux de la 3e 40 fr. On compte 4 ouvriers de la 1re catégorie pour 12 de la 2e et 4 de la 2e pour 5 de la 3e. Quel est le nombre des ouvriers de chaque catégorie? (*B. E. Seine.*)

1853. — Deux réservoirs contiennent ensemble 1 855 l.; leurs capacités sont dans le rapport de 2/7 à 5/9. Le 1er est rempli par un robinet qui verse 9 l. par minute; le 2e reçoit d'un 2e robinet 7 l. par minute. On ouvre le 2e robinet à midi et le 1er à midi 1/4. On demande : 1° à quelle heure chaque bassin sera rempli; 2° à quelle heure ils contiendront tous deux la même quantité d'eau. (*B. E. Lyon.*)

1854. — Un aspirant au brevet a obtenu un total de 43 points 1/2 pour les 4 épreuves d'orthographe, d'arithmétique, de composition française et d'écriture. La note de composition française est les 2/5 de celle d'orthographe; la note d'écriture est les 7/6 de celle d'arithmétique. On sait, en outre, qu'il a obtenu 1/2 point de plus pour l'orthographe que pour l'arithmétique. Quelles sont ses notes? (*B. E. Aix.*)

1855. — A 28 m. au-dessous du sol à Paris, la température est constante et égale à 11°,7; à 505 m. au-dessous du sol, la température est de 27°,33. En admettant que l'accroissement de température soit proportionnel à la quantité dont on s'enfonce au-dessous de la couche invariable, on demande à quelle profondeur la température sera de 100°. Chercher aussi quelle serait la température du centre de la Terre, le rayon moyen de la Terre étant 6 366 km. (*B. E. Seine.*)

1856. — Deux industriels s'étaient associés pour fonder une usine; le 1er avait apporté 144 000 fr. dans l'association et le 2e 120 000 fr. Quinze mois après, ils ont accepté un bailleur de fonds qui leur a apporté 72 000 fr., et, un an plus tard, ils ont accepté un 2e bailleur de fonds qui leur a versé 96 000 fr. Après 3 ans 9 mois d'existence à partir de la fondation, la société a réalisé 282 150 fr. de bénéfice net. Les deux fondateurs s'en partagent les 4/5, proportionnellement à leurs mises, et les bailleurs de fonds se partagent le reste proportionnellement à leurs mises et aux temps pendant lesquels ces mises sont restées dans la société. Calculer le bénéfice de chacun. (*B. E. Seine.*)

TANT POUR CENT

Prendre le tant pour cent.

Problèmes. — **1857.** — On fait assurer une maison estimée 20 200 fr. à raison de $0^f,25$ par 1 000 fr. et un mobilier évalué à 4 600 fr. à raison de $0^f,60$ pour 1 000. Combien doit-on pour la prime en y ajoutant 1/10 du montant pour les droits de l'Etat?

1858. — Un employé de commerce a un traitement fixe de 1 800 fr. par an. Il reçoit en outre 4/5 p. 100 sur la vente des marchandises qu'il place. Cette année, son chiffre d'affaires a été de 109 485 fr. Combien a-t-il gagné en moyenne par jour? (*E. P. S.*)

1859. — Le prix du voyage en chemin de fer sur le réseau de l'Etat est, pour la 3e classe, $0^f,043$ par kilomètre. Les réductions accordées aux billets d'aller et retour sont de 20 °/₀ de Saumur à Paris et de 30 °/₀ de Niort à Saumur. Un voyageur prend un billet d'aller et retour de Niort à Saumur (129 km.), un autre de Saumur à Paris (286 km.). Quel bénéfice ce voyageur a-t-il réalisé sur le prix de deux billets ordinaires de Niort à Paris et de Paris à Niort? (*E. P. S.*)

1860. — Quel est le prix du kilogramme d'acide phosphorique dans un phosphate naturel vendu $59^f,20$ les 1 000 kg. et dosant 16 °/₀ d'acide phosphorique? (*Ec. pratique d'agriculture.*)

1861. — Etablir la facture d'une épicière qui a fourni à un client les marchandises suivantes, avec un escompte de 2 °/₀ : $9^{kg},750$ de sucre à $0^f,80$ le kilogramme; 2^{kg} 2^{dag}, de beurre à $1^f,35$ le demi-kilogramme; $1^{kg},850$ de café à $2^f,45$ le demi-kilogramme; 3 paquets de bougies à $0^f,95$ le paquet. (*E. P. S.*)

1862. — Un fermier possède un troupeau de 15 vaches laitières produisant en moyenne $8^l,75$ de lait par jour. On sait que le lait rend en moyenne 15 °/₀ de son poids de crème, et que, de cette crème, on peut retirer environ 25 °/₀ de beurre. On demande : 1° quel serait le plus avantageux pour le fermier de vendre le lait en nature à $0^f,19$ le litre, ou de le transformer en beurre au prix de $1^f,15$ les 5 hg.; 2° à quelle somme s'élèverait le bénéfice en un mois de 30 jours. Le litre de lait pèse $1^{kg},034$. (*B. E. Dijon.*)

1863. — Faites la facture suivante : 15 m. de drap à $14^f,75$ le mètre; $6^m,25$ de velours à $21^f,50$ le mètre; 19 m. de taffetas à $6^f,25$ le mètre; $28^m,50$ de mérinos à 4 fr. le mètre; 1/2 douzaine de paires de bas à 25 fr. la douzaine; 5 paires de gants à 17 fr. la douzaine. L'acheteur paye comptant; on lui fait une remise de 5 °/₀; il donne un billet de 1 000 fr.; combien doit-on lui rendre?

1864. — Une couturière achète $157^m,25$ de soie à $6^f,75$ le mètre. Elle en fait 12 robes qu'elle veut vendre 170 fr. la pièce. Si elle évalue à 12 °/₀ son bénéfice sur la soie, à combien estime-t-elle la façon d'une robe? (*E. P. S.*)

1865. — Un cultivateur a fait assurer contre la grêle 4 pièces de blé pouvant donner ensemble une récolte de 18 hl. et une pièce d'avoine produisant 26 hl., enfin 12 a. de vignes donnant annuellement une récolte estimée 30 fr. l'are. L'hectolitre de blé valant 20 fr. et l'hectolitre d'avoine 15 fr., calculer le montant de la prime annuelle, sachant que celle-ci est de 1,50 °/₀ pour les céréales et de 8 °/₀ pour la vigne. Quelle somme le cultivateur recevra-t-il si le blé est grêlé aux 8/20 et la vigne à moitié? (*B. E. Seine.*)

1866. — Un propriétaire achète un terrain de 3 ha. pour 45 000 fr.; les frais d'acquisition s'élèvent à 12 °/₀ du prix d'achat, mais il vend les bois de la propriété qui lui rapportent 1/6 des frais d'acquisition; à quel prix revient l'are du terrain acheté? (*E. N. Meurthe-et-Moselle.*)

1867. — Pour faire une robe, on achète 12^{m},50 d'une étoffe qui a 0^{m},60 de largeur et qui coûte 4^{f},80 le mètre. On désire doubler entièrement cette robe avec une étoffe de 3/4 de mètre de large et dont le prix par mètre est les 3/8 du précédent. On demande : 1° le nombre de mètres de doublure; 2° le prix total des deux étoffes; 3° la réduction opérée sur la facture, si l'on paye comptant avec une remise de 2,25 °/₀. (*E. P. S.*)

1868. — Un vigneron possède 32 barriques de vin de chacune 220 l.; on lui offre de lui acheter ce vin à raison de 20^{f},50 l'hectolitre. S'il le distillait, il en retirerait 11 °/₀ d'alcool qu'il revendrait 245 fr. l'hectolitre. Les frais de distillation s'élèvent à 0^{f},25 par litre d'alcool. Dites quelle est la plus avantageuse de la vente directe du vin ou de la vente après la transformation en alcool, et de combien la plus avantageuse surpasse l'autre. (*E. P. S.*)

1869. — Un voyageur de commerce reçoit 1 800 fr. d'appointements par an et, en plus, 9^{f},50 par jour de tournée et 2 °/₀ sur le montant de ses affaires. Combien a-t-il reçu après 90 jours de voyage s'il a vendu pour 185 000 fr. de marchandises? (*B. E. Caen.*)

1870. — On sait que l'enregistrement prélève sur les baux fonciers : 1° un droit de 0^{f},20 °/₀ sur le total des loyers à payer pendant la durée du bail; 2° une taxe de 2 décimes 1/2 par franc sur le montant du droit ainsi calculé. Combien payera-t-on pour l'enregistrement du bail d'une prairie rectangulaire qui a 408 m. de périmètre et dont la longueur est égale aux 12/5 de la largeur, sachant qu'elle est louée pour 9 ans à raison de 110 fr. par hectare et par an? (*E. P. S.*)

1871. — Les frais nécessaires pour extraire le cuivre contenu dans un quintal de minerai s'élèvent à 5^{f},75. On a acheté, à raison de 18 fr. le quintal, une certaine quantité de minerai dont la teneur en cuivre est de 12 °/₀. Sachant que, par les opérations d'extraction, on perd les 2/100 du cuivre que contient le minerai, on demande à quel prix revient le quintal de cuivre. (*Ec. Nat. Prof.*)

***1872.** — Un marchand a vendu pour la somme de 958^{f},80 un lot de velours et un lot de soie. Il a réalisé dans cette vente un bénéfice total de 106^{f},80. On demande le prix de revient du velours et celui de la soie, sachant que le marchand a ainsi gagné 15 °/₀ sur le prix de revient du velours, et 10 °/₀ sur celui de la soie. (*B. E. Nancy.*)

***1873.** — Un négociant achète une pièce de drap pour 397 fr.; il en revend le quart en réalisant un bénéfice de 15 °/₀, puis les 2/3 du reste en faisant un bénéfice de 12 °/₀. Il revend enfin le reste pour 108^{f},25 en faisant un bénéfice de 1 fr. par mètre. Quelle était la contenance de la pièce et quel a été le bénéfice total du marchand? (*B. E. Toulouse.*)

***1874.** — Un marchand vend une partie de ses marchandises avec un bénéfice de 12 °/₀ et une autre partie avec un bénéfice de 15 °/₀. Au bout de l'année sa recette s'élève à 128 000 fr., sur lesquels son bénéfice est de 15 000 fr. On demande pour quelle somme il a vendu de chaque sorte de marchandise. (*B. E. Seine.*)

***1875.** — Un voyageur de commerce dont les appointements sont de 2 190 fr. par an, reçoit une indemnité de 12^{f},50 par jour de tournée et un bénéfice de 1^{f},50 °/₀ sur les commissions qu'il prend. Dans une tournée où le total des commissions s'est élevé à 28 000 fr., et où la dépense quotidienne a été de 19^{f},25, il a économisé 386^{f},25. Combien de jours cette tournée a-t-elle duré? (*B. E. Dijon.*)

Tant pour cent (*suite*).

Problèmes. — 1876. — Une balle de café vert pesant 18 kg. a été payée 61f,45. Le café brûlé a perdu 22 °/₀ de son poids. A quel prix faut-il vendre le kilogramme de café brûlé pour gagner 12 fr. sur cette opération ? (*E. P. S.*)

1877. — Un marchand achète du savon à 112f,50 les 100 kg. ; combien doit-il revendre le kilogramme pour réaliser un bénéfice de 19 °/₀ ? (*P. T. T.*)

1878. — En supposant que la luzerne perde, par la fenaison, 64 °/₀ de son poids primitif et 9 °/₀ du poids restant, par le séjour dans le grenier et les déchets ; quel argent retirera-t-on de la luzerne recueillie dans un champ de 15 a., sachant qu'en moyenne l'are produit 250 kg. de fourrage vert et que la botte de 5 kg. de fourrage sec vaut 0f,70 ?

1879. — Un négociant a acheté 15 pièces de toile de chacune 30 m., à raison de 2f,50 le mètre. Il veut faire, en revendant le tout, un bénéfice de 20 °/₀ sur le prix d'achat. Il vend d'abord 250 m. à raison de 2f,85 le mètre ; combien doit-il vendre le mètre du reste pour réaliser le bénéfice indiqué ? (*E. P. S.*)

1880. — Un libraire achète à un éditeur 78 volumes marqués 2f,50 avec 15 °/₀ de remise et 13 pour 12. Faire le compte de ce qu'il doit.

1881. — Une famille de 4 personnes, le père, la mère et 2 enfants de 3 à 7 ans, veulent aller de Nîmes à Lyon avec des billets de 2e classe. Sachant : 1° que la distance de Nîmes à Lyon est de 280 km. ; 2° que le père et la mère prennent des billets qui comportent une réduction de 25 °/₀ ; 3° que le prix du billet de 3e classe est de 0f,0493 pour 1 km., que celui du billet de 2e classe est de 50 °/₀ plus élevé et que les enfants payent demi-place, on demande les frais de voyage de cette famille (aller et retour). (*E. P. S.*)

1882. — Une lingère voudrait confectionner des chemises de calicot, les vendre 4f,50 la pièce et gagner 10 °/₀ sur le prix de vente. Chaque chemise exige 3m,10 de calicot et coûte 1f,25 de façon. A quel prix doit-elle acheter le mètre de calicot ? (*Lyc. et Coll.*)

1883. — Un entrepreneur s'est engagé à faire faire 785 m. de fossés pour drainage, au prix de 0f,90 le mètre, et à la condition que, s'il n'a pas terminé dans 5 jours, il ne lui sera payé que ce qui sera fait, avec un rabais de 15 °/₀. Pendant 5 jours, l'entrepreneur a employé 16 ouvriers qui ont fait chacun, en moyenne, 7 m. par jour. Combien est-il dû à l'entrepreneur ? Pour terminer le travail, le propriétaire emploie à son compte 12 ouvriers pendant 4 jours ; combien doit-il payer au plus chacun de ces ouvriers, par jour, pour ne pas perdre sur son 1er marché ? (*C. E. P. S.*)

1884. — On a acheté deux pièces de vin, l'une de 225 l. à 24 fr. l'hectolitre, l'autre de 108 l. à 0f,45 le litre. On revend la 1re avec un bénéfice de 8 °/₀ sur le prix d'achat. A quel prix doit-on vendre le litre de la seconde pour que le bénéfice total soit de 10 °/₀ sur le prix total d'achat ? (*B. E. Seine.*)

1885. — Pour faire de la marmelade de prune, un épicier a employé 150 kg. de fruits à 0f,35 le kilogramme ; le déchet résultant de la suppression des noyaux et des fruits gâtés est de 12 °/₀. Avant la cuisson, il ajoute à la partie restante la moitié de son poids de sucre ; l'évaporation amenée par la cuisson réduit le mélange de 25 °/₀. A combien revient le kilogramme de marmelade, si le quintal de sucre coûte 78f,50 ? (*B. E. Dijon.*)

***1886.** — Une marchande a acheté 340 m. de dentelle au prix de 2f,35 le mètre. Elle en vend 220 m. avec un bénéfice de 10 °/₀ sur le prix d'achat. Mais elle est obligée de céder le reste à perte. La vente terminée, elle a fait un bénéfice de 21f,70. On demande les deux prix de vente du mètre de la dentelle. (*B. E. Alger.*)

***1887.** — Un éditeur publie un livre; les frais d'impression et autres s'élèvent à 2000 fr. Il vend ce livre par douzaines en faisant d'abord la remise de 25 °/₀ sur le prix fort qui est de 4 fr. l'exemplaire, puis la remise du 13e. Dans ces conditions, il gagne 5200 fr. lorsque toute l'édition est écoulée. On demande à combien d'exemplaires l'ouvrage a été tiré. (*B. E. Seine.*)

***1888.** — Un négociant achète 2100 kg. de farine par sacs de 150 kg., à raison de 57f,60 le quintal métrique, sacs compris. Il paye comptant et on lui fait un escompte de 1f,50 °/₀. Il vend les sacs vides 1f,20 le sac. Combien devra-t-il revendre toute cette farine, toile non comprise, pour gagner 8 fr. par 100 kg.? (*B. E. Lille.*)

***1889.** — Une pièce de drap a été achetée 360 fr. On en a revendu les 3/10 avec un bénéfice de 0f,80 par mètre, et le reste avec un bénéfice de 15 °/₀ du prix d'achat. Sachant qu'on a retiré de la vente totale une somme de 408f,60, on demande la longueur de la pièce et le prix de vente du mètre dans l'un et l'autre cas. (*B. E. Seine.*)

***1890.** — Un marchand épicier a acheté au prix de 138 fr. une balle de café de 50 kg. La torréfaction de ce café lui coûte 0f,075 par kilogramme de café vert et en diminue le poids de 1/5. Combien doit-il vendre le kilogramme de café torréfié pour réaliser un bénéfice de 18 °/₀? (*B. E. Chambéry.*)

***1891.** — Un marchand de vin au détail achète, à un propriétaire, 14 pièces de vin de 210 l. à 19 fr. l'hectolitre. Les frais de port et autres se sont élevés à 130 fr. De plus, le marchand payant comptant, le propriétaire fait une remise de 3 °/₀. Quelle est la somme déboursée par le marchand? Le vin subit un déchet de 5 °/₀ et le marchand se propose de gagner 30 °/₀ de la somme déboursée. Combien doit-il revendre le litre? (*B. E. Montpellier.*)

***1892.** — Un négociant achète pour 785f,60 de café qu'il revend à 3f,83 le kilogramme, avec une perte de 4 1/4 °/₀. Le nouvel acheteur revend à son tour pour 200 fr. le quart de ce qu'il avait acheté, et le reste à raison de 3f,90 le kilogramme. 1° Combien le négociant a-t-il acheté primitivement de kilogrammes de café? 2° Quel est le bénéfice total du 2e vendeur? (*B. E. Aix.*)

***1893.** — Un libraire a acheté 325 volumes et a obtenu une remise de 38 °/₀ sur le prix fort qui est de 1f,20. Il les revend par douzaine en accordant un rabais de 15 °/₀ sur le prix fort et le 13e en plus. Quel est son bénéfice total, sachant que 13 volumes restent en magasin et ne seront pas vendus? (*B. E. Poitiers.*)

***1894.** — Un marchand a acheté 12 barils d'huile contenant chacun 110 l., à raison de 175 fr. les 100 kg.; il paye 4f,60 pour le transport de chaque baril. L'huile d'un baril se trouve gâtée et ne peut être vendue qu'à raison de 0f,90 le kilogramme. On demande combien le marchand doit vendre le kilogramme de l'huile qui reste pour gagner, tout compte fait, 10 °/₀ sur le prix total de revient. L'hectolitre d'huile pèse 92 kg. (*B. E. Toulouse.*)

***1895.** — Un négociant achète en fabrique deux pièces d'étoffe d'une longueur totale de 110 m., savoir : du drap à 10 fr. le mètre et de la toile à 1f,25. Comme il paye comptant, on lui fait une remise de 4 °/₀ sur le drap et de 5 °/₀ sur la toile. Le montant de sa facture s'élève ainsi à 551f,25. Quelle est la longueur de chaque pièce? (*E. P. S.*)

Taux du tant pour cent.

Remarque. — Le **bénéfice** — ou la **perte** — est un *tant pour cent de la somme totale déboursée* par le commerçant pour se procurer une marchandise. Il ne doit être **calculé sur le prix de vente** que si l'**énoncé le dit expressément.**

Problèmes. — 1896. — Sur quatre notes, l'une de 24f,15, l'autre de 75f,60, la 3e de 140f,80 et la 4e de 185f,95, mon fournisseur m'a abandonné les centimes. A combien °/₀ s'élève la remise qui m'a été faite sur le tout?

1897. — Un marchand vend 60 fr. ce qui lui coûte 52 fr. Un autre vend 52 fr. ce qui lui coûte 45 fr. Quel est celui qui gagne proportionnellement le plus, et combien de plus °/₀? (*E. P. S.*)

1898. — Un commerçant vend 100 fr. ce qui lui coûte 87f,96. Il donne à son courtier 5 °/₀ sur la vente. On demande combien lui-même gagne °/₀. (*E. P. S.*)

1899. — Pour faire une chemise d'enfant, il faut 1m,90 de toile, et la façon revient à 1f,25. Un marchand doit faire confectionner 12 douzaines de chemises avec de la toile à 1f,55 le mètre. S'il les revend 60 fr. la douzaine, combien aura-t-il gagné °/₀? (*B. E. Nancy.*)

1900. — Un papetier achète 65 rames de papier à 0f,65 la main pour en faire des cahiers de 5 feuilles qu'il vendrait 0f.20 la pièce. Quels seront son gain total et son gain °/₀? On sait que la rame contient 20 mains et la main 25 feuilles; on sait, de plus, que chaque cahier est pourvu d'une couverture coûtant 0f,015. (*E. P. S.*)

1901. — Un horloger a acheté 28 montres et 5 pendules pour 960 fr. Il revend toutes les montres pour 1 260 fr. et les pendules pour 393 fr. Sachant qu'il fait le même bénéfice sur une montre que sur une pendule, dites combien °/₀ il gagne sur le prix d'achat d'une montre et sur celui d'une pendule. (*B. E. Seine.*)

1902. — Un entrepreneur fait un ouvrage pour lequel il recevra 72285 fr. Il emploie 35 ouvriers dont 18 à 2f,25; 10 à 4f,50 et le reste à 6f,50 par jour. Sachant que cet entrepreneur a déboursé 37850 fr. pour l'achat des matériaux, on demande quel sera son bénéfice °/₀, si, comme on le suppose, l'ouvrage est terminé en 145 jours. (*C. Compl.*)

1903. — On vend d'abord le quart d'une pièce de drap, puis la moitié du reste, en faisant sur l'une et l'autre de ces ventes une perte de 3 °/₀ sur le prix d'achat. Quel bénéfice °/₀ devra-t-on faire en vendant le dernier reste pour qu'en définitive le gain sur cette dernière vente compense la perte faite sur les deux autres? (*B. E. Bordeaux.*)

1904. — Un négociant achète du drap qu'il compte revendre 12f,50 le mètre. Il réaliserait ainsi un bénéfice de 414 fr. sur son acquisition. Mais il ne revend son drap que 9f,75 le mètre et perd 92 fr. sur le tout. Combien a-t-il acheté de mètres de drap et combien a-t-il perdu pour 100 fr. sur son marché? (*B. E. Dijon.*)

1905. — On a acheté 150 hl. de blé à 20 fr. l'hectolitre pesant 80 kg. On revend : 1° 1/4 de cette quantité de blé au prix coûtant; 2° les 2/3 du reste avec un bénéfice de 5 °/₀; 3° le dernier reste au prix total de 900 fr. Calculer : 1° le prix du quintal métrique de blé dans la 3e vente; 2° le produit de la vente totale du blé; 3° la valeur °/₀ du bénéfice réalisé sur le prix d'achat. (*E. P. S.*)

1906. — Un particulier achète un champ rectangulaire de 150 m. de long sur 30 m. de large. Il en revend les 13/15 à raison de 21 fr.

l'are, et reçoit pour cette 1re vente la somme qu'il a payée pour le tout. Le reste est revendu à raison de 2000 fr. l'hectare. Dire : 1° le bénéfice total ; 2° le bénéfice °/₀. (*B. E. Besançon.*)

1907. — Un négociant achète 8 pièces de drap de 60 m. chacune à raison de 9f,50 le mètre. Il veut faire, en les revendant, un bénéfice de 15 °/₀ sur le prix d'achat. Il a déjà vendu 220 m. à raison de 11 fr. le mètre. On demande combien il doit vendre le mètre de ce qui reste pour réaliser le bénéfice total de 15 °/₀. Combien gagnera-t-il °/₀ sur le prix de vente ? (*B. E. Paris.*)

1908. — Un négociant a acheté 560 m. de drap à 12 fr. le mètre ; 20 m. de ce drap ont été avariés et ne peuvent pas être vendus. Il revend le quart du reste à 13 fr. le mètre ; la moitié du nouveau reste à 10 fr., et le dernier reste à 11f,50 le mètre. Combien a-t-il gagné ou perdu °/₀ sur le prix d'achat ? (*E. P. S.*)

***1909.** — Un marchand a acheté 475 m. d'une étoffe au prix de 10f,50 le mètre, il en a revendu d'abord 1/3 au prix de 12f,60 le mètre, puis 1/5 au prix de 14 fr. S'il désire gagner 25 °/₀ sur le prix total d'achat, on demande combien il devra revendre le mètre de ce qui lui reste. Combien °/₀ a-t-il gagné : 1° sur le prix d'achat ; 2° sur le prix de vente dans chacune des trois ventes partielles ? (*E. N. Seine.*)

***1910.** — Un journal quotidien à 0f,10 se tire à 23000 exemplaires. Il a 1500 abonnés de province et 2400 abonnés de Paris. Le reste du tirage est cédé aux marchands avec une remise de 30 °/₀. Les frais de rédaction s'élèvent à 52000 fr. par an ; les frais d'impression, de papier, etc., à 514000 fr. Le prix d'abonnement pour Paris est de 40 fr. et pour la province de 48 fr. Les annonces produisent annuellement 19500 fr. Etablissez les résultats de l'exploitation de ce journal et le bénéfice °/₀ qu'elle procure. (*C. Compl.*)

***1911.** — Un marchand, ayant acheté un lot de marchandises pour 3540 fr., en vend le tiers avec une perte de 4 °/₀. De combien °/₀ doit-il élever son prix de vente pour qu'après avoir vendu le reste, il ait finalement un gain de 4 °/₀ sur la totalité de son affaire ? (*B. E. Seine.*)

***1912.** — Un libraire achète 5 douzaines de livres dont le prix fort est de 3f,50 par exemplaire. On lui donne 13 exemplaires pour le prix de 12 et on lui fait en outre une remise de 25 °/₀ sur le prix fort. Calculer : 1° le montant net de son achat ; 2° le bénéfice °/₀ qu'il fera sur son prix de revient, sachant qu'il accorde à ses clients une remise de 10 °/₀ sur le prix fort de chacun des exemplaires, et qu'il en cède trois gratuitement. (*B. E. Lille.*)

***1913.** — Un négociant a acheté 25 barils d'huile d'olive contenant chacun 113 l., au prix de 220 fr. les 100 kg. Il revend cette huile 2f,50 le kilogramme. Quels sont : 1° son bénéfice total ; 2° son bénéfice °/₀ sur le prix d'achat, sachant que l'hectolitre d'huile pèse 91kg,5 et qu'il y a un déchet non vendable de 2l,35 par 100 kg. ? (*B. E. Montpellier.*)

***1914.** — L'acquéreur d'une propriété s'est acquitté en trois fois. La 1re fois, il a payé le tiers du prix d'acquisition, plus les frais qui se sont élevés à 752f,25. La 2e fois, il a payé les 3/5 du reste moins 50 fr. Le 3e payement a été de 1750 fr. Quel est le prix d'acquisition, et à combien °/₀ du prix d'achat les frais se sont-ils élevés ? (*B. E. Seine.*)

***1915.** — Un libraire s'engage à livrer, avec un rabais de 17 °/₀, une fourniture de livres dont le montant brut s'élève à 6548 fr. Les éditeurs lui font une remise de 24 °/₀ sur le prix fort, et, en outre, lui donnent 13 volumes pour le prix de 12 ; mais il doit se charger du port et du brochage pour lesquels la dépense s'élève à 2,25 °/₀ du prix d'achat net. Combien le libraire gagne-t-il °/₀ dans cette opération ? (*E. N. Jura.*)

Quantité soumise au pourcentage.

I. Problèmes. — 1916. — En payant comptant une facture, on a obtenu 9f,75 d'escompte à 3 °/₀. Quel était le montant de cette facture?

Explication. — L'escompte (9f,75) est les **3/100** du montant de la facture. Le **montant de la facture** est donc les **100/3** de l'*escompte*.

1917. — Un marchand de vin, ayant acheté 6 pièces de vin de 228 l. chacune, a vendu le vin avec un bénéfice de 20 °/₀ sur le prix d'achat, ce qui a fait un bénéfice total de 123f,12. Quel a été le prix d'achat et le prix de vente par litre?

1918. — Une dissolution de carbonate de potassium contient 14 °/₀ de son poids de sel et pèse 228 kg. On veut qu'elle ne renferme plus que 9 °/₀ de son poids de sel. Combien de litres d'eau faut-il y ajouter? (*E. P. S.*)

1919. — Un voyageur de commerce en tournée reçoit de la maison qu'il représente 12f,50 par jour comme traitement fixe et 3 °/₀ sur le chiffre des commissions qu'il prend. Il dépense en moyenne 16f,25 par jour. A la fin de sa tournée, qui a duré 60 jours, il a économisé 561 fr. On demande à quelle somme se sont élevées les commissions qu'il a prises. (*E. P. S.*)

1920. — On demande quel est le poids de blé en gerbes dont la paille contiendrait 116kg,424 de silice, sachant: 1° que la paille donne les 0,07 de son poids de cendres, 2° que ces cendres contiennent 66 °/₀ de leur poids de silice, et 3° que le poids du grain est les 4/9 de celui de la paille. (*B. E. Seine.*)

1921. — Un négociant a acheté 600 m. de drap et 800 m. de toile pour 7600 fr. Il vend le drap en faisant un bénéfice de 20 °/₀ sur le prix d'achat de ce drap, et cette vente lui donne un gain de 1200 fr. On demande de calculer à quel prix il a acheté: 1° le mètre de drap et 2° le mètre de toile. (*B. E. Caen.*)

1922. — Un marchand a acheté 900 hl. de blé. Il en revend 370 avec un bénéfice de 8 °/₀ et les 530 autres avec un bénéfice de 12 °/₀. S'il avait revendu les 900 hl. avec un bénéfice uniforme de 10 °/₀, il aurait gagné 70f,40 de moins. A quel prix avait-il acheté l'hectolitre de blé? (*B. E. Rennes.*)

1923. — Un minerai contient 19 °/₀ de son poids de plomb; on traite ce minerai dans une usine et l'on perd dans l'opération 14 °/₀ de tout le poids de plomb que le minerai renferme. On demande de calculer à 1 kg. près quel poids de minerai il faudra prendre si l'on veut obtenir pour 20000 fr. de plomb, sachant que les 100 kg. de plomb valent 55 fr. (*B. E. Clermont.*)

1924. — Une personne achète une pièce d'étoffe à 6f,30 le mètre. Elle en revend les 5/7 avec un bénéfice de 15 °/₀ et le reste avec une perte de 2 °/₀ sur le prix d'achat. Le total de ces deux ventes lui procure néanmoins un bénéfice de 63f,90. Combien avait-elle acheté cette pièce? Combien a-t-elle revendu le tout? Quelle était la longueur de la pièce? (*B. E. Seine.*)

1925. — Un libraire a vendu 328 exemplaires d'un ouvrage, la moitié au prix du catalogue, l'autre moitié avec une remise de 10 °/₀ sur ce prix. Il avait obtenu lui-même de l'éditeur une remise de 25 °/₀ sur la totalité de la livraison. Il a gagné ainsi 98f,40. Quel est le prix porté au catalogue? (*B. E. Poitiers.*)

1926. — Un testateur a légué les 2/5 de sa fortune à une personne, 1/4 à une autre, et le surplus à une 3e. Sachant que le 3e légataire a payé, pour droit de mutation par décès, au taux de 11,25 °/₀, une somme de 10395 fr., faire connaître : 1° la valeur de la succession; 2° la part revenant à chaque légataire. (*Enregistrement et Timbre.*)

***1927.** — Un marchand a acheté une certaine quantité de froment; il en a vendu 1/5 avec 10 °/₀ de bénéfice, 1/5 avec 20 °/₀ de bénéfice, 3/5 avec 16 °/₀ de perte. Il perd en tout 306 fr. Quel était le prix d'achat? (*B. E. Caen.*)

***1928.** — Une personne achète une propriété à raison de 46f,25 l'are; elle y fait pour 24000 fr. d'améliorations, puis elle la revend en trois lots. Sur le 1er lot, qui est les 3/5 de la propriété, elle gagne 15 °/₀; sur le 2e lot, qui est la moitié du reste, elle gagne 8 °/₀, et sur le dernier reste, elle perd 2 °/₀. Cette personne a gagné 32640 fr. sur l'ensemble de cette spéculation. Quelle était l'étendue de la propriété? (*B. E. Seine.*)

***1929.** — Un marchand des halles achète 350 kg. de raisin frais. Le même jour, il en vend une partie, avec un bénéfice de 20 °/₀; il ne peut vendre le reste que le lendemain, avec une perte de 5 °/₀. Il a ainsi gagné 12 °/₀ sur le tout. On demande : 1° combien il avait payé le kilogramme de raisin, s'il a gagné en tout 21 fr.; 2° combien il en a vendu de kilogrammes le 1er jour. (*B. E. Nancy.*)

***1930.** — Un négociant, qui gagne 15 °/₀ sur le prix de vente de ses marchandises, vend du drap à 13f,80 le mètre et de la soie à 5f,75 le mètre. Il a vendu 3 fois plus de mètres de drap que de mètres de soie et son bénéfice total est de 141f,45. Combien a-t-il vendu de mètres de l'une et de l'autre étoffe? (*E. P. S.*)

***1931.** — Un marchand vend les 5/8 d'une pièce de drap avec un bénéfice de 12 fr.; les 2/5 du reste avec une perte de 3 °/₀ et le reste avec un bénéfice de 10 °/₀. Il réalise ainsi un bénéfice de 46f,56. Combien lui coûtait la pièce de drap? (*B. E. Toulouse.*)

***1932.** — Un négociant a acheté une certaine quantité de blé à 22f,50 l'hectolitre. Il en a revendu 1/3 avec perte de 10 °/₀, 1/4 avec bénéfice de 20 °/₀ et le reste avec bénéfice de 10 °/₀. Le résultat final de l'opération a été un bénéfice de 614f,25. On demande combien il avait acheté d'hectolitres de blé. (*B. E. Grenoble.*)

1933. — Quelqu'un revend une pièce de drap de la manière suivante : les 4/5 avec une perte de 6f,25; les 2/5 du reste avec un bénéfice de 12 °/₀ et le reste avec une perte de 5 °/₀. Le résultat des trois ventes est un bénéfice de 8f,15. Trouver le prix d'achat de la pièce de drap. (*E. N. Aube.*)

***1934.** — On a acheté deux champs qui ont ensemble 12600 m², et qui produisent un revenu total de 258f,30. Le 1er est loué 2f,60 l'are et le 2e 1f,70. Calculer la superficie de ces deux champs et leur prix de revient, sachant que le revenu du 1er représente 3 1/2 °/₀ de sa valeur et le revenu du 2e 4 °/₀ de sa valeur. (*B. E. Poitiers.*)

***1935.** — Une personne a acheté une certaine quantité de marchandises. Elle en a vendu les 2/7 avec un bénéfice de 14 °/₀; les 9/14 avec un bénéfice de 12 °/₀ et le reste avec 3 °/₀ de perte. Le bénéfice réalisé sur ces marchandises est de 322 fr. Trouver : 1° le prix d'achat des marchandises; 2° combien il aurait fallu les revendre pour gagner 20 °/₀ sur le prix de vente. (*E. N. Gers.*)

***1936.** — Un marchand a acheté une pièce de drap à raison de 12 fr. le mètre. En la revendant, il trouve que la pièce mesure 5 m. de plus, mais que la qualité est médiocre. Il la revend à 9 fr. le mètre et fait ainsi une perte de 20 °/₀. Quelle est la longueur de la pièce? (*E. P. S.*)

Quantité soumise au pourcentage (*suite*).

II. **Problèmes.** — **1937.** — Une personne verse 412f,25 pour solder une facture sur laquelle elle a obtenu une remise de 3 °/₀. Quel est le montant de la facture?

Explication. — La remise étant les 3/100 du montant de la facture, la *somme versée* (412f,25) est égale aux 100 — 3 = **97/100** *du montant de la facture.*

Le **montant de la facture** est donc le *quotient* de **412f,25 par 97/100**, ou les **100/97** de la *somme versée* (412f,25).

1938. — Un chaudronnier achète 60 kg. de cuivre. Il paye comptant et obtient une remise de 4 °/₀ sur le prix d'achat. Il verse ainsi 135f,35. Combien lui a coûté le kilogramme de cuivre? (*E. P. S.*)

1939. — Pour faire des rideaux, une personne achète 6m,40 d'une certaine étoffe; elle achète aussi pour doubler les rideaux une autre étoffe de la même largeur que la 1re, mais dont la valeur n'est que les 9/16 de celle de la 1re. Comme elle paye comptant, il lui est fait une remise de 12,50 °/₀, ce qui fait qu'elle ne donne au marchand que 56 fr. Quel est le prix marqué de chacune de ces deux étoffes? (*E. P. S.*)

1940. — La toile écrue perd au blanchissage 15 °/₀ de sa longueur. Un marchand qui avait acheté 12 pièces de toile écrue les revend, après le blanchissage, au prix de 2f,10 le mètre et retire du tout une somme de 535f,50, y compris un bénéfice de 85f,50. Quels étaient, à l'achat, la longueur de chaque pièce et le prix du mètre de toile écrue? (*E. P. S.*)

1941. — On fait confectionner deux douzaines de chemises avec une toile qui a perdu 7 °/₀ de sa longueur au blanchissage. On emploie pour chaque chemise 3m,20 de toile blanchie et l'on paye 1f,75 par jour à l'ouvrière chargée du travail. Calculer le prix de revient de ces chemises, sachant que la toile écrue coûte 1f,90 le mètre, et que l'ouvrière fait 1 chemise 1/3 par jour. (*B. E. Besançon.*)

1942. — Une ménagère, en payant comptant, obtient une remise de 3 3/4 °/₀ sur une facture et paye 157f,85. A quelle somme s'élevait cette facture? En payant 1 mois plus tard, elle aurait versé 160f,31? Quelle eût été la remise °/₀? (*B. E. Rennes.*)

1943. — Un négociant a acheté une 1re fois 20 sacs de blé et 24 sacs d'avoine; une 2e fois, 30 sacs de blé et 40 sacs d'avoine. On lui fait une remise de 5 °/₀ sur le prix de vente. Il paye 558f,60 la 1re fois et 874 fr. la 2e. On demande le prix de vente d'un sac de blé et d'un sac d'avoine. (*E. P. S.*)

***1944.** — Un marchand de drap veut gagner 12 °/₀ sur les marchandises qu'il achète. Il donne à son commis de vente 6 °/₀ sur les sommes que ce commis reçoit. Combien devra être vendue une pièce de drap de 150 m. qui a été achetée à 15 fr. le mètre? (*B. E. Besançon.*)

***1945.** — On a payé une commande de livres 445f,50 après avoir obtenu, sur les prix du catalogue, une remise de 25 °/₀ sur le quart de la commande et de 15 °/₀ sur le reste. Quelle eût été la dépense, si l'on avait payé les livres au prix du catalogue? (*B. E. Seine.*)

***1946.** — Un négociant achète un lot de paires de gants à 48 fr. la douzaine de paires, et, après avoir obtenu un rabais de 10 °/₀, paye 3456 fr. Il revend une partie de ces gants avec un bénéfice de 30 °/₀, le reste avec un bénéfice de 25 °/₀, et la vente produit 4417f,20. Combien a-t-il vendu de paires avec 30 °/₀, et combien avec 25 °/₀ de bénéfice? (*B. E. Seine.*)

III. **Problèmes.** — **1947.** — Un marchand revend à 13f,65 le mètre une pièce de drap de 64m,70 et il fait ainsi un bénéfice de 13 °/₀. Combien avait-il payé la pièce de drap? (*E. P. S.*)

Explication. — Le bénéfice étant les 13/100 du prix d'achat, le *prix de vente* (13f,65 × 64,70) est les 100 + 13 ou les **113/100** du *prix d'achat.* Le **prix d'achat** est donc les **100/113** du *prix de vente.*

1948. — Un négociant a vendu pour 1 800 fr. de marchandises. Il a accordé une remise de 6 °/₀ sur ce prix et a fait ainsi un bénéfice de 8 °/₀. Quel est le montant de ce bénéfice? (*E. P. S.*)

1949. — Si on laisse sécher un certain savon, il perd 1/10 de son poids. Un épicier achète une certaine quantité de savon frais. Il le laisse sécher et le revend sec 0f,80 le kilogramme. Il gagne ainsi 20 °/₀ sur le prix d'achat. Dire le prix d'achat du kilogramme de savon frais.

1950. — Par la torréfaction, le café perd 1/5 de son poids. Or, un épicier vend son café torréfié 4f,25 le kilogramme et gagne ainsi 15 °/₀ du prix d'achat. On demande à quel prix il avait acheté les 100 kg. de café vert. (*B. E. Poitiers.*)

1951. — Un marchand a acheté 400 m. d'étoffe. Il les revend en deux lots et gagne sur le 1er, qui comprend les 2/5 de sa marchandise, 10 °/₀ du prix d'achat et 15 °/₀ sur le reste. Sachant qu'il a retiré de sa vente une somme de 5650 fr., on demande de calculer : 1° le prix d'achat du mètre d'étoffe ; 2° le prix de vente du mètre de chacun des deux lots. (*B. E. Toulouse.*)

***1952.** — La douzaine de paires de bas de coton se vend en magasin 23f,76. Dans ces conditions, le détaillant gagne 20 °/₀ relativement au prix de fabrique. Le fabricant gagne lui-même 20 °/₀ relativement au prix de revient. La matière première nécessaire à la confection d'une douzaine de paires de bas coûte 5f,50 ; à quel prix la confection de 12 douz. de paires de bas est-elle payée à l'ouvrier? (*E. N. Jura.*)

***1953.** — Un courtier vend, pour le compte d'un négociant, 45 pièces de vin. Après avoir prélevé 8 °/₀ sur le prix de vente, le courtier remet au négociant 3780 fr. Sachant que le négociant a fait un bénéfice net de 12 °/₀ sur le prix d'achat, on demande : 1° le prix d'achat d'une pièce de vin ; 2° la somme prélevée par le courtier sur le prix de vente total. (*E. P. S.*)

***1954.** — Un commerçant possède une pièce d'étoffe de 45 m. Il en vend d'abord le tiers pour 64f,05 avec 22 °/₀ de bénéfice. Ensuite il en vend 13m,80 pour 48f,90. On demande combien il doit vendre le mètre du coupon restant, s'il veut gagner sur le tout 18 °/₀. (*B. E. Seine.*)

***1955.** — Un libraire achète des exemplaires d'un ouvrage à raison de 2f,85 l'exemplaire ; on lui donne le 13e en plus. Il fait cartonner un certain nombre d'exemplaires qu'il revend au prix de 3f,95 l'un, en faisant ainsi un bénéfice de 20 °/₀ sur le prix de revient. On demande quel est le prix de revient du cartonnage d'un exemplaire. (*E. P. S.*)

***1956.** — Un épicier a acheté 380 kg. de café de 1re qualité et 150 kg. d'une qualité inférieure coûtant 8f,50 de moins le quintal. Il revend le mélange 2f,80 le kilogramme, en faisant un bénéfice de 12 °/₀ sur le prix coûtant. Combien a-t-il payé, à 0f,01 près, le quintal de chaque sorte de café? (*B. E. Paris.*)

***1957.** — Un marchand achète deux coupons de drap, le 1er à raison de 9f,25 le mètre, le 2e à raison de 12f,75 le mètre. Il revend le tout 611f,05, en faisant un bénéfice de 10 °/₀ sur le prix d'achat. On demande quel est le prix d'achat de chaque coupon, sachant que la longueur totale de l'étoffe achetée est de 54 m. (*B. E. Caen.*)

* *Revision.*

Problèmes. — 1958. — Un marchand a revendu au détail 144 douzaines de couteaux pour 4436 fr. S'il ne les avait revendus que 4086 fr., il aurait gagné 12,50 °/₀ sur le prix d'achat. 1° Combien a-t-il payé la douzaine de couteaux ; 2° combien a-t-il gagné en tout ? (*E. P. S.*)

1959. — Un marchand a acheté deux pièces de drap, la 1re de 32m,50 au prix de 12f,25 le mètre, la 2e de 18m,25 au prix de 11f,35 le mètre. Il revend la 1re pièce avec un bénéfice de 15 °/₀ sur le prix d'achat ; à quel prix doit-il vendre le mètre de la 2e pièce pour que le bénéfice total soit de 12 °/₀ sur le prix d'achat ? (*B. E. Nancy.*)

1960. — Un débitant a une pièce de vin qu'il veut vendre au détail avec un bénéfice de 20 °/₀, et pour cela il faut qu'il en retire 168 fr. Il calcule le prix de vente du litre d'après la contenance présumée de la pièce ; mais il arrive qu'elle ne contient que les 15/16 de ce qu'il avait compté, ce qui l'oblige, pour faire le même bénéfice, à vendre son vin 0f,05 par litre de plus qu'il n'avait calculé d'abord. Dire la contenance réelle de la pièce et son prix de revient. (*B. E. Seine.*)

1961. — Une dissolution de sucre cristallise lorsqu'elle renferme plus de 75 °/₀ de sucre. On a dans une sucrerie 12000 kg. de sirop renfermant 1/11 de leur poids de sucre. Combien faudra-t-il brûler de kilogrammes de houille pour concentrer ce sirop jusqu'à ce qu'il renferme 75 °/₀ de sucre, sachant qu'on peut vaporiser 6 kg. d'eau en brûlant 1 kg. de houille ? (*B. E. Besançon.*)

1962. — Un architecte ne doit pas dépasser une dépense totale de 12660 fr. ; son devis s'élève à 11285f,50. Quelle somme doit-il porter comme travaux imprévus, s'il est autorisé à prélever pour honoraires 5 1/2 °/₀ de tous les travaux ? Vérifier. (*B. E. Caen.*)

1963. — Un voyageur de commerce reçoit de son patron 12 fr. par jour et 3 °/₀ de commission sur les ventes qu'il fait. Après 112 jours de voyage, il a économisé 924 fr. Quel est le chiffre des affaires faites par lui, si sa dépense quotidienne s'est élevée à 15 fr. ? (*B. E. Lille.*)

1964. — Une caisse pesant 81 kg. contient du chocolat, du sucre et du thé. Vide, elle pèse 5 kg. Les poids réunis du thé et du chocolat sont inférieurs de 22 kg. à la moitié du poids total des marchandises, et le poids du chocolat est le triple de celui du thé. Quel est le poids de chacune des trois substances et combien vaut le kilogramme de chacune, sachant qu'elles figurent pour des sommes égales sur la facture, qui est de 144 fr. ? Quel est l'escompte °/₀ fait par le marchand qui accepte en payement 140f,40 ? (*B. E. Seine.*)

1965. — Un marchand achète une pièce de toile de 84 m. de longueur. Il en revend les 3/7 au prix de 1f,65 le mètre, les 2/5 au prix de 1f,80 le mètre et le reste à raison de 1f,55 le mètre. Il réalise ainsi un bénéfice de 8 °/₀ sur le prix d'achat. Combien avait-il payé le mètre de cette toile ? (*E. P. S.*)

1966. — Un marchand a deux espèces de thé : la 1re lui revient à 16f,50 le kilogramme, et la 2e à 20 fr. Il fournit à un de ses clients une caisse de thé de 100 kg. et reçoit 2018f,25. On demande combien il y en avait de chaque espèce, sachant que le vendeur a fait un bénéfice de 15 °/₀ sur le prix de revient. (*B. E. Bordeaux.*)

1967. — Sur une marchandise achetée et revendue successivement par 4 négociants, les 2 premiers eurent chacun un bénéfice de 10 °/₀ et les 2 derniers chacun 10 °/₀ de perte. Combien le 1er l'avait-il payée, si le dernier l'a revendue 2450f,25 ? (*B. E. Lille.*)

1968. — Un marchand achète un certain nombre de litres de vin. En les revendant 0f,60 le litre, il gagnerait 20 °/₀ sur le prix d'achat; mais, comme il a perdu 50 l., son bénéfice se trouve réduit du quart. On demande : 1° le prix d'achat du litre de vin ; 2° le nombre des litres achetés. (*E. P. S.*)

1969. — Un industriel engage dans une entreprise un certain capital. La 1re année, il perd 13 °/₀ de ce capital ; la 2e année, il perd 8 °/₀ de ce qui lui restait après la 1re année ; enfin la 3e année, il gagne 10 °/₀ du capital restant à la fin de la 2e année, et il s'en faut alors de 11 358f,20 qu'il n'ait reconstitué son capital primitif. Quel était ce capital ? (*B. E. Nancy.*)

1970. — Un marchand a acheté une pièce d'étoffe pour 250 fr.; il en revend le tiers à 4 fr. le mètre et le reste à 3f,50 le mètre; il réalise ainsi un bénéfice total de 10 °/₀ du prix d'achat. Calculer la longueur de la pièce. (*B. E. Besançon.*)

1971. — Une marchande, en vendant 268 m. d'une 1re étoffe à raison de 2f,65 le mètre, a fait une perte de 22 °/₀ sur le prix d'achat ; d'un autre côté, elle a vendu pour 478 fr. un lot d'une 2e étoffe qui lui avait coûté 239 fr. 1° Combien a-t-elle gagné ou perdu °/₀ sur l'ensemble des deux marchés ? 2° combien aurait-elle dû vendre le mètre de la 1re étoffe pour ne faire ni gain ni perte sur l'ensemble ? (*B. E. Chambéry.*)

1972. — On admet que la betterave donne 7 °/₀ de son poids de sucre, et qu'un mètre carré de terrain produit en moyenne 3kg,750 de betterave. La betterave se vend à raison de 14f,70 les 1 000 kg. On demande : 1° quelle superficie de terrain il faudrait ensemencer pour fournir des betteraves à une fabrique qui doit produire annuellement 12 125 quintaux de sucre ; 2° quelle serait la valeur de la betterave récoltée. (*B. E. Clermont.*)

1973. — Un marchand a acheté deux pièces d'étoffe de qualités différentes et d'une même longueur égale à 40 m. Il a revendu l'une et l'autre au détail avec un même bénéfice de 30 °/₀ sur le prix d'achat. Le prix total de vente s'est élevé à 442 fr. et le prix de vente de la qualité supérieure a surpassé de 78 fr. le prix de vente de l'autre pièce. Calculer le prix d'achat du mètre de chaque pièce. (*E. P. S.*)

1974. — Un marchand a acheté dix pièces d'étoffe d'égale longueur à raison de 13f,65 le mètre. Il en a vendu la moitié à 15f,50 le mètre, 1/6 à 16f,25, 1/4 à 17f,50 et le reste à 17 fr. le mètre. Il a fait aux divers acheteurs une remise de 2 °/₀ sur le montant de leur facture, et il a ainsi réalisé sur la vente totale un bénéfice de 2 366 fr. Trouver combien chaque pièce contenait de mètres et combien le marchand a gagné °/₀. (*E. N. Jura.*)

1975. — Un marchand d'étoffe vend une pièce de drap dans les conditions suivantes : une 1re fois il en vend les 2/9 à 8f,50 le mètre, puis, une 2e fois, la moitié du reste à 10f,25 le mètre. Enfin, il cède le dernier coupon de 14 m. à 12 fr. le mètre. Trouver la longueur et le prix de vente de la pièce entière. Trouver le prix d'acquisition de la pièce, sachant que le négociant a fait dans l'ensemble de ces ventes un bénéfice moyen de 9 °/₀ sur le prix d'achat. (*B. E. Nancy.*)

1976. — On achète, pour faire des chemises, une pièce de toile écrue de 29 m., marquée 0f,90 le mètre; mais, comme on paye comptant, il est accordé un escompte de 2 °/₀. Au lavage, cette toile se raccourcit de 1/50. On demande de calculer : 1° le nombre de chemises que l'on pourra faire avec cette toile, et, s'il y a lieu, la longueur du coupon restant ; 2° le prix de revient d'une chemise (sans tenir compte de la valeur du coupon). On emploie 2m,50 de toile lavée par chemise; la façon est payée les 5/9 du prix de la toile utilisée. (*B. E. Dijon.*)

1977. — Une marchande qui veut réaliser un bénéfice de 18 °/₀ sur ses achats a des robes qui lui reviennent à 60 fr. et 75 fr. la pièce. Un client lui achète 23 robes pour 1787f,70. Combien la marchande a-t-elle livré de robes de chaque sorte? (*B. E. Seine.*)

1978. — Un marchand a acheté une pièce de drap à raison de 12 fr. le mètre. Il vend une 1re fois les 2/5 de la pièce à raison de 15f,50, le mètre. Une 2e fois il vend les 2/3 du reste à raison de 16f,25 le mètre, enfin il vend le reste à 11f,50 le mètre. Il a réalisé ainsi un bénéfice total de 237 fr. On demande la longueur de la pièce et le bénéfice °/₀ réalisé. (*B. E. Poitiers.*)

1979. — Un cultivateur occupe une ferme de 20 ha. pour laquelle il paye un loyer de 3509 fr. Il récolte par hectare 18 hl. de blé et 2300 kg. de paille et vend au même prix l'hectolitre de blé et les 1000 kg. de paille. Quel doit être ce prix pour que, déduction faite des frais qui s'élèvent à 72f,50 par hectare, la somme qui lui reste surpasse de 60 °/₀ le loyer? (*B. E. Caen.*)

1980. — Un libraire vend, avec une remise de 1f,70, un ouvrage marqué prix fort 10f,20. On demande à combien °/₀ s'élève cette remise et à combien il aurait dû porter le prix fort pour que, sans modifier le prix net de vente, il eût pu faire une remise de 22 °/₀. (*B. E. Seine.*)

1981. — Un négociant a acheté une pièce de drap de 135 m. à raison de 8f,75 le mètre. Il en a sacrifié 1/45 en échantillons. Combien doit-il revendre le mètre de drap s'il établit son prix pour réaliser un bénéfice de 18 °/₀ sur le prix de vente? Calculer dans ce cas son bénéfice °/₀ sur le prix d'achat. (*B. E. Seine.*)

1982. — Un négociant achète une pièce de drap qu'il paye à raison de 3f,50 le mètre. Il en vend une 1re fois les 3/7 avec un bénéfice de 18 °/₀ sur le prix d'achat; une 2e fois, il vend le quart du reste avec 2f,75 de bénéfice par mètre; enfin le dernier reste est vendu avec une perte de 4 °/₀ sur le prix d'achat. On demande la longueur totale de la pièce, sachant que le bénéfice total réalisé a été de 42f,20. (*B. E. Alger.*)

1983. — Une couturière a acheté 18 m. de drap pour confectionner 4 jupes. Elle a employé, comme doublure, une étoffe dont la largeur n'est que les 3/4 de celle du drap, et dont le prix par mètre n'est que les 2/3 du prix du mètre de drap. On lui a fait un escompte de 10 °/₀, et elle se trouve avoir payé 76f,50 pour le drap et la doublure des 4 jupes. Quel est le prix du mètre de drap et quel est le prix du mètre de doublure sans escompte? (*B. E. Nancy.*)

1984. — Une jeune fille achète 3 m. 1/2 de drap et 11 m. d'indienne pour un prix total de 125 fr. Quelques jours plus tard, le fournisseur consent, pour un 2e achat, une remise de 4 °/₀ sur la valeur de chaque tissu, et livre à la jeune fille 3 m. de drap et 13 m. d'indienne, pris aux mêmes pièces, moyennant 120 fr. Combien vaut le mètre de chaque étoffe? (*B. E. Poitiers.*)

1985. — Un négociant achète une pièce de drap pour 400 fr. Il en revend 1/3 à 7 fr. le mètre, 1/4 à 10 fr. et le reste à 6 fr. Il réalise un bénéfice de 10 °/₀ sur le prix d'achat. Quelle est la longueur de la pièce de drap? (*B. E. Clermont.*)

1986. — Un libraire achète à un éditeur 520 volumes marqués au catalogue: la moitié à 0f,80 l'un, le quart à 1f.50 et le reste à 3 fr., pour en faire la livraison à une ville avec une remise de 15 °/₀ sur le prix du catalogue. L'éditeur fait payer 12 volumes sur 13; il fait une remise de 35 °/₀ et, en outre, un escompte de 2 °/₀ sur la facture; les frais de port, à la charge du libraire, se sont élevés à 12f,95. Calculer: 1° ce que la ville doit au libraire; 2° ce que le libraire a payé à l'éditeur; 3° le bénéfice total du libraire. (*E. N. Loiret.*)

1987. — Un propriétaire convertit en pâture 2 ha. de terre qui lui rapportent 110 fr. par hectare, soit 5 °/₀ du prix d'achat. Cette transformation lui coûte 12f,50 l'are. Le revenu annuel est alors de 950 fr. Quelle est la valeur de la propriété ainsi transformée, et combien lui rapporte-t-elle °/₀, annuellement? (*B. E. Montpellier.*)

1988. — Un libraire a reçu 234 volumes, pour lesquels il a payé 205f,20. La facture est faite avec une remise de 25 °/₀, et porte la mention 13/12, qui signifie que le vendeur compte une douzaine de livres, alors qu'il en donne 13. Sachant qu'il y a des volumes à deux prix forts, savoir 2 fr. et 0f,80, déterminez combien le libraire a reçu de volumes de chaque sorte. (*B. E. Seine.*)

1989. — Un marchand a vendu pour 1 800 fr. de marchandises de la façon suivante : 1/4 avec un bénéfice de 8 °/₀ sur le prix de vente, 2/5 avec un bénéfice de 10 °/₀ sur le prix d'achat et le reste avec 5 °/₀ de perte sur le prix d'achat. On demande combien ces marchandises lui avaient coûté. (*B. E. Seine.*)

1990. — Pour faire une robe, on achète 5m,25 d'une étoffe ayant 0m,95 de large et valant 3f,20 le mètre. On la double entièrement avec 7 m. d'une autre étoffe. Sachant qu'on a payé en tout 21f,84 après avoir bénéficié d'une remise de 2,5 °/₀ sur le prix d'achat, dire : 1° le prix du mètre de doublure ; 2° la largeur de cette doublure. (*B. E. Poitiers.*)

1991. — Un marchand achète une pièce de drap ayant 81m,60 de longueur à 10 fr. le mètre. Il vend les 3/4 de la pièce à 13 fr. le mètre, en donnant 102 cm. pour 1 m. Combien doit-il vendre le mètre du reste pour gagner finalement 20 °/₀ sur le prix de vente de toute la pièce? (Il donne toujours 102 cm. par mètre.) (*B. E. Aix.*)

1992. — Un propriétaire achète une maison pour 10 000 fr. Les frais d'acquisition s'élèvent à 5 °/₀ du prix d'achat, et les réparations représentent les 3/20 du prix payé au vendeur. La maison est grevée de 50 fr. d'impôts, et le propriétaire paye annuellement une prime de 1f,50 par 1 000 de la valeur totale de l'immeuble pour assurance contre l'incendie. Combien doit-il louer la maison pour retirer par trimestre un loyer net de 1f,1875 °/₀? (*E. N. Gard.*)

1993. — Le minerai d'une usine à plomb contient 23 °/₀ de ce métal ; le plomb qu'on en retire contient lui-même 0,003 d'argent. La perte en plomb dans le travail d'extraction est de 10 °/₀ et la perte en argent est regardée comme nulle. Le prix du plomb est de 55 fr. les 100 kg. et celui de l'argent 140 fr. le kilogramme. Les produits de l'usine s'élevant à 1 795 000 fr. par an, on demande : 1° la quantité de minerai traitée dans l'usine ; 2° les poids d'argent et de plomb qu'on en a extraits. (*B. E. Paris.*)

1994. — Un marchand achète le café vert 3f,80 le kilogramme. Torréfié, le café perd 1/5 de son poids. Combien ce marchand devra-t-il vendre le kilogramme de café torréfié pour faire un bénéfice de 12 °/₀, et quel serait son bénéfice sur 28 balles de café vert pesant 25 kg. chacune? (*B. E. Seine.*)

1995. — Un libraire reçoit d'un éditeur 260 volumes marqués au catalogue : la moitié à 0f,80 l'un, l'autre moitié à 1f,50 l'un. Il en fait la livraison à une commune à laquelle il consent une remise de 15 °/₀ sur le prix du catalogue. Le libraire ne paye à l'éditeur que 12 livres sur 13 et encore avec une réduction de 33 °/₀ sur le prix du catalogue. De plus, l'éditeur lui fait un escompte de 2 °/₀ sur le prix de facture. Les frais de port, à la charge du libraire, se sont élevés à 12f,50. On demande de calculer : 1° ce que la commune doit au libraire ; 2° ce que le libraire paye à l'éditeur ; 3° le bénéfice °/₀ du libraire sur ses déboursés. (*B. E. Paris.*)

INTÉRÊTS

Calcul de l'intérêt.

243. — **L'intérêt** est le *bénéfice* que procure une *somme prêtée* ou *placée*.

La *somme prêtée* ou *placée* s'appelle le **capital.**

L'*intérêt de* **100 fr.** en *un an* est le **taux.**

Remarques. — 1° D'après l'article 1er de la loi du 10 avril 1900, l'intérêt légal est, en matière civile, de 4 °/₀, et, en matière de commerce, de 5 °/₀.

2° Pour *simplifier les calculs d'intérêt*, on compte l'année de **360 jours.** On admet que les mois ont **30 jours;** cependant, quand la *date du prêt* et celle *du remboursement* sont données, on compte les mois avec leur *nombre exact de jours* depuis la date du prêt exclusivement jusqu'à la date du remboursement inclusivement.

Problème. — Quel est l'intérêt d'un capital de 6480 fr. placé à 4,50 °/₀ pendant 4 ans 7 mois 12 jours?

Solution. — **L'intérêt en 4 ans 7 mois 12 jours** est égal au produit de l'*intérêt annuel* par la *fraction d'année* que représentent 4 ans 7 mois 12 jours.

1° Intérêt annuel : $4^f,50 \times 64,80$.

2° Fraction d'année que représentent 4 ans 7 mois 12 jours :

4 ans 7 mois 12 jours = 55 mois + 12j = 1 662 jours ou 1 662/360.

Rép. : $\frac{4^f,50 \times 64,80 \times 1\,662}{360} = 1\,346^f,22$ soit **1 346f,20.**

Formule. — **L'intérêt** est **directement proportionnel** au *capital* et à la *durée du placement.*

Si l'on représente l'intérêt annuel par i, le capital par C et le taux par t, on a la proportion :

$\frac{100}{C} = \frac{t}{i}$ ou $100\,i = Ct$. D'où : 1° **Intérêt annuel :** $\mathbf{i = \frac{Ct}{100}}$;

2° **Intérêt I en j jours ;** $\mathbf{I} = i \times \frac{j}{360} = \mathbf{\frac{Ctj}{36\,000}}$.

Problèmes. — Calculer l'intérêt annuel :

1996. — de 7800 fr. à 1 °/₀ ; de 900 fr. à 2 °/₀ ; de 1 500 fr. à 3 °/₀.

1997. — de 2700 fr. à 4,5 °/₀ ; de 780 fr. à 4 °/₀ ; de 430 fr. à 3 1/2 °/₀.

Quel intérêt produirait un capital :

1998. — de 650 fr. placé à 3 °/₀ pendant 8 mois?

1999. — de 2540 fr. placé à 5 °/₀ pendant 2 ans 3 mois?

2000. — de 3200 fr. placé à 4 °/₀ pendant 45 jours?

2001. — de 420f,50 placé à 3,75 °/₀ pendant 5 mois 18 jours?

2002. — de 5100 fr. placé à 4 1/2 °/₀ pendant 1 an 4 mois 15 jours

2003. — En plaçant ses fonds à 6,25 °/₀, quelle fraction du capital représente le revenu annuel?

2004. — Un débiteur remet à son créancier un acompte de 260 fr., sur les intérêts annuels échus d'une somme de 6580 fr. qu'il avait empruntée à 5 °/₀. Combien ce débiteur redoit-il encore? (*E. P. S.*)

2005. — Un cultivateur achète, à raison de 4500 fr. l'hectare, un champ de forme rectangulaire ayant 160 m. de long sur 85m,40 de large. Il se propose de payer comptant la moitié du prix et le reste dans 6 mois avec les intérêts à 4,75 °/₀. On demande de trouver le montant de chaque versement. (*Ec. Nat. Prof.*) 3074F,40

2006. — Une terre était louée 178 fr. l'hectare. Le propriétaire la vend à 48 fr. l'are et place l'argent qu'il en reçoit moitié à 5 °/₀, moitié à 4 1/2 °/₀. Il augmente ainsi son revenu de 12f,50 par mois. Dites: 1° son revenu actuel et 2° l'étendue de sa terre. (*C. Compl.*) 150 f. 3 ha.

2007. — Un propriétaire a dû faire subir à ses vignes trois traitements; le prix du 2e traitement a été les 5/6 de celui du 1er, et celui du 3e les 3/5 de celui du 2e. On demande à combien revient chaque traitement par hectare, sachant que la somme qu'il a dépensée a réduit de 5 °/₀ à 4,5 °/₀ le revenu de sa propriété, qui contient 60000 m² et qui est estimée 63000 fr. (*B. E. Lyon.*)

2008. — On fait recouvrir une terrasse de 20m,5 de long sur 5m,6 de large. L'entrepreneur demande 5f,30 par mètre carré pour effectuer ce travail. Sachant qu'on paye 15 mois après la fin du travail, mais qu'il est tenu compte à l'entrepreneur des intérêts à 4 °/₀ par an du prix de son travail, on demande quelle somme on devra verser à l'entrepreneur au moment du règlement de compte. (*B. E. Seine.*)

2009. — Une personne fait valoir une propriété de 127ha,50; les 2/3 sont en terres labourables, les 3/17 en bois et le reste en prairies. Les terres, estimées 45 fr. l'are, lui rapportent 3 1/2 °/₀; les bois, valant 51 fr. l'are, ne lui rapportent que 2 1/2 °/₀; enfin les prairies, estimées 34 fr. l'are, lui rapportent 1 1/2 °/₀. Quel est le revenu total de cette personne? (*E. P. S.*) 17276f,25

2010. — Un cultivateur a acheté le 1er janvier à un propriétaire un champ d'une étendue de 323 m², sur le pied de 3000 fr. l'hectare. Il a obtenu de ne payer le prix de ce champ que le 15 juillet suivant, à condition d'en payer les intérêts à 3,75 °/₀. Quelle somme devra-t-il à son vendeur le 15 juillet? (*Saint-Maixent.*)

2011. — Un propriétaire a acheté un terrain rectangulaire de 125 m. sur 40 m., à raison de 25 fr. l'are; il a payé comptant. Six mois après, il revend les 2/5 de ce terrain à 0f,40 le mètre carré. Un an après, il cède ce qui lui reste pour 1000 fr. Quel bénéfice net a-t-il réalisé en tenant compte des intérêts qu'auraient produits les sommes engagées, si elles avaient été placées à 4 °/₀? (*B. E. Besançon.*)

***2012.** — Un cultivateur avait le 10 août dans son grenier 250 hl. de blé; l'hectolitre pesait 79 kg. Il pouvait le vendre au comptant 20f,50 le quintal. Il a préféré attendre. Le 1er décembre suivant, il a vendu son blé au comptant au prix de 21f,50 le quintal. Par suite de la dessiccation, le blé avait perdu 1/60 de son poids. Le cultivateur a-t-il gagné ou perdu en différant la vente, et combien? On tiendra compte de l'intérêt à 3 °/₀ l'an qu'aurait rapporté l'argent de la vente, si elle avait été faite le 10 août. (*B. E. Besançon.*)

***2013.** — Une personne qui emprunte aujourd'hui 3000 fr. à une autre personne doit remettre à celle-ci 1000 fr. dans un an, 1000 fr. un an après le 1er payement et 1000 fr. après un autre intervalle d'un an. Combien devra-t-elle encore après le 3e payement, en supposant que le taux de l'intérêt simple soit 5 °/₀? (*E. P. S.*)

Méthodes commerciales.

244. — Dans les *maisons de banque* et *de commerce*, le calcul de l'intérêt se fait par des **procédés rapides** dont les plus usités sont : la *méthode des diviseurs*, la *méthode des parties aliquotes du temps* et la *méthode des parties aliquotes du taux*.

245. — La **méthode des diviseurs** est fondée sur la *simplification* de la *formule de l'intérêt*. (§ **243**)

A 6 °/₀, on obtient : $I = \frac{C \times 6 \times j}{36000} = \frac{Cj}{\mathbf{6000}}$;

à 5 °/₀ $\frac{Cj}{\mathbf{7200}}$; à 4,5 °/₀ $\frac{Cj}{\mathbf{8000}}$; à 4 °/₀ $\frac{Cj}{\mathbf{9000}}$;

à 3 °/₀ $\frac{Cj}{\mathbf{12000}}$; à 2,5 °/₀ $\frac{Cj}{\mathbf{14400}}$; à 2 °/₀ $\frac{Cj}{\mathbf{18000}}$.

Le *numérateur* **Cj** de la fraction simplifiée s'appelle le **nombre**, le *dénominateur* s'appelle le **diviseur**.

Règle. — L'intérêt est égal au quotient du *nombre* par le *diviseur*.

Remarque. — Cette méthode est surtout employée lorsqu'il s'agit de *calculer le total des intérêts* rapportés par *plusieurs capitaux* placés au *même taux* pendant des *temps différents*.

Problème. — Une personne a laissé dans une banque 1560 fr. pendant 40 jours, 1200 fr. pendant 30 jours et 900 fr. pendant 18 jours. A quel intérêt a-t-elle droit si le taux est 3 °/₀ ?

Solution. — 1° *Nombres :* 1560×40 ; 1200×30 ; 900×18.
2° Le *diviseur* à 3 °/₀ est 12000.
L'intérêt total est :

$$\frac{1560 \times 40 + 1200 \times 30 + 900 \times 18}{12000} = \frac{\mathbf{114600}}{\mathbf{12000}} = 9^{f},55.$$

246. — Dans la **méthode des parties aliquotes du temps**, on appelle **base du calcul** le *nombre de jours* auquel correspond un *intérêt égal au centième du capital*.

A 6 °/₀, on a : $I = \frac{C}{100} \times \frac{6j}{360} = \frac{C}{100} \times \frac{j}{60}$.

A 6 °/₀, l'intérêt est égal au centième du capital quand la durée du placement est 60 jours.

Taux :	6 °/₀	5 °/₀	4,5 °/₀	4 °/₀	3 °/₀	2,5 °/₀	2 °/₀	1,5 °/₀.
Bases :	**60 j.**	**72 j.**	**80 j.**	**90 j.**	**120 j.**	**144 j.**	**180 j.**	**240 j.**

Problème. — Calculer l'intérêt de 7350 fr. placés à 6 °/₀ pendant 288 jours.

Solution. — **A 6 °/₀ la base est 60.**
1° L'intérêt en 60 jours égale 73f,50.
2° En partageant 288 en parties aliquotes de 60, on obtient :

$$288 = 240 + 30 + 15 + 3.$$

3° Pour 240 jours	l'intérêt est :	73f,50 ×	4 =	294f
... 30 jours	...	73f,50 :	2 =	36f,75
... 15 jours	...	36f,75 :	2 =	18f,375
... 3 jours	...	36f,75 :	10 =	3f,675
Pour **288 j.**	**l'intérêt** est égal à :			**352f,80.**

Règle. — 1° *Partager* le nombre de jours en **parties aliquotes de la base;**
2° Chercher l'*intérêt* correspondant à *chacune des parties* et *additionner* ces intérêts partiels.

*247. — Dans la **méthode des parties aliquotes du taux**, on *calcule l'intérêt à* 6 °/₀, puis on en déduit facilement l'*intérêt demandé* en partageant le taux donné en **parties aliquotes du taux 6** °/₀.

Problème. — Calculer l'intérêt de 7350 fr. placés à 4 3/4 °/₀ pendant 288 jours.

Solution. — **A 6 °/₀**, l'intérêt est **352f,80.** (§ **246**)
1° Partageons 4 3/4 en parties aliquotes du taux fixe 6 :

$$4\ 3/4 = 3 + 1 + 3/4.$$

2° Pour 3 °/₀,	l'intérêt est :	352f,80 :	2 =	176f,40
... 1 °/₀,	...	176f,40 :	3 =	58f,80
... 3/4 °/₀,	...	176f,40 :	4 =	44f,10
Pour **4 3/4** °/₀,	**l'intérêt** est :			**279f,30.**

Problèmes. — 2014. — Calculer par la méthode des parties aliquotes l'intérêt de 400 fr. à 5 °/₀ pour 20 jours. (*E. P. S.*)

Calculer, par la méthode des parties aliquotes, l'intérêt :

2015. — de 975 fr. placés à 6 °/₀ pendant 96 jours. (*C. compl.*)

2016. — de 8500 fr. placés à 6 °/₀ pendant 287 jours.

2017. — de 6895 fr. placés à 5 °/₀ du 10 avril au 4 novembre.

2018. — de 720 fr. placés à 4 °/₀ pendant 235 jours. (*B. E. Seine.*)

2019. — de 5735 fr. placés à 4,5 °/₀ du 20 juillet au 8 août.

2020. — de 4520 fr. placés à 3 °/₀ pendant 140 jours.

Calculer, par la méthode des parties aliquotes du taux 6, l'intérêt :

***2021.** — de 5472 fr. placés à 4 °/₀ pendant 140 jours.

***2022.** — de 6895 fr. placés à 5 °/₀ pendant 90 jours.

***2023.** — de 2680 fr. placés à 3 °/₀ du 12 mai au 22 octobre.

***2024.** — Calculer, par la méthode des diviseurs, l'intérêt total rapporté par 528f,75 placés pendant 150 jours; 2530 fr. pendant 80 jours; 8750 fr. pendant 45 jours. Le taux du placement est 5 °/₀.

Taux.

Problème. — Un capital de 2500 fr. a rapporté un intérêt de 52f,50 en 5 mois 18 jours. A quel taux est-il placé?

Solution. — Le **taux** du placement est le quotient de l'*intérêt annuel* par le *nombre des centaines de francs du capital* (25).

1. L'*intérêt annuel* est le quotient de l'intérêt total (52f,50) par le nombre d'années de placement.

a) 5 mois 18 jours = 150j + 18j = 168 j. ou 168/360 ou 7/15 d'année.

b) Intérêt annuel : $52^f,50 : \frac{7}{15} = \frac{52^f,50 \times 15}{7}$;

2. Taux : $\frac{52^f,5 \times 15}{7 \times 25} = \frac{2,1 \times 15}{7} = 0,3 \times 15 = 4,5\ \%$.

Formule. — De la formule de l'intérêt $I = \frac{Ctj}{36\,000}$, on tire :

$$36\,000\ I = Ctj \quad \text{et} \quad t = \frac{36\,000\ I}{Cj}.$$

Problèmes. — Quel est le taux du placement, lorsque :

2025. — 2400 fr. rapportent 120 fr. en 1 an?

2026. — 28100 fr. rapportent 196f,70 en 4 mois?

2027. — 3000 fr. rapportent 15f,40 en 33 jours?

2028. — Lorsque le revenu annuel représente 1/24 du capital, quel est le taux du placement? (*B. E. oral, Paris.*)

2029. — A quel taux faut-il placer 3000 fr. pour avoir 577f,50 d'intérêt en 3 ans et 8 mois? (*E. P. S.*)

2030. — Une personne prête 25000 fr. à 4 % pour 2 ans. Au bout de ce temps elle retire son capital et les intérêts produits et place le tout dans l'industrie; son nouveau revenu est de 1215 fr. A quel taux a-t-elle placé son argent dans cette industrie?

2031. — Une personne a placé 3200 fr. pendant 1 an et 3 mois à 4,50 %. A quel taux aurait-elle dû placer cette somme pour retirer au bout du même temps 20 fr. de plus de revenu?

2032. — Un marchand achète au détail cinq pièces de drap de chacune 40 m. à 7f,60 le mètre, à la condition qu'il payera comptant. Il obtient de ne payer qu'au bout de 45 jours et il verse alors 1530f,45. A quel taux lui compte-t-on l'intérêt de la dette? (*C. Compl.*)

2033. — Deux sommes ont été placées à des taux d'intérêt différents : 15000 fr. à 5 % et 5000 fr. à 3,75 %. Quel est le taux d'intérêt auquel il faudrait placer la somme totale de 20000 fr. pour en retirer annuellement les 4/5 du revenu obtenu dans le 1er mode de placement? (*B. E. Seine.*)

2034. — Deux capitaux, l'un de 28725 fr., l'autre de 42125 fr., placés à des taux différents, ont rapporté ensemble dans un an 2696f,15. L'intérêt du 2e capital surpasse de 168f,35 celui du 1er capital. On demande à quels taux étaient placés les deux capitaux. (*B. E. Bordeaux.*)

2035. — Trois sommes : 1800 fr., 1600 fr., 1300 fr., placées à des taux différents pendant 18 mois, ont produit le même intérêt. Le total des trois sommes et des intérêts est, au bout de ce temps, de 4952f,72. A quel taux chacune des sommes a-t-elle été placée? (*B. E. Seine.*)

2036. — J'ai placé un capital pendant 2 ans 6 mois. Au bout de ce temps, les intérêts égalent 1/8 du capital, quel est le taux de mon placement? (*E. P. S.*)

2037. — Deux personnes ayant placé la même somme de 6000 fr., l'une pendant 2 ans, l'autre pendant 15 mois, ont touché des intérêts montant ensemble à 660 fr. L'intérêt de la 2e étant les 5/6 de celui de la 1re, à quel taux chacune de ces personnes a-t-elle placé son argent?

2038. — Une somme d'argent placée pendant 8 mois est devenue 1277f,20 en y ajoutant les intérêts qu'elle a produits au bout de ce temps. La même somme placée pendant 15 mois et au même taux deviendrait avec les intérêts 1309f,75. Quelle est cette somme et quel est le taux de l'intérêt? (*B. E. Dijon.*)

***2039.** — Une personne a placé un capital de 6400 fr. Avec le quart de l'intérêt annuel qu'elle retire de ce placement, elle achète des livres de prix pour une école; avec le cinquième du reste, elle fait des dons aux pauvres. Elle dépense ainsi chaque année 96 fr. On demande le taux auquel le capital est placé. (*B. E. Besançon.*)

***2040.** — Une personne a acheté pour la somme de 432000 fr. une propriété qui lui rapporte annuellement 13748 fr. Le cinquième de cette propriété fournit des céréales; les 2/9 sont en prairies, les 3/8 en vignes et les 175 ha. restants en bois. On demande : 1° l'étendue de cette propriété; 2° combien le bois rapporte °/₀, sachant que la 1re culture rapporte 3 2/3 °/₀, la 2e 3 5/6 °/₀ et la 3e 3 °/₀. (*B. E. Chambéry.*)

***2041.** — On place au même taux 2000 fr. pendant 3 ans et 5000 fr. pendant 4 ans. La différence des intérêts est de 700 fr. Quel est le taux du placement? (*C. Compl.*)

***2042.** — Deux capitaux s'élèvent ensemble à 22970 fr. Ils sont placés à des taux différents, et ont produit en 2 ans 2202f,50 d'intérêts. Le 1er surpasse l'autre de 4070 fr. et rapporte 250f,75 de plus par an. A quels taux ces deux capitaux sont-ils placés? (*E. N. Ardèche.*)

***2043.** — Un capitaliste prête au même taux deux sommes dont le total s'élève à 28800 fr. La 1re somme lui rapporte 470f,25 en 9 mois 1/2; la 2e, 390 fr. en 6 mois 2/3. Trouver le montant de chacun de ces prêts et le taux auquel ils ont été effectués. (*B. E. Rennes.*)

***2044.** — Une personne a placé des fonds dans une entreprise. Au bout de 5 ans, elle reçoit, capital et bénéfice réunis, la somme de 19600 fr. : le bénéfice est les 2/5 du capital. Calculer : 1° le capital et le bénéfice; 2° le taux auquel a été ainsi placé le capital. (*B. E. Aix.*)

***2045.** — Une personne a 7500 fr. placés à un taux inconnu. On sait que les intérêts annuels de cette somme, joints à ceux de 2500 fr. qui sont placés à 2 °/₀ de plus, lui font un revenu annuel de 550 fr. On demande à quels taux les deux sommes sont placées. (*E. N. Oran.*)

***2046.** — Un capital, augmenté des intérêts qu'il a produits en 10 mois, donne 29760 fr. Ce même capital, diminué des intérêts qu'il a produits au même taux en 17 mois, égalerait 27168 fr. Quels sont le capital et le taux? (*B. E. Dijon.*)

***2047.** — La fortune d'une personne se compose de deux capitaux : l'un de 57450 fr.; l'autre de 84250 fr., qui lui procurent ensemble un revenu de 5400 fr. Sachant que l'intérêt du 1er surpasse, en 3 ans, de 1035 fr. l'intérêt du 2e capital pendant la même durée, on demande à quels taux les deux sommes ont été placées. (*B. E. Rennes.*)

***2048.** — On a placé, au commencement de l'année, 6000 fr. à un taux inconnu; 3 mois après, on place de nouveau 2500 fr. à un taux supérieur de 2 fr. au taux précédent. Trouver le 1er taux, si au bout de l'année les intérêts s'élèvent à 352f,50. (*B. E. Aix.*)

Temps.

Problème. — Au bout de combien de temps 4860 fr. placés à 4 °/₀ auront-ils rapporté 710f,10 ?

Solution.

Le **nombre d'années** est le quotient de l'*intérêt total* (710f,10) par l'*intérêt annuel.*

1. *Intérêt annuel :* $4^f \times 48,6 = 194^f,40$.
2. **Nombre d'années :** 710,10 : 194,40.

a) $\frac{7101}{1944} = \mathbf{3\ ans}\ \frac{1269}{1944}$.

b) $\frac{1269}{1944}$ d'année $= 12^m \times \frac{1269}{1944} = \mathbf{7\ mois}\ \frac{1620}{1944}$.

c) $\frac{1620}{1944}$ de mois $= 30^j \times \frac{1620}{1944} = \mathbf{25\ jours.}$

Rép. : **3 ans 7 mois 25 jours.**

Opération.

7101	1944
1269	3ans 7mois 25j
×12	
15228	
1620	
×30	
48600	
9720	
0000	

Formule. — De la formule de l'intérêt : $I = \frac{Ctj}{36\,000}$, on tire :

$$36\,000\ I = Ctj \quad \text{et} \quad j = \frac{\mathbf{36\,000\ I}}{\mathbf{Ct}}.$$

Problèmes. — Pendant combien de temps faut-il placer :

2049. — 1010 fr. à 3 °/₀ pour avoir 151f,50 d'intérêt ?

2050. — 1200 fr. à 5 °/₀ pour avoir 37f,50 d'intérêt ?

2051. — 1500 fr. à 4 °/₀ pour avoir 100 fr. d'intérêt ?

2052. — 2800 fr. à 4,5 °/₀ pour avoir 322 fr. d'intérêt ?

2053. — Pendant combien de temps faut-il placer à 5 °/₀ par an un capital de 2000 fr. pour en retirer un intérêt de 241f,50 ? (*E. P. S.*)

2054. — Une somme de 4735 fr. placée à 3 1/4 °/₀ a rapporté 843f,25 d'intérêt. Combien de temps a-t-elle été placée ? (*E. P. S.*)

2055. — Je place à 5 °/₀ une somme de 7200 fr. Au bout de combien de jours me sera-t-il dû 100 fr. d'intérêts ? (*E. P. S.*)

2056. — On a placé 7200 fr. à 4 °/₀ par an ; on a retiré, pour le capital et les intérêts simples réunis, 8116 fr. Pendant combien de temps le capital a-t-il été placé ? (*P. T. T.*)

2057. — Au bout de combien de temps les intérêts simples d'un capital placé au taux de 6 °/₀ par an forment-ils une somme égale à ce capital ? (*C. Compl.*)

2058. — Pendant combien de temps a été placée à 2 1/3 °/₀ l'an une somme de 1875 fr., qui a été remboursée par 2302 fr., capital et intérêts réunis ? (*E. P. S.*)

2059. — On a placé le même jour 2481 fr. à 4 °/₀ et 2508 fr. à 3 °/₀ l'an. On demande dans combien de temps ces capitaux augmentés de leurs intérêts respectifs donneront la même somme. L'année est formée de 12 mois de chacun 30 jours. (*B. E. Paris.*)

2060. — Une personne fait valoir deux capitaux, l'un de 5500 fr. à 4 °/₀, l'autre de 8000 fr. à 5 °/₀. Ce 2e capital n'étant placé que 4 ans 1/2 après le 1er, dans combien de temps après le 1er placement ces deux capitaux auront-ils rapporté le même intérêt ? (*B. E. Poitiers.*)

2061. — Un marchand qui possède 300 pièces de vin désire acheter, avec le produit de leur vente, une maison de 44850 fr. Mais, de cette vente, il n'a pu retirer qu'une somme telle que, pour acheter la maison, il faudra ajouter à cette somme 2/15 de sa valeur, plus 3370 fr. On demande : 1° le prix de vente de chaque pièce de vin ; 2° pendant combien de temps il devra placer à intérêts simples, à 4 °/₀, le produit de la vente, pour que les intérêts joints au capital constituent une somme égale au prix de la maison. (*B. E. Clermont.*)

2062. — Deux sommes, l'une de 12000 fr. et l'autre de 12800 fr., placées pendant le même temps, la 1re au taux de 5 °/₀ par an, la 2e au taux de 3 °/₀, ont acquis, au bout de ce temps, la même valeur par l'addition de l'intérêt au capital. 1° Quelle a été la durée du placement; 2° quelle est cette commune valeur acquise? (*B. E. Rennes.*)

2063. — Une personne place 5000 fr. à intérêts simples au taux de 3 °/₀. Neuf mois après, elle place de même 4800 fr. au taux de 4,50 °/₀. Au bout de combien de temps les intérêts simples de cette 2e somme seront-ils égaux à ceux qui ont été rapportés par la 1re jusqu'à la même époque ? (*C. Compl.*)

2064. — Une somme a été placée à 4 °/₀ pendant 2 ans et 5 mois et a produit un certain intérêt. Pendant combien de temps faudrait-il la placer à 3 3/4 °/₀ pour qu'elle rapportât le même intérêt? (*E. P. S.*)

***2065.** — Une personne place une somme de 15852 fr. à 4 °/₀, et, 65 jours après, elle place une autre somme de 16940 fr. à 4,25 °/₀. Au bout de combien de temps les deux sommes auront-elles produit des intérêts égaux? (*B. E. Grenoble.*)

***2066.** — Un homme emprunte 8000 fr. sous condition de payer un intérêt de 6 °/₀. Au bout de 3 mois, il donne un acompte de 5000 fr.; mais 2 mois après ce versement, il emprunte encore 1503f,80. Enfin, après un nouvel intervalle, il s'acquitte complètement, en donnant 4748f,10. Trouver le temps qui s'est écoulé depuis le jour de l'emprunt jusqu'au règlement définitif. (*B. E. Seine.*)

***2067.** — Une personne a emprunté, le 1er janvier, 10000 fr., dont elle doit servir les intérêts à 6 °/₀. Deux mois après, elle emploie la somme empruntée à une opération commerciale qui lui rapporte 9 °/₀ par an. Au bout de combien de temps ses bénéfices seront-ils équivalents aux intérêts dus pour la somme empruntée? (*B. E. Seine.*)

***2068.** — Une personne possède un capital de 28800 fr. placé à 3 °/₀. Huit mois après, elle fait un héritage de 27600 fr., qu'elle place à 4 °/₀. Au bout de combien de temps (ans, mois et jours) les intérêts de ces deux sommes seront-ils égaux? Ce temps sera compté à partir du moment où la personne hérite. Quelle est la fortune totale de cette personne au moment où les intérêts sont devenus égaux? (*B. E. Montpellier.*)

***2069.** — Un certain capital, placé à intérêts simples à 5 °/₀ pendant un temps inconnu, est devenu avec ses intérêts égal à 8712f,50. Le même capital, placé pendant le même temps à 4 °/₀, serait devenu avec ses intérêts égal à 8670 fr. Quel est ce capital et pendant combien de temps a-t-il été placé? (*E. N. Doubs.*)

***2070.** — La somme de deux capitaux est 357000 fr., et l'un d'eux vaut les 6/11 de l'autre. Le 1er étant placé au taux de 4,4, et le 2e, 45 jours après l'autre, au taux de 6,6 °/₀, au bout de combien de temps les deux capitaux auront-ils produit le même intérêt? (*B. E. Alger.*)

***2071.** — Une personne place 25320 fr. à 5 °/₀, et, 7 mois après, 21100 fr. à 7 °/₀. Calculer : 1° le temps au bout duquel les intérêts simples produits par les deux capitaux auront la même valeur; 2° le temps au bout duquel les deux capitaux, augmentés de leurs intérêts simples, auront acquis la même valeur. (*B. E. Aix.*)

Capital.

Problème. — Quel est le capital qui, placé à 4 °/₀, a rapporté 170 fr. d'intérêts en 8 mois?

Solution. — Le *nombre des centaines de francs du* **capital** est le quotient de l'*intérêt annuel* par le *taux* (4).

1. Intérêt annuel : $170^f : \frac{8}{12} = \frac{170^f \times 12}{8} = \frac{170^f \times 3}{2} = 255$ fr.

2. Nombre des centaines de francs du capital : 255 : 4.

$$\textbf{Capital :} \quad 100^f \times \frac{255}{4} = \mathbf{6\,375\ fr.}$$

Formule. — De la formule de l'intérêt : $I = \frac{Ctj}{36\,000}$, on tire :

$$36\,000\ I = Ctj \quad \text{et} \quad \mathbf{C = \frac{36\,000\ I}{tj}}.$$

Problèmes. — Quel capital faut-il placer pour avoir :

2072. — à 3,5 °/₀, 315 fr. d'intérêt en un an?

2073. — à 6 °/₀, 300 fr. d'intérêt en 5 mois?

2074. — à 3 °/₀, un revenu moyen de 2f,10 par jour?

2075. — à 4 °/₀, un intérêt de 80 fr. en 6 mois 20 jours?

2076. — Quelle est la somme dont le quart, placé à 4,50 °/₀, produit annuellement 303f,75 d'intérêt? (*E. P. S.*)

2077. — Une personne possède 3843 fr. de revenu, au taux de 3,5 °/₀. Le taux de l'intérêt étant abaissé à 3 °/₀, quelle somme devra-t-elle verser pour avoir le même revenu? (*Ec. Milit. de Versailles.*)

2078. — Un capital a été placé à 4 °/₀ le 17 mars, et il a été retiré le 8 février de l'année suivante. Quel est ce capital, sachant qu'on a reçu 49f,50 d'intérêt? (*E. P. S.*)

2079. — Une personne a vendu un champ de 3ha,2450 et a placé le produit de cette vente à 4 1/2 °/₀, l'intérêt devant lui être payé par trimestre. Sachant qu'elle a reçu 107f,085 pour un trimestre d'intérêts, quel a été le prix de vente de l'are de ce champ? (*B. E. Montpellier.*)

2080. — Une personne qui devait payer une dette le 10 novembre ne l'a payée que le 9 janvier suivant, ce qui a augmenté la dette de 42 fr. d'intérêt. Le taux étant de 5 °/₀, que devait cette personne?

2081. — Une personne place le tiers de sa fortune à 2f,80 °/₀ et a ainsi un revenu annuel de 1456 fr. A quel taux doit-elle placer le reste pour avoir un revenu total de 4680 fr.? (*E. P. S.*)

2082. — On a vendu les 3/5 d'un pré à raison de 0f,32 le mètre carré; le reste, estimé le même prix, est loué 3 °/₀ de sa valeur et rapporte 60 fr. par an. Combien ce pré contenait-il d'hectares? (*E. P. S.*)

2083. — Un homme dit que s'il vendait sa terre à 56 fr. l'are et en plaçait le prix à 5 °/₀, il se ferait un revenu de 5250 fr. Or, la terre est louée actuellement 1f,65 l'are; calculer : 1° quel serait le prix de vente de la terre; 2° combien il reçoit pour le fermage. (*E. P. S.*)

2084. — Une personne place les 3/5 de son capital à 5 °/₀ et en tire un revenu de 750 fr.; le reste du capital est placé à 4 1/2 °/₀. Dire quel est son revenu et à quel taux unique elle devrait placer le capital tout entier pour obtenir le même intérêt. (*B. E. Caen.*)

2085. — Un ouvrier travaille 320 jours par an. Il emploie pour sa nourriture pendant toute l'année 2/5 de son salaire, pour son logement 1/10, pour ses vêtements 1/4, et 1/8 pour frais divers. Il place le reste à la Caisse d'épargne à 3 °/₀ et retire au bout de l'année 12 fr. d'intérêts. Quel est le salaire journalier de cet ouvrier? (*E. P. S.*)

2086. — Un propriétaire, ayant vendu son domaine, s'est fait une rente annuelle de 2056 fr. en plaçant les 2/3 du produit de la vente à 4 °/₀. Quelle était, en hectares, ares et centiares, l'étendue de la propriété, le prix du mètre carré étant de 0f,24? (*Ec. d'agriculture.*)

2087. — Un homme, en mourant, a laissé la moitié de sa fortune à son frère, les 2/5 à sa sœur et le restant à son neveu. Ce dernier, ayant placé à 4 °/₀ la part qui lui avait été léguée, s'est fait un revenu annuel de 720 fr. A combien s'élevait la fortune du défunt? (*E. P. S.*)

2088. — Une personne qui peut disposer d'un certain capital en prend les 3/5 pour l'achat d'une propriété, les 2/9 pour l'acquisition d'une maison, et place le reste à 5 °/₀ pendant 9 mois. Ce placement lui rapporte 750 fr. Quel est le capital de cette personne? Quelle est la valeur de la propriété et quelle est celle de la maison? (*E. P. S.*)

2089. — Un instituteur dépense les 3/7 de son traitement pour sa nourriture, puis 1/15 de ce qui lui reste pour son entretien; enfin, il envoie à sa famille la moitié du nouveau reste. A la fin de l'année, il se trouve avoir économisé une somme qui, placée à intérêts simples au taux de 4,5 °/₀, lui rapporte 90 fr. au bout de 2 ans et demi. Quel est le traitement de cet instituteur? (*B. E. Alger.*)

2090. — Une maison est louée 800 fr. par an. Les impôts, à la charge du propriétaire, sont de 92 fr., et les dépenses d'entretien s'élèvent annuellement à 100 fr. en moyenne. Quelle est la valeur de cette maison, sachant que son revenu net est de 3,20 °/₀? (*B. E. Dijon.*)

2091. — On a partagé une somme entre trois personnes de telle sorte que la 2e a eu les 0,75 de la part de la 1re, et la 3e les 8/9 de la part de la 2e. Avec ce qui lui revient, la 3e personne achète une petite propriété dont le revenu est de 200f,96, et elle a ainsi placé son argent à 3,20 °/₀. Calculer chacune des trois parts. (*E. P. S.*)

***2092.** — On place un certain capital qui rapporte un intérêt annuel de 5000 fr. Si le taux était augmenté de 1 fr., l'intérêt annuel serait augmenté de 1000 fr. Quel est le capital et à quel taux est-il placé? (*C. E. P. S.*)

***2093.** — Une personne a acheté un terrain à 7500 fr. l'hectare. Elle en a vendu les 2/3 à 9125 fr. l'hectare et le reste en tout pour 2763f,90. Elle a fait ainsi un bénéfice total égal aux 2/11 du prix de vente du terrain, et ce bénéfice, placé à 3 °/₀, lui a rapporté en 20 mois 74f,70 d'intérêt. Quelle était la superficie du terrain? Combien la personne l'avait-elle payé? — Vérification. (*Coll. Chaptal.*)

***2094.** — Deux marchands ont mis dans les affaires des capitaux égaux qui rapportent le même revenu. Le 2e économise annuellement les 2/11 du sien. Le 1er, qui dépense par an 600 fr. de plus que le 2e, se trouve avoir, au bout de 3 ans, 1140 fr. de dettes. Quelle est la somme placée par chacun des deux marchands, en supposant qu'elle leur rapporte 6,95 °/₀ par an? (*C. E. P. S.*)

***2095.** — Un spéculateur augmente sa fortune, pendant la 1re année, des 5/14 de ce qu'elle était; l'année suivante, des 6/19 de ce qu'elle était à la fin de la 1re année, et, la 3e année, il l'augmente des 11/25 de ce qu'elle était à la fin de la 2e année. De cette manière, il réalise un capital qui, placé à 3 1/2 °/₀ par an, rapporte 2520 fr. Quelle était sa fortune primitive? (*B. E. Seine.*)

Capital primitif.

Problèmes. — 2096. — Une somme placée à 3 °/₀ pendant 4 ans 2 mois a acquis une valeur de 1575 fr. (capital et intérêts réunis). Quel était le capital primitif?

Solution. — Le *nombre des centaines de francs* du **capital primitif** est le quotient de sa *valeur acquise* (1575 fr.) par la *valeur qu'acquièrent* 100 *fr.* dans le même temps (4 ans 2 mois).

1. La *valeur acquise par* 100 *fr.* est la somme de 100 fr. et des intérêts de 100 fr. en 4 ans 2 mois.

a) 4 ans 2 mois $= 12 \times 4 + 2 = 50$ mois.

b) Intérêts de 100 fr. $= 3^f \times \frac{50}{12} = \frac{50^f}{4} = 12^f,50$.

c) Valeur acquise par 100 fr. $= 100^f + 12^f,50 = 112^f,50$.

2. *Nombre des centaines de francs* du capital primitif : 1575 : 112,50.

Capital primitif : $100^f \times \frac{1575}{112,5} =$ **1400 fr.**

2097. — Un capital inconnu a été placé à intérêt simple, pendant 3 mois, au taux de 2 1/2 °/₀ ; on ajoute alors l'intérêt produit au capital primitif, et on obtient 483 fr. Trouver la valeur du capital.

2098. — Une personne emprunte une certaine somme et, au bout de 8 mois, elle rembourse le capital avec les intérêts à 5,25 °/₀ en donnant 2587f,50. Quel était le capital emprunté? (*E. P. S.*)

2099. — Une personne place son avoir à 3 1/2 °/₀ et s'absente pendant 6 ans. A son retour, elle reçoit pour la somme placée et ses intérêts simples un total de 16940 fr. Quel était l'avoir de cette personne lors de son départ? (*E. P. S.*)

2100. — Une somme a été déposée chez un banquier où elle porte intérêts à 3 °/₀. On la retire au bout de 255 jours, et l'on touche 2859f,50 pour le capital et les intérêts. Quelle somme avait-on placée?

2101. — Quel est le capital qui, placé à 6 °/₀ par an pendant 3 ans 4 mois, est devenu, au bout de ce temps, capital et intérêts compris, 29400 fr.? (*P. T. T.*)

2102. — Une personne place une somme inconnue à 3 °/₀. Au bout de 2 ans 3 mois 20 jours, elle la retire et place le capital et les intérêts produits dans une entreprise, à 6 °/₀. Quelle était la somme primitive, si on lui donne alors par an 769f,80 d'intérêt? (*B. E. Caen.*)

2103. — Quelle somme faut-il placer à 5 °/₀ pendant 1 an pour avoir, capital et intérêts compris, de quoi acheter 275 hl. de blé pesant chacun 75kg,6, à raison de 24f,50 le quintal? (*E. P. S.*)

2104. — Une personne ayant emprunté à 4 1/2 °/₀ par an une certaine somme le 1er février 1897 a rendu le 17 avril de la même année, pour le capital et les intérêts, 646 fr. Quelle somme avait-elle empruntée?

2105. — J'aurai à payer dans 8 mois 517f,29 pour une somme que j'emprunte. On me compte l'intérêt à 5 °/₀ plus 1/8 °/₀ pour frais de commission. Quelle est la somme que j'emprunte? (*C. Compl.*)

2106. — Une personne dispose d'un certain capital qu'elle place à 4 1/2 °/₀. Elle le retire au bout de 3 ans 8 mois, et avec le capital et les intérêts réunis elle achète une propriété de 8 ha. 7 a., à 0f,32 le mètre carré. De quel capital disposait cette personne? (*B. E. Aix.*)

2107. — Un propriétaire vend un terrain de 8ha,24. Les 4/9 du prix total de vente forment une somme qui, placée à intérêts simples pendant 3 ans et 8 mois, à 4,50 °/o, est devenue 12582 fr., capital et intérêts compris. Calculer le prix du mètre carré de terrain. (*B. E. Bordeaux.*)

2108. — Une personne prête une somme, pendant 8 mois, au taux de 3 1/2 °/o. Au bout des 8 mois, on lui remet 15350 fr., capital et intérêts réunis. Quelle somme avait-elle prêtée? A quel taux cette même somme aurait-elle été placée si la personne avait reçu, au bout de 8 mois, 15400 fr. au lieu de 15350 fr.? (*B. E. Poitiers.*)

2109. — Une personne prête une certaine somme à 4 °/o. Au bout de 3 ans et 3 mois, on la lui rend avec les intérêts simples. Elle place alors le tout dans une industrie qui lui donne 6 °/o et elle obtient un revenu lui permettant de dépenser 254f,25 par mois. On demande quel était le capital primitif. (*Saint-Maixent.*)

***2110.** — Une personne partage son capital en trois parts qui sont proportionnelles aux fractions 5/6, 2/5 et 8/9. La 3e part, placée à 4 °/o pendant 2 ans 6 mois, est devenue, augmentée de ses intérêts simples, 66000 fr. Calculer la valeur du capital. (*B. E. Lyon.*)

***2111.** — A la fin de l'année, je devais payer une somme de 1560 fr., comprenant le capital et les intérêts d'un an au taux de 4 °/o. Je me libère par anticipation en payant 1537f,50. De combien de mois ai-je avancé la date du payement? (*C. E. P. S.*)

***2112.** — Une personne achète une propriété; les frais divers se sont élevés à 1/12 du prix de vente. Cette personne ne peut se libérer que 18 mois après, et le notaire, lui faisant payer les intérêts simples à 5 °/o de toutes les sommes dues, lui réclame 97825 fr. Quel a été le prix de vente de la propriété? (*B. E. Alger.*)

***2113.** — Une personne consacre les 3/8 d'un héritage qu'elle vient de faire au payement d'une dette. Avec les 4/15 du reste, elle achète un trousseau à sa fille. Ayant placé ce qui lui reste alors au taux de 5 °/o, elle possède au bout d'un an, capital et intérêt compris, 3465 fr. Calculer la valeur de l'héritage. (*B. E. Nancy.*)

***2114.** — Un propriétaire possède un terrain rectangulaire ayant 45m,60 de long et 26m,50 de large. Il le vend, emploie les 2/3 de l'argent qu'il reçoit à payer une dette et place le reste à 4 °/o. Au bout d'un an 3 mois 10 jours, il retire 6350f,80, capital et intérêts compris. On demande combien le propriétaire avait vendu le mètre carré de son terrain. (*E. P. S.*)

***2115.** — Un propriétaire achète à crédit, à raison de 5400 fr. l'hectare, deux terrains dont le 2e a la moitié de la contenance du 1er plus 3 ares. Au bout de 15 mois, il paye, prix d'achat et intérêt à 4 °/o compris, la somme de 13948f,20. On demande les surfaces de ces deux terrains. (*B. E. Montpellier.*)

***2116.** — Un fonctionnaire de l'Etat dont le traitement est soumis à la retenue de 5 °/o a économisé en 1900 les 2/5 de ce qu'il a touché, moins 124 fr. Il a placé lesdites économies à une caisse d'épargne où elles ont produit intérêt à 4 °/o à partir du 1er janvier 1901. Après 7 mois 1/2, il a retiré la somme déposée et les intérêts, formant un total de 1353 fr. On demande le chiffre de son traitement. (*B. E. Seine.*)

***2117.** — On a partagé une certaine somme entre quatre personnes : la 1re a eu les 2/9 de la somme totale; la 2e, les 2/5 du reste, et la 3e, les 3/7 du 2e reste; la 4e a eu le reste de la somme. Sachant que la part de la 4e, placée au taux de 4 °/o, est devenue au bout de 5 mois, capital et intérêt compris, 2440 fr., calculer : 1° la somme qui a été partagée; 2° la valeur de chacune des parts. (*B. E. Toulouse.*)

Capitaux dans un rapport donné.

Problèmes. — 2118. — Une personne place les 3/4 d'un capital à 5 °/₀ et le reste à 4 °/₀. L'intérêt annuel ayant été de 380 fr., on demande la somme placée à chaque taux. (*E. P. S.*)

Explication. — A 5 ou à 4 °/₀, l'intérêt est les 5/100 ou les 4/100 du capital. L'*intérêt total* (380 fr.) est donc la somme des 5/100 des 3/4 et des 4/100 du quart du capital.

Le **capital** est le quotient de l'*intérêt* (380 fr.) par la *fraction du capital que cet intérêt représente.*

Autre méthode. — Les *intérêts* étant *proportionnels aux capitaux*, on peut **supposer** un capital total de **400 fr.** (Voir *Problème* 1668.)

Autre méthode. — On peut enfin chercher le **taux moyen** du placement.

2119. — La fortune d'une personne est partagée en deux parties égales : la 1re placée à 5 °/₀ rapporte par an 60 fr. de plus que la 2e, placée à 4,50 °/₀. Quelle est la fortune de cette personne? (*E. P. S.*)

2120. — Une personne place les 2/5 de sa fortune à 3 °/₀ et le reste à 4 °/₀. Le 2e placement lui rapporte 600 fr. de plus que le 1er. Quelle est sa fortune et quel est son revenu? (*B. E. Caen.*)

2121. — Une personne possédant un certain capital en place les 7/9 à 5 °/₀ pendant 3 ans et le reste à 4 °/₀ pendant le même temps. La différence des intérêts simples produits par les deux parts du capital est égale à 1 688f,85. Calculer la valeur de chacune des deux sommes placées. (*B. E. Bordeaux.*)

2122. — Les 5/6 d'un capital sont placés à 6 °/₀ et le reste à 4 1/2 °/₀. Les intérêts réunis de ces parties s'élèvent à 414 fr. au bout de 90 jours. Quel est le capital? (*Ec. Diderot.*)

2123. — Une personne qui avait d'abord placé les 5/7 de son avoir à 3 °/₀ et le reste à 5 °/₀ trouve plus avantageux de faire un placement unique à 4 °/₀. Elle gagne à cette opération une augmentation de revenu annuel égale à 172f,50. Quel est son avoir? (*B. E. Toulouse.*)

2124. — Une personne qui possédait 120 000 fr. a acheté une maison; puis elle a placé 1/3 du reste à 4 °/₀ et les deux autres tiers à 5 °/₀. Ces deux placements lui donnent un revenu annuel de 3 920 fr. Trouver les deux sommes placées et le prix de la maison. (*B. E. Grenoble.*)

2125. — Un rentier a placé les 2/3 d'un capital à 3 1/2 °/₀; les 3/5 du reste à 3 °/₀ et le reste à 2 1/2 °/₀. Trouver ce capital, sachant qu'il rapporte 921f,20 par an. (*E. P. S.*)

2126. — Un capital est divisé en deux parties telles que la 2e est les 4/5 de la 1re. On place la 1re part à 3 °/₀, et la 2e à 4 °/₀. On a alors un revenu annuel total de 1 550 fr. Calculer le capital placé, ainsi que chacune des parts. (*B. E. Seine.*)

***2127.** — Une personne possède 366 000 fr. Elle consacre une partie de cette somme à l'acquisition d'une maison et elle achète une propriété qui lui coûte les 5/8 du prix de la maison. Le reste, placé moitié à 5 °/₀ et moitié à 4,50 °/₀, lui donne un revenu annuel de 8 740 fr. Dire : 1° le prix de la maison; 2° celui de la propriété. (*C. E. P. S.*)

***2128.** — Une personne a placé 1/5 de son capital à 5 °/₀, et les 2/3 du reste à 4,50 °/₀. A quel taux a-t-elle dû placer le dernier reste pour avoir, avec ces trois placements, le même revenu que si le capital tout entier était placé à 4,12 °/₀? (*B. E. Seine.*)

***2129.** — Un rentier a placé 1/3 de sa fortune à 5 °/₀, les 2/5 à 4,50 °/₀ et le reste à 4 °/₀. Les deux premiers placements lui rapportent ensemble 1560 fr. 1° Quelle est la fortune de ce rentier? 2° Trouver chacun des trois placements. 3° Quel est le revenu total? (*B. E. Nancy.*)

***2130.** — Une personne fait deux parts de son capital : l'une est placée à 4 °/₀; l'autre, plus faible de 4200 fr., est placée à 3 °/₀. La différence des revenus annuels de ces deux parts est de 368 fr. Quel est le capital placé? Vérifier le résultat obtenu. (*B. E. Paris.*)

***2131.** — Trouver un capital tel que si on en place 1/6 à 3 °/₀, une moitié à 5 °/₀ et le reste à 6 °/₀, on obtienne, au bout de 4 mois, 1000 fr. d'intérêt. (*B. E. Grenoble.*)

***2132.** — Une personne consacre les 2/7 de son avoir à l'achat d'une maison; de ce qui lui reste elle fait deux parts, dont l'une est quadruple de l'autre. Elle place la plus petite part à 4 °/₀ et la plus grande à 3 °/₀, et ces deux placements lui rapportent 1808 fr. par an. Quel est son avoir? (*B. E. Aix.*)

***2133.** — Une personne a placé deux sommes, la 1re à 4 °/₀ et la 2e à 5 °/₀ par an. Au bout de 18 mois, elle a retiré 29920 fr., capitaux et intérêts simples compris. On demande quels étaient les deux capitaux placés, sachant que le 1er était les 3/4 du 2e. (*C. Compl.*)

***2134.** — Une personne possède un capital qu'elle divise en deux parties; elle place la 1re partie à 5 °/₀ pendant 1 an et 8 mois, et la 2e à 4 °/₀ pendant 2 ans et 6 mois. Les deux parties lui donnent un intérêt total de 1539 fr. Calculer le capital, sachant que la 2e partie est les 3/4 de la 1re. (*C. E. P. S.*)

***2135.** — Un rentier place un certain capital à 5 °/₀ pendant 3 ans et 2 mois. Il réunit alors le capital aux intérêts produits, puis place les 2/3 du tout à 6 °/₀ et le reste à 4,50 °/₀. Le revenu annuel total de ces deux derniers placements étant de 458f,70, on demande quel était le capital primitif. (*B. E. Seine.*)

***2136.** — Un capital est divisé en trois parties telles que la 2e est les 5/6 de la 1re, et la 3e les 4/5 de la 2e. On place la 1re à 3 °/₀, la 2e à 4 °/₀ et la 3e à 5 °/₀. On a alors un revenu annuel de 2900 fr. Trouver : 1° le capital total placé, 2° chacune des trois parts. (*B. E. Seine.*)

***2137.** — Une personne a fait trois parts de son capital. La 1re a été placée à 4,50 °/₀ pendant 3 ans et 8 mois; la 2e, qui est double de la 1re, a été placée à 5 °/₀ pendant 3 ans et 6 mois; enfin la 3e, qui est triple de la 2e, a été placée à 4 °/₀ pendant 3 ans et 9 mois. Les intérêts de ces divers capitaux se sont élevés à une somme totale de 14150 fr. Calculer les trois parts et le capital entier. (*B. E. Seine.*)

***2138.** — Un capital a fourni trois placements différents; les 2/3 ont été placés à 4 °/₀, 1/6 à 4 1/2 °/₀, le reste à 5 °/₀. Au bout de 16 mois on a retiré capital et intérêts simples, et on a touché 38991 fr. On demande : 1° quelle était la valeur du capital primitif; 2° à quel taux unique il eût fallu le placer tout entier pour arriver au même résultat au bout d'une année. (*E. N. Haute-Garonne.*)

***2139.** — Une personne a placé 1/4 de sa fortune à 4 °/₀ pendant 3 mois, plus les 2/3 du reste à 3 °/₀ pendant 8 mois, et enfin le reste à 4,25 °/₀ pendant 18 mois. Elle possède alors en tout, capital et intérêts réunis, 59238 fr. Quel était le montant de sa fortune? (*B. E. Nancy.*)

***2140.** — Une personne avait placé les 10/13 d'un capital à 2 1/2 °/₀ et le reste à 5 °/₀. Le capital, au bout d'un an, lui est remboursé avec ses intérêts. Elle prélève alors une somme de 10000 fr. et prête le surplus à 4 °/₀; le revenu est alors augmenté de 450 fr. Quel était le capital primitivement placé? (*B. E. Lyon.*)

Capitaux (*Fausse position, Partages,* etc.).

I. **Problèmes.** — **2141.** — Un rentier a 36000 fr. dont une partie placée à 4 1/2 °/₀ et l'autre à 6 °/₀; il en retire le même intérêt que si toute la somme était placée à 5 °/₀. Combien ce rentier a-t-il placé à 4 1/2 et combien à 6 °/₀? (*E. P. S.*)

2142. — Une personne place une partie de son capital à 5 °/₀ et l'autre à 4 °/₀. Son revenu annuel est de 3700 fr. Ce revenu serait de 3860 fr. si la somme placée à 4 °/₀ était placée à 5 °/₀ et réciproquement. Trouver le capital et les deux parties. (*B. E. Lyon.*)

2143. — On partage un capital de 43000 fr. en deux parties que l'on place à intérêts simples, la 1re à 3 °/₀ l'an, la 2e à 3,50 °/₀ l'an. Au bout de 15 mois la somme des intérêts des deux parties du capital est de 1837f,50. Trouver les deux parties du capital. (*B. E. Rennes.*)

2144. — Une personne place une partie de sa fortune à 5 °/₀ et l'autre à 3 °/₀; de cette manière elle se fait un revenu de 2587 fr. Quelles sont les deux sommes ainsi placées, sachant que si la somme qui rapporte 3 °/₀ avait été placée à 5, et celle qui rapporte 5 °/₀ avait été placée à 3, le revenu eût diminué de 334 fr.? (*B. E. Rennes.*)

2145. — Une personne a un capital de 100000 fr. Elle en fait deux parts : la 1re est placée à 4 °/₀, la 2e à 5,8 °/₀. Le revenu total étant de 5135f,80, on demande quelles sont les deux parts. (*Chem. de fer.*)

2146. — On dispose d'un capital de 20000 fr. qu'on divise en deux parties placées, la 1re à 3 °/₀, la 2e à 4 °/₀. La 2e partie rapporte en 1 an 140 fr. de plus que la 1re en 6 mois. Faire connaître la somme placée à 4 °/₀ et la somme placée à 3 °/₀. (*B. E. Paris.*)

2147. — Une personne emploie les 5/11 de sa fortune à acheter un terrain de 175 a. à 8500 fr. l'hectare. Le reste de son argent est partagé en deux parts placées l'une à 5 °/₀, l'autre à 4 °/₀. L'intérêt total annuel de ces deux sommes est 800 fr. Calculer la fortune totale et chacune des parts. (*E. P. S.*)

***2148.** — Deux capitaux ont été placés pendant 2 mois, l'un à 3 °/₀ l'an et l'autre à 5 °/₀ l'an, et la somme des intérêts rapportés est 106 fr. Si, pendant 4 mois, on avait placé le 1er à 5 °/₀ et le 2e à 3 °/₀, la somme des intérêts rapportés aurait été de 204 fr. Quels sont ces capitaux? (*B. E. Seine.*)

***2149.** — Une personne a divisé un capital de 42000 fr. en deux parties; elle a placé la 1re à 6 °/₀ pendant 84 jours, la 2e à 4 °/₀ pendant 72 jours. La somme des intérêts est 446f,40. Trouver le montant des sommes placées. (*B. E. Lyon.*)

***2150.** — Une personne qui vient de faire un héritage en fait deux parts : elle place la 1re à 3 °/₀, la 2e à 4 °/₀ et elle se procure ainsi une rente de 2500 fr. Si elle n'avait placé que le cinquième de la 1re à 3 °/₀ et les 3/4 de la seconde à 4 °/₀, elle n'aurait eu que 1050 fr. de rente. Quelle est la valeur de son héritage? (*B. E. Seine.*)

***2151.** — On a payé 8000 fr. un champ de 3 ha. 9 a. Une partie de ce champ, ensemencée en blé, donne un revenu net de 4,5 °/₀; l'autre partie, ensemencée en seigle, ne donne que 3,5 °/₀. Le revenu total ayant été de 315 fr., on demande quelle est la superficie de chacune des deux parties. (*E. N. Nord.*)

***2152.** — On a placé trois capitaux, le 1er à 4 °/₀ pendant 8 mois, le 2e à 5 °/₀ pendant 4 mois, le 3e à 6 °/₀ pendant 5 mois. La somme des intérêts produits par le 1er et le 2e est 332 fr.; par le 2e et le 3e, 380 fr.; par le 3e et le 1er, 432 fr. Quels sont ces capitaux? (*B. E. Seine.*)

II. **Problèmes.** — **2153.** — Partager 28000 fr. en deux parties, de manière que l'une, placée à 4 °/₀ par an, produise autant d'intérêt que l'autre placée à 3 °/₀ pendant le même temps.

Explication. — Les **3/100 du 2e capital** égalent les **4/100 du 1er**, donc le **2e capital est les 4/3 du 1er**, et la somme de **28000 fr. est les 7/3 du 1er capital.**

Autre méthode. — Le *capital* nécessaire pour produire un intérêt donné est *inversement proportionnel au taux.* Il faut donc **partager 28000 fr. en parties inversement proportionnelles à 4 et 3.**

Autre méthode. — 300 fr. à 4 °/₀, de même que 400 fr. à 3 °/₀, rapportent $3 \times 4 = 12$ fr. On peut donc résoudre le problème en **supposant un intérêt annuel de 12 fr.**

2154. — Une personne, qui possède 39000 fr., désire en faire deux placements : l'un à 3 °/₀, et l'autre à 3 1/2 °/₀, de manière que chacun d'eux lui rapporte le même revenu. Quel doit être le montant de chacun de ces placements? (*B. E. Seine.*)

2155. — Un capital est placé à 4 °/₀ ; un 2e capital, qui surpasse le 1er de 3000 fr., est placé à 3 °/₀. Les revenus de ces capitaux sont égaux. Quels sont ces capitaux? (*E. P. S.*)

2156. — On veut avec 47000 fr. faire trois placements : l'un à 3 °/₀, le 2e à 4 °/₀ et le 3e à 5 °/₀, de manière que chacun produise le même revenu. Quels sont ces trois placements? (*B. E. Bordeaux.*)

2157. — Une personne divise une somme de 2400 fr. en deux parties. Elle place la 1re à 6 °/₀ et la 2e à 4 °/₀. Sachant que la 2e a rapporté en un an le double de ce qu'a rapporté la 1re, calculer à combien s'élève le revenu total de la personne. Vérifier. (*B. E. Paris.*)

2158. — Deux capitaux s'élevant ensemble à 1026 fr. ont été placés de la manière suivante : le 1er à 6 °/₀ pendant 45 jours ; le 2e à 4 °/₀ pendant 75 jours. L'intérêt a été le même dans les deux cas. Quels sont les capitaux et quel est l'intérêt commun? (*B. E. Seine.*)

2159. — Partager 4200 fr. en deux parties telles qu'en ajoutant à chacune l'intérêt qu'elle produit en un an, la 1re étant placée à 4 °/₀, la 2e à 6 °/₀, on ait des sommes égales. (*B. E. Montpellier.*)

***2160.** — Une personne place les 3/7 de sa fortune à 5 °/₀ et divise le reste en deux parts qu'elle place, la 1re à 6 °/₀ et la 2e à 3 °/₀. Elle se fait ainsi un revenu de 9300 fr. On demande de calculer cette fortune, sachant que les deux derniers placements produisent le même revenu. (*B. E. Seine.*)

***2161.** — Deux sommes diffèrent de 580 fr. La plus petite, placée à 4,5 °/₀ pendant 16 mois, produit le même intérêt que l'autre, placée à 4 °/₀ pendant 1 an. Quelles sont les deux sommes? (*B. E. Seine.*)

***2162.** — Un héritage de 500000 fr. a été partagé entre trois personnes, de telle sorte qu'en ajoutant à chaque part l'intérêt qu'elle produit en 1 an, la 1re à 3 °/₀, la 2e à 4 °/₀, la 3e à 5 °/₀, on obtient trois sommes égales. Déterminer les trois parts. (*B. E. Toulouse.*)

***2163.** — Trois personnes se partagent inégalement une certaine somme. La 1re dépense les 3/8 de sa part et place le reste à 4 °/₀ ; la 2e dépense les 2/5 de la sienne et place le reste à 5 °/₀ ; enfin la 3e dépense les 2/7 de la sienne et place le reste à 4,5 °/₀. Ces trois personnes touchent le même intérêt annuel. Quelle était la somme à partager et quelles étaient les parts primitives de chaque personne, sachant que la 1re avait reçu 1500 fr. de plus que la 2e? (*B. E. Toulouse.*)

* *Intérêts composés.*

248. — Un capital est placé à **intérêts composés** lorsqu'à la fin d'une période déterminée — une année en général — les *intérêts s'ajoutent au capital pour produire* eux-mêmes *intérêts.*

Les **intérêts** sont **simples** lorsqu'ils ne s'ajoutent pas au capital pour *produire eux-mêmes intérêts.*

Valeur, à la fin de *n* années, de 1 franc placé à intérêts composés.

ANNÉES *n*	TAUX DE L'INTÉRÊT				
	3	3 1/2	4	4 1/2	5
1	1,030 000	1,035 000	1,040 000	1,045 000	1,050 000
2	1,060 900	1,071 225	1,081 600	1,092 025	1,102 500
3	1,092 727	1,108 718	1,124 864	1,141 166	1,157 625
4	1,125 509	1,147 523	1,169 859	1,192 519	1,215 506
5	1,159 274	1,187 686	1,216 653	1,246 182	1,276 282
6	1,194 052	1,229 255	1,265 319	1,302 260	1,340 096
7	1,229 874	1,272 279	1,315 932	1,360 862	1,407 100
8	1,266 770	1,316 809	1,368 569	1,422 101	1,477 455
9	1,304 773	1,362 897	1,423 312	1,486 095	1,551 328
10	1,343 916	1,410 599	1,480 244	1,552 969	1,628 895
11	1,384 234	1,459 970	1,539 454	1,622 853	1,710 339
12	1,425 761	1,511 069	1,601 032	1,695 881	1,795 856
13	1,468 534	1,563 956	1,665 074	1,772 196	1,885 649
14	1,512 590	1,618 695	1,731 677	1,851 945	1,979 932
15	1,557 967	1,675 349	1,800 944	1,935 282	2,078 928
16	1,604 706	1,733 986	1,872 981	2,022 370	2,182 875
17	1,652 848	1,794 676	1,947 901	2,113 377	2,292 018
18	1,702 433	1,857 489	2,025 817	2,208 479	2,406 619
19	1,753 506	1,922 501	2,106 849	2,307 860	2,526 950
20	1,806 111	1,929 789	2,191 123	2,411 714	2,653 298
21	1,860 295	2,059 432	2,278 768	2,520 241	2,785 963
22	1,916 103	2,131 512	2,369 919	2,633 652	2,925 261
23	1,973 587	2,206 114	2,464 716	2,752 166	3,071 524
24	2,032 794	2,283 328	2,563 304	2,876 013	3,225 100
25	2,093 778	2,363 245	2,665 836	3,005 434	3,386 355
26	2,156 591	2,445 959	2,772 470	3,140 679	3,555 673
27	2,221 289	2,531 567	2,883 369	3,282 010	3,733 456
28	2,287 928	2,620 172	2,998 703	3,429 700	3,920 129
29	2,356 566	2,711 878	3,118 651	3,584 036	4,116 136
30	2,427 262	2,806 794	3,243 398	3,745 318	4,321 942

Problème. — Calculer ce que devient un capital de 4000 fr. placé à intérêts composés pendant 3 ans au taux de 5 °/₀.

Solution. — La **somme obtenue à la fin de la 3e année** est égale à la *valeur acquise en 3 ans par 1 fr.* multipliée par le *nombre de francs du capital* (4000).

1. Valeur acquise par 1 fr. :

a) A la fin de la 1re année, 1 fr. devient : $1^f + 0^f,05 = 1^f,05$;
b) ... 2e année ... : $1^f,05 \times 1,05 = 1^f,05^2$;
c) ... 3e année ... : $1^f,05 \times 1,05^2 = 1^f,05^3$.

2. **Valeur acquise par 4000 fr. :**

$$1^f,05^3 \times 4000 = 1^f,157625 \times 4000 = \mathbf{4630^f,50}.$$

Autre méthode. — On pourrait calculer ce que devient le capital après la 1re année de placement, après la 2e année et enfin après la 3e année.

1° A la fin de la 1re *année*, 4000 fr. deviennent :

$$4000^f + 5^f \times 40 = 4200 \text{ fr.};$$

2° A la fin de la 2e année, 4000 fr. deviennent :

$$4200^f + 5^f \times 42 = 4410 \text{ fr.}$$

3° **A la fin de la 3e année,** 4000 fr. deviennent :

$$4410^f + 5^f \times 44,1 = \mathbf{4630^f,50}.$$

Formule. — Si l'on représente le *capital* placé à intérêts composés par *a*, la *durée* du placement par *n*, le *taux* pour 1 fr. par *r*, on a :

Valeur acquise par *a*, *à la fin de la 1re année :* $a(1+r)$;
— — *à la fin de la 2e année :* $a(1+r)^2$;

et la **valeur A** acquise par *a*, à la **fin de la ne année,** est égale à :

$$\mathbf{A = a(1+r)^n}.$$

Problèmes. — 2164. — Combien reçoit-on, capital et intérêts composés réunis, lorsque l'on place 4200 fr. pendant 4 ans au taux de 3 °/₀ par an?

2165. — Que deviendra une somme de 1000 fr. placée à intérêts composés pendant 5 ans au taux de 5 °/₀? (*E. P. S.*)

2166. — Quelle est au bout de 4 ans la somme produite par le placement annuel de 100 fr. à intérêts composés au taux de 4 °/₀, les placements se faisant au début de chaque année? (*E. P. S.*)

2167. — Quelle somme faut-il placer à 5 °/₀ pour obtenir 6000 fr. au bout de 4 ans, en laissant les intérêts se capitaliser?

* *Revision.*

Problèmes. — 2168. — Trouver les formules qui donnent la valeur : 1° de l'intérêt I ; 2° du capital A ; 3° du taux *i* ; 4° du temps *t* exprimé en fraction d'année. (*C. Compl.*)

2169. — Deux personnes ont placé leur fortune : la 1re à 5 °/₀, la 2e à 6 °/₀. Le revenu de la 2e surpasse celui de la 1re de $1559^f,60$, et sa fortune surpasse celle de la 1re de 22120 fr. Calculer les fortunes des deux personnes. (*B. E. Grenoble.*)

2170. — Un capital de 30000 fr. a été placé partie à 5 °/₀, partie à 3 °/₀. L'intérêt annuel produit par la 1re somme surpasse de $319^f,20$ l'intérêt de la 2e. Quelles sont ces deux sommes? (*B. E. Seine.*)

2171. — Une personne laisse, en mourant, la moitié de sa fortune à son frère, les 2/5 du reste à sa sœur, et le restant à son neveu, qui, ayant placé la part qui lui a été léguée à 4 °/₀, se fait un revenu mensuel de 120 fr. A combien s'élevait la fortune totale? (*E. P. S.*)

2172. — Une personne divise sa fortune en deux parties : la 1re, qui en est le quart, est placée à 3f,50 °/₀ et rapporte 1347f,50 d'intérêt annuel. A quel taux doit-elle placer la 2e partie pour que l'intérêt annuel total de sa fortune soit de 5782f,70? (*B. E. Rennes.*)

2173. — Deux capitaux, A et B, sont placés au même taux. A placé pendant 6 mois rapporte 605 fr. et B placé pendant 8 mois rapporte 480 fr. 1° Trouver l'intérêt annuel rapporté par chacun des capitaux A et B. 2° Sachant que le capital A surpasse de 12250 fr. le capital B, trouver le taux commun auquel les capitaux ont été placés et les valeurs de chacun d'eux. Vérification. (*B. E. Seine.*)

2174. — Une vigne a une contenance de 196a,30; elle a coûté 8780 fr. Elle donne en moyenne 340 l. de vin par hectare; les frais de culture et les impositions s'élèvent à 170 fr. Combien le propriétaire doit-il vendre la pièce de vin de 225 l. pour que cette vigne rapporte net 3 °/₀ du prix d'achat? (*E. P. S.*)

2175. — On a placé, au même taux, d'abord 12000 fr. pendant 60 jours, puis 8000 fr. pendant 30 jours. Le 1er capital a rapporté 80 fr. de plus que le 2e. Quel est le taux? (*B. E. Alger.*)

2176. — Un 1er capital est placé à 4 °/₀. Un 2e capital, qui surpasse le 1er de 4000 fr., est placé à 3,5 °/₀. Les revenus de ces capitaux sont égaux. Quels sont ces capitaux? (*B. E. Rennes.*)

2177. — Une personne dispose d'un capital dont elle emploie les 2/5 à l'acquisition d'un terrain ayant une superficie de 2 ha. 4 a. 20 ca. De la somme qui lui reste, elle fait deux parts égales, qu'elle place, l'une à 4 °/₀, l'autre à 4,5 °/₀. L'intérêt annuel rapporté par la dernière part surpasse de 21f,87 celui de la 1re; calculer le montant du capital primitif et le prix de l'are du terrain acheté. (*B. E. Besançon.*)

2178. — Un homme a fait de sa fortune deux parts, dont l'une est les 5/8 de l'autre. Il a placé la plus grande en valeurs industrielles qui lui rapportent 5 3/4 °/₀, et le reste en valeurs immobilières qui lui fournissent un intérêt de 5 1/4 °/₀. En 10 mois, le placement industriel a rapporté 2765 fr. de plus que les immeubles. Quel est le montant de chaque placement? (*B. E. Caen.*)

2179. — Un capital, augmenté de ses intérêts pendant 10 mois devient 1286f,50; augmenté de ses intérêts pendant 14 mois, il donne 1305f,10. Calculer le capital et le taux du placement. (*B. E. Poitiers.*)

2180. — Une personne ayant placé un certain capital au taux de 4 1/2 °/₀ le retire au bout de 8 mois et touche, pour le capital et les intérêts, la somme de 12360 fr. Elle garde les intérêts et replace le capital à 5 °/₀. On demande : 1° quel a été le capital placé chaque fois; 2° quel intérêt il a rapporté dans le 1er placement; 3° combien de jours le capital doit rester placé la 2e fois pour que l'intérêt soit le même que dans le 1er placement. (*B. E. Grenoble.*)

2181. — On place au même taux 437 fr. pendant 2 ans 4 mois et 612 fr. pendant 3 ans 7 mois. La différence des intérêts que rapportent ces deux sommes est 70f,40. Quel est le taux? (*E. P. S.*)

2182. — Deux personnes se sont partagé une somme de 62320 fr. d'après certaines conditions. La 1re place les 4/5 de sa part à 4 °/₀, la 2e, les 2/3 de la sienne à 3,50 °/₀. Toutes deux placent ce qui leur reste dans une même entreprise qui leur rapporte 15 °/₀ par an. Sachant que ce qu'elles ont placé dans cette entreprise forme un total de 15608 fr. Dire la part de chacune et son revenu annuel. (*B. E. Dijon.*)

2183. — Calculer : 1° par la méthode des nombres et des diviseurs fixes, l'intérêt de 5318f,50 à 4 1/2 °/₀ pendant 93 jours ; 2° par la méthode des parties aliquotes, l'intérêt de 8472f,80 à 3 °/₀ pendant 58 jours. (*C. E. P. S.*)

2184. — Une personne place une somme de 10500 fr. à 3 °/₀ ; 10 mois après, elle place à 4 °/₀ un capital de 9400 fr. Calculer au bout de combien de mois et jours les intérêts simples produits par les deux capitaux auraient acquis la même valeur. (*B. E. Bordeaux.*)

2185. — Les 5/8 d'un capital sont placés à 3 °/₀ et le reste à 4,5 °/₀. Un 2e capital, inférieur de 1500 fr. au 1er, est placé à 4 °/₀. Le revenu du 2e capital surpasse celui du 1er de 62f,50. Trouver les deux capitaux. (*B. E. Seine.*)

2186. — On place à 4 °/₀ les 4/5 d'un capital et le reste à 5 °/₀. L'intérêt que l'on retire annuellement est alors de 9240 fr. On demande le montant du capital placé et l'augmentation de revenu qu'on réaliserait si on plaçait ce capital à 5 °/₀. (*B. E. Aix.*)

2187. — Deux capitaux ont été placés pendant le même temps, le 1er à 3 °/₀, le 2e à 4,50 °/₀. Le 1er capital a produit 600 fr. d'intérêt ; le 2e capital, qui surpasse le 1er de 3600 fr., a rapporté 1008 fr. d'intérêt. On demande : 1° le temps pendant lequel ces capitaux ont été placés ; 2° le montant de chaque capital. (*B. E. Rennes.*)

2188. — Deux capitaux égaux étaient placés à 3,50 °/₀. On a augmenté l'un des 2/5 de sa valeur et diminué l'autre de 900 fr. La différence entre les intérêts des deux nouveaux capitaux pendant 3 mois et au même taux, 3,50 °/₀, étant 21 fr., quelle était la valeur des capitaux primitifs ? (*B. E. Seine.*)

2189. — Une personne place une partie de sa fortune à 5 °/₀ et une partie à 4 °/₀. Elle a ainsi 1980 fr. de revenu. Si la somme placée à 5 °/₀ l'était à 4 °/₀ et réciproquement, le revenu diminuerait de 90 fr. On demande les sommes placées. (*B. E. Chambéry.*)

2190. — Une personne place les 3/8 de sa fortune à 5 °/₀ et divise le reste en deux parts qu'elle place l'une à 4 °/₀ et l'autre à 3 °/₀. Les deux derniers placements produisent le même revenu et le revenu total de la personne est de 1125 fr. Calculer la fortune de cette personne. (*B. E. Rennes.*)

2191. — Une personne achète une maison et obtient de s'acquitter de la façon suivante : dans 8 mois elle fera un versement de 76797 fr., comprenant la moitié du prix d'achat et les intérêts du prix total calculés pour ces 8 mois à 4,5 °/₀. Elle fera ensuite un 2e et dernier versement de 73536f,75 comprenant la 2e moitié du prix d'achat et ses intérêts à 4,5 °/₀ calculés depuis la date du 1er versement. 1° Quel est le prix d'achat de la maison ? 2° Combien de temps après le 1er le 2e versement sera-t-il fait ? (*B. E. Seine.*)

2192. — Un individu a touché une certaine somme. Il place le tiers de cette somme à 3 °/₀ ; avec le quart de ce qui lui reste il achète une maison qu'il loue annuellement 1440 fr. nets, ce qui représente 6 °/₀ du prix d'achat ; enfin il place le reste à 5 °/₀ l'an. 1° Quelle somme a-t-il touchée ? 2° Quel est son revenu annuel ? 3° A quel taux aurait-il dû placer la somme totale pour avoir le même revenu ? (*B. E. Seine.*)

2193. — Deux rentiers ont placé leurs capitaux : le 1er, au taux de 3 °/₀, reçoit en 5 mois autant d'intérêt que le 2e en 1 an, au taux de 4 °/₀, et le total des deux capitaux est 63000 fr. Trouver le montant de chaque capital. (*B. E. Seine.*)

2194. — Deux capitaux font ensemble 25300 fr. Le 1er, placé à 4,5 °/₀ pendant 8 mois, a donné un revenu double de celui du 2e placé à 3 °/₀ pendant 5 mois. Quels sont les deux capitaux ? (*B. E. Seine.*)

2195. — Une personne place une partie de sa fortune à 5 °/₀ et l'autre à 4 °/₀, elle a ainsi 1240 fr. de revenu. Si la somme placée à 4 °/₀ l'était à 5 °/₀ et réciproquement, son revenu augmenterait de 40 fr. On demande les sommes placées à 5 °/₀ et à 4 °/₀. (*B. E. Seine.*)

2196. — On place un capital de 5000 fr. partie à 4 °/₀ et le reste à 5 °/₀. Pour les intérêts de chaque trimestre on reçoit 57f,50 en tout. Quel est le montant de chacun des placements partiels? (*B. E. Seine.*)

2197. — Un capital a été placé chez un banquier à intérêts simples à 4 °/₀. On le laisse d'abord pendant 3 ans 7 mois. Après cette période, le capitaliste retire 3500 fr. et il laisse la somme qui lui est encore due porter intérêt pendant 126 jours. Il fait alors régler son compte qui s'élève exactement à 6189f,456. On demande quel était le capital primitif. (*B. E. Toulouse.*)

2198. — Une personne, retirée des affaires, fait trois parts de son capital. La 1re, égale aux 5/12 du capital, est placée à 3 °/₀ l'an; la 2e, égale aux 3/8 du capital, est placée à 6 °/₀ l'an, et la 3e part à 5 °/₀. Calculer le revenu annuel de cette personne, sachant que la différence des intérêts produits par les deux 1res parts est 480 fr. (*B. E. Seine.*)

2199. — Une personne possède un capital qu'elle place pendant 2 ans, les 2/5 à 4 1/2 °/₀ et le reste à 6 °/₀. Au bout de ce temps, elle retire ce capital pour le replacer, avec les intérêts réunis, à 5 °/₀ pendant 9 mois 20 jours. Elle réalise finalement, en capital et intérêts, une somme de 12448f,38. Combien avait-elle placé à chacun des deux premiers taux? (*B. E. Aix.*)

2200. — Une personne achète, avec les 5/11 de sa fortune, un terrain à raison de 3825 fr. l'hectare. Elle emploie les 2/3 du reste à l'achat d'une maison. Il lui reste alors un certain capital dont elle place le tiers à 3,50 °/₀ et les 2/3 à 5 °/₀. Sachant qu'au bout de l'année elle retire, capital et intérêts, la somme de 37620 fr., on demande : 1° la fortune de cette personne; 2° la contenance du terrain en hectares, ares et centiares. (*B. E. Seine.*)

2201. — Deux personnes ont ensemble 25600 fr. La 1re place ses fonds à 4,5 °/₀ pendant 6 mois et reçoit un intérêt triple de celui que toucherait la 2e en plaçant ses fonds à 5 °/₀ pendant 3 mois. Quel est le capital de chacune d'elles? (*E. N. Mayenne.*)

2202. — Une personne emprunte 8000 fr. sous condition de payer un intérêt de 5 °/₀. Au bout de 3 mois, elle donne un acompte de 4950 fr.; mais 4 mois après ce versement, elle emprunte encore 2197f,50. Enfin, après un nouvel intervalle, elle s'acquitte complètement en donnant 5512f,50. Trouver le temps qui s'est écoulé depuis le jour de l'emprunt jusqu'au règlement définitif. (*C. Compl.*)

2203. — Une personne a divisé un certain capital en deux parties qui sont entre elles dans le même rapport que les deux fractions 3/5 et 6/7. La 1re de ces deux parties a été placée à 4 1/2 °/₀, et l'autre à 3 1/2 °/₀. Au bout de 20 mois, l'intérêt simple s'est élevé à 3724 fr. Quelles sont les deux sommes placées? Vérification. (*B. E. Grenoble.*)

2204. — Un capitaliste prête au même taux deux sommes dont le total s'élève à 28800 fr. La 1re somme lui rapporte 470f,25 en 9 mois 1/2, la 2e 390 fr. en 6 mois 2/3. Trouver le montant de chacun de ces prêts et le taux auquel ils ont été effectués. (*B. E. Chambéry.*)

2205. — Une personne possède un capital qu'elle divise en trois parties. Elle a placé la 1re à 5 °/₀, la 2e à 4 °/₀ et la 3e à 3 °/₀. Au bout d'un an elle retire les trois sommes placées augmentées de leurs intérêts respectifs, elle touche 15926f,40. Trouver les trois capitaux placés, sachant que le 1er est les 3/5 du 2e et que le 3e est égal à la somme des deux autres. (*B. E. Montpellier.*)

2206. — Une somme de 4856f,75 a été placée pendant une 1re période de temps à 4 1/2 °/o, et pendant une 2e période à 3 1/2 °/o ; l'intérêt rapporté a été le même pour chacune des périodes ; la durée totale des deux périodes réunies a été de 4 ans 3 mois 6 jours. Calculer la durée de chacune des périodes et la valeur commune de l'intérêt rapporté dans chacune d'elles. (*B. E. Rennes.*)

2207. — Un capital placé à 3 °/o pendant un certain temps est devenu 3675f,60, capital et intérêts réunis. Si on l'avait augmenté de 450 fr., il serait devenu dans les mêmes conditions 4135f,05. Quel est ce capital? Pendant combien de temps a-t-il été placé? (*E. P. S.*)

2208. — Une personne place un capital à 4,5 °/o et un deuxième à 4,2 °/o, dont la valeur est à celle du 1er dans le rapport de 7 à 18. Au bout de 9 mois, elle retire, capitaux et intérêts compris, 7748f,40. Combien cette personne avait-elle placé? (*B. E. Chambéry.*)

2209. — Un rentier a placé les 3/7 de son capital à 4,50 °/o, les 3/4 du reste à 3,50 °/o, et le reste à 3 °/o. Ce dernier placement lui est remboursé au bout de 9 mois et reste 3 mois improductif. Le revenu a été de 3192 fr. pour l'année. Quel est le capital? (*B. E. Seine.*)

2210. — Une personne possède un capital de 54800 fr. place à 3,75 °/o ; une autre personne jouit d'un revenu annuel de 2560 fr. produit par un capital placé à 3,20 °/o. On demande : 1° le revenu de la 1re personne et le capital de la 2e ; 2° les sommes égales dont il faut accroître chaque capital pour que les capitaux ainsi augmentés produisent le même revenu, les taux n'étant pas modifiés. (*B. E. Lille.*)

2211. — On a placé, à des taux différents, 840 fr. pendant 75 jours et 1050 fr. pendant 80 jours. Les intérêts ont été les mêmes dans les deux cas. On demande de calculer les taux, sachant que leur somme est égale à 10f,50. (*B. E. Seine.*)

2212. — Deux capitaux sont tels que le 1er rapporte au taux de 4 °/o pendant 7 mois autant que le 2e à 5 1/2 °/o pendant 6 mois. On sait, de plus, que la somme des intérêts de ces mêmes capitaux pour 10 mois — le 1er à 4 °/o, le 2e à 5 1/2 °/o — a été de 429 fr. Quels sont ces capitaux? (*B. E. Bordeaux.*)

2213. — Une personne place à 5 °/o une somme qu'elle retire quand l'intérêt simple produit atteint 1/8 du capital placé. Six mois plus tard, elle place au même taux une somme égale à la 1re qu'elle retire en même temps que celle-ci. Les deux capitaux augmentés de leurs intérêts s'élèvent ensemble à 12015 fr. Quels étaient-ils? (*B. E. Aix.*)

2214. — Une personne qui disposait d'un capital de 36500 fr. en a placé une partie à 3 °/o, une autre à 3,5 °/o et le reste à 4 °/o. Ces parties sont telles qu'elles donnent le même revenu annuel. Calculez la valeur de chacune d'elles et leur revenu total. (*B. E. Seine.*)

2215. — Une personne a emprunté une certaine somme dont elle s'est acquittée en trois payements égaux de 10626 fr. ; le 1er, effectué au bout d'un an, le 2e au bout de 2 ans et le 3e au bout de 3 ans. Quelle était la somme empruntée, le taux étant de 5 °/o, en ne tenant compte que des intérêts simples? (*B. E. Seine.*)

2216. — Une personne possède un capital de 24000 fr., placé à 4 1/2 °/o. A la fin de chaque année, au capital elle ajoute les intérêts, ainsi qu'une somme de 200 fr. On demande la somme obtenue à la fin de la 5e année, capitaux et intérêts réunis. (*B. E. Dijon.*)

2217. — Une personne doit 2900 fr. le 1er janvier ; ce jour-là elle ne paye que 670 fr. ; le 27 février suivant, elle paye 279 fr. ; le 30 mars 393 fr. ; le 16 mai 112 fr. ; le 14 août 249 fr. ; le 23 septembre 78 fr. ; enfin le 29 octobre elle se présente pour acquitter le reste et les intérêts à 4 1/2 °/o par an. Quel sera ce dernier payement? (*B. E. Alger.*)

ESCOMPTE

Escompte commercial.

Dans le commerce, au lieu de payer les marchandises comptant, on emploie généralement *des effets de commerce.*

249. — Un **effet de commerce** est un écrit d'après lequel un *débiteur* doit payer à un *créancier* une somme déterminée à une date fixée.

Les principaux effets de commerce sont :

le **billet à ordre,** promesse de paiement rédigée par le *débiteur* ;
la **traite,** invitation à payer rédigée par le *créancier.*

BILLET A ORDRE.

Paris, le 5 février 1911. B. P. F. 1324.

Au trente avril prochain, je paierai à M. Gervais, ou à son ordre, la somme de **mille trois cent vingt-quatre francs,** valeur reçue en marchandises.

DELORME,
8, rue de Rivoli.

250. — La *somme inscrite* sur un effet est sa **valeur nominale.**

La *date du paiement* s'appelle l'**échéance.**

Avant l'échéance, le propriétaire d'un effet de commerce peut le céder à une autre personne X... en l'**endossant,** c'est-à-dire en écrivant au dos de l'effet :

Payez à l'ordre de M. X..., valeur en espèces.
Paris, 20 mars 1911.

GERVAIS.

Le porteur d'un effet de commerce peut aussi le *négocier* ou le *faire escompter*, c'est-à-dire l'échanger chez un banquier contre une certaine somme qui est la *valeur actuelle* de l'effet.

251. — La **valeur actuelle** ou **valeur au comptant** d'un effet est égale à sa *valeur nominale diminuée d'une retenue* faite par le banquier et qu'on appelle *escompte commercial, escompte en dehors,* ou *escompte.*

252. — L'**escompte** prélevé sur un effet est égal à l'**intérêt** de la *valeur nominale* de cet effet pendant le temps qui doit s'écouler depuis le jour de l'escompte jusqu'au jour de l'échéance.

Remarque I. — Les *questions d'escompte* se ramènent aux *questions d'intérêt*. Pour les résoudre, on peut appliquer les *formules* de l'intérêt et employer les *méthodes commerciales* étudiées p. 224 et 225.

Remarque II. — Le banquier qui escompte un effet peut prendre :

1° un **droit de commission** qui est, en général, de 1/8 °/₀ de la valeur nominale et peut s'élever jusqu'à 1/2 °/₀ ;

2° un **change de place**, lorsque le billet est payable dans une ville autre que celle où réside le banquier, droit qui varie de 1/20 °/₀ à 2 °/₀ du montant de l'effet.

On appelle **agio**, le *total* de l'*escompte*, du *droit de commission* et du *change de place*.

Problèmes. — 2218. — Quelle est la valeur au comptant d'un effet de 1640 fr. payable le 18 août et qu'on fait escompter, à 4 1/2 °/₀, le 26 mai. Le banquier prélève 1/8 °/₀ de commission et 3/16 °/₀ de change de place.

Solution. — La **valeur au comptant** est égale à la *valeur nominale* diminuée de la *somme des retenues* du banquier (*agio*).

1° *Agio :*
- *a*) Escompte : du 26 mai au 18 août : $5+30+31+18=84$ j. $\frac{4^f,5\times1640\times84}{36000}=\frac{1640\times84}{8000}=17^f,22.$
- *b*) Commission : $16,40\times1/8=2^f,05$;
- *c*) Change : $16,40\times3/16=3^f,075$;
- *d*) En tout : $17^f,22+2^f,05+3^f,075=22^f,345$, soit $22^f,35$.

2° **Valeur au comptant :** $1640^f-22^f,35=$ **$1617^f,65$.**

2219. — Quel est, à 6 °/₀, l'escompte d'un billet de 687f,50 payable dans 47 jours ?

2220. — Calculer l'escompte, à 4 1/2 °/₀, d'un effet de 1148 fr., qui est payable le 10 avril et qui est négocié le 20 janvier précédent.

2221. — Le 10 novembre, on escompte à 5 °/₀ un billet de 3740f,60 payable le 15 janvier suivant. Calculer l'escompte par la méthode des parties aliquotes.

2222. — Quelle est la valeur actuelle d'un billet de 425 fr. payable dans 307 jours, le taux de l'escompte étant 6 °/₀ ? (*C. Compl.*)

2223. — Un effet de 955f,80 payable dans 82 jours est présenté à l'escompte. Le taux est de 4 °/₀ avec commission de banque de 1/4 °/₀. Calculer la valeur réelle du billet au jour de la présentation. (*E. P. S.*)

2224. — Quelle somme recevra-t-on pour un billet de 875f,80, payable le 30 septembre, négocié à 5 °/₀ le 20 juillet, si le banquier prélève 1/10 °/₀ de commission et 1/8 °/₀ de change de place ? (*E. P. S.*)

***2225.** — Le 18 mars 1911 on fait escompter à Paris à 4 °/₀ les effets suivants payables à Lyon : 1° un effet de 452 fr. payable le 17 avril 1911 ; 2° un effet de 1280 fr. payable le 15 mai 1911 ; 3° un effet de 850 fr. payable le 23 mai 1911 ; 4° un effet de 560 fr. payable le 7 juin 1911. Comme frais accessoires le banquier retient 1/4 °/₀ de change de place. Dresser le bordereau d'escompte par la méthode des nombres et des diviseurs. (*Ec. Commerc.*)

***2226.** — Deux maisons de banque échangent deux traites, l'une de 1335 fr. payable dans 20 jours, l'autre de 1380 fr. payable dans 90 jours. Quelle est celle qui redoit à l'autre, l'escompte étant de 6 °/₀ ? (*B. E. Alger.*)

Taux de l'escompte.

Problèmes. — 2227. — Un banquier a retenu 8f,90 d'escompte sur un billet de 1248f,60 payable dans 57 jours. Quel a été le taux de l'escompte?

2228. — Le 20 juillet, on a présenté à l'escompte un billet de 2540 fr. payable le 31 août suivant et le banquier a remis une somme de 2528f,15. Calculer le taux de l'escompte.

2229. — On présente à l'escompte un billet de 2000 fr. payable dans 38 jours. Le taux de l'escompte est de 6 °/₀; de plus, le banquier prélève 1/4 °/₀ de commission et 1/10 °/₀ pour autres frais. Quel est le taux véritable de l'escompte? (*C. Compl.*)

2230. — Un banquier a escompté un effet de 630 fr. L'escompte a été de 10f,50; il eût été de 9f,45 si l'échéance avait été avancée de 10 jours. A quel taux le billet a-t-il été escompté? (*C. Compl.*)

***2231.** — Deux billets, l'un de 864 fr. payable dans 48 jours, l'autre de 1296 fr. payable dans 73 jours, sont escomptés par un banquier. Le porteur reçoit 2142f,99. Dire le taux de l'escompte. (*B. E. Seine.*)

***2232.** — On remet à un banquier deux billets tirés sur la même personne : le 1er, de 552 fr. payable dans 7 mois, le 2e de 720 fr. payable dans 4 mois. Le banquier donne pour le tout une somme de 1238f,30. On demande quel est le taux d'après lequel ces deux billets ont été escomptés. (*B. E. Paris.*)

***2233.** — Deux personnes entrent chez un banquier, la 1re avec un billet de 1500 fr. payable dans 6 mois, la 2e avec un billet de 1470 fr. payable dans 10 jours. Le banquier escompte les deux billets au même taux et donne à la 2e personne 12f,55 de plus qu'à la 1re. Quel est le taux de l'escompte? (*B. E. Seine.*)

***2234.** — Trois billets, l'un de 500 fr., à 49 jours d'échéance; le 2e, de 1224 fr., à 62 jours; le 3e, de 915 fr., à 80 jours, sont présentés à l'escompte par le négociant qui les possède, et on lui paye en tout 2612f,96; quel est le taux de l'escompte? (*B. E. Dijon.*)

Echéance.

Remarque. — Le temps qui reste à courir depuis le jour de l'escompte jusqu'au jour de l'*échéance d'un billet dépasse rarement* 90 *jours*. Dans le **calcul** de ce **temps,** au lieu de prendre l'année, il sera préférable de prendre le **jour comme unité.**

2235. — Sur un billet de 1680 fr. escompté à 4 °/₀, un banquier a retenu 10f,08. Au bout de combien de temps ce billet était-il payable?

2236. — Dans combien de temps est payable un billet de 880 fr. qui vaut actuellement 872f,80, le taux de l'escompte étant de 4,75 °/₀?

2237. — Le 6 août, une personne reçoit 715f,20 en échange d'un billet à ordre de 720 fr. escompté à 6 °/₀. Quelle est la date de l'échéance de ce billet?

2238. — Sur un billet de 1540 fr. escompté à 6 °/₀, un banquier donne, le 23 mai, 1518f,44. Quelle est la date de l'échéance? (*E. P. S.*)

***2239.** — Le 10 juillet on négocie deux billets, l'un de 840 fr., l'autre de 1560 fr. Le 1er est payable 40 jours plus tôt que le 2e, et l'escompte du 2e surpasse de 24f,80 celui du 1er. Le taux étant de 6 °/₀, dire la date de l'échéance de chacun des billets. (*B. E. Bordeaux.*)

Valeur nominale.

Problèmes. — 2240. — Quelle est la valeur nominale d'un billet payable dans 48 jours, pour lequel un banquier me donne 1640 fr., l'escompte étant calculé au taux de 5 °/₀ ?

Explication. — La **valeur nominale** du billet est égale au quotient de sa *valeur actuelle* (1640 fr.) par la *valeur actuelle* de **1 fr.** escompté au même taux (5 °/₀) pour le même temps (48 j.).

2241. — Un billet, payé 60 jours avant son échéance, a subi un escompte de 24 fr. Le taux de l'escompte étant de 4 °/₀, quel était le montant du billet ?

2242. — Le 6 octobre, on a fait escompter un billet payable le 25 novembre suivant. Quel était le montant du billet, l'escompte au taux de 6 °/₀ étant de 3f,78 ?

2243. — Une personne présente à la banque un billet payable dans 36 jours, et reçoit, déduction faite de l'escompte, une somme de 2427f,80. On demande quelle était la valeur portée sur le billet, le taux d'escompte étant de 5 °/₀ par an. (*B. E. Grenoble.*)

2244. — Une personne présente à la banque le 20 juillet un billet payable le 25 août suivant et reçoit, déduction faite de l'escompte, une somme de 3429f,30. On demande quelle était la valeur portée sur le billet, le taux de l'escompte étant de 6 °/₀ par an. (*B. E. Grenoble.*)

2245. — Un marchand vend 25 sacs de café. On lui paye le tiers comptant et le reste en un billet à 3 mois, qu'il fait escompter de suite à 5,60 °/₀ et qu'on lui paye 1281f,80. Son bénéfice total est de 344f,30. Combien lui avait coûté chaque sac de café ? (*B. E. Seine.*)

2246. — On doit une somme de 15000 fr. qu'on voudrait solder en trois billets de même valeur nominale, payables respectivement dans 3 mois, 6 mois et 9 mois. Quel doit être le montant de ces billets, le taux de l'escompte commercial étant de 6 °/₀ par an ? (*E. P. S.*)

***2247.** — Un effet de commerce payable dans 36 jours a été présenté à un banquier qui, outre l'escompte à 6 °/₀, a prélevé une commission de 1/2 °/₀. Le banquier ayant payé 2749f,42, trouver la valeur nominale du billet. (*B. E. Seine.*)

***2248.** — Deux billets de même valeur nominale étaient payables l'un dans 3 mois, l'autre dans 50 jours ; le banquier, en les escomptant à 6 °/₀, a donné 5f,60 de plus pour le 2e que pour le 1er, trouver la valeur nominale de chaque billet. (*B. E. oral, Paris.*)

***2249.** — On présente à l'escompte deux billets payables dans 45 jours et dont les valeurs nominales diffèrent de 1500 fr. On reçoit pour les deux 5955 fr. Le taux de l'escompte étant 6 °/₀, quelles sont les valeurs nominales des deux billets ? (*B. E. Seine.*)

***2250.** — Une personne fait escompter deux billets : le 1er à 30 jours, le 2e à 50 jours, au même taux, 5 °/₀ ; la valeur nominale du 2e billet est les 3/4 de la valeur nominale du 1er. Trouver ces valeurs nominales, sachant que la somme des deux escomptes est égale à 13f,50. (*B. E. Seine.*)

***2251.** — Deux billets, dont l'un est payable au bout de 60 jours et l'autre au bout de 45 jours, sont escomptés ensemble au taux de 6 °/₀. La somme des valeurs nominales des deux billets est de 17000 fr. et la somme des escomptes est de 157f,50. Quel est le montant de chaque billet ? (*E. P. S.*)

* *Escompte rationnel.*

253. — La **valeur actuelle rationnelle** d'un billet est la *somme* qui, *augmentée de ses intérêts* calculés depuis la date de négociation jusqu'à la date de l'échéance, reproduit la *valeur nominale* du billet.

254. — **L'escompte rationnel** ou **en dedans,** qui est la *différence* entre la *valeur nominale* et la *valeur actuelle rationnelle,* est égal à l'*intérêt de cette valeur actuelle.*

Remarque. — Le problème de la *valeur actuelle rationnelle* n'est autre que celui du **capital primitif.** (Voir p. 232.)

Problème. — Calculer l'escompte rationnel à 4 1/2 °/₀ d'un effet de 1 640 fr. payable dans 84 jours.

Solution. — **L'escompte rationnel** est égal à la différence entre la *valeur nominale* de l'effet (1 640 fr.) et sa *valeur actuelle rationnelle.*

1. Le nombre des centaines de francs de la *valeur actuelle rationnelle* est le quotient de la valeur nominale (1 640 fr.) par la valeur nominale qui correspond à une valeur actuelle rationnelle de 100 fr.

a) Valeur nominale correspondant à 100 fr. de valeur actuelle :

$$\begin{cases} \text{Intérêt de 100 fr. en 84 j. :} & 4^f,50 \times 84/360 = 1^f,05\,; \\ \text{Valeur nominale :} & 100^f + 1^f,05 = 101^f,05. \end{cases}$$

b) Valeur actuelle du billet : $100^f \times (1\,640 : 101,05) = 1\,622^f,95$.

2. **Escompte rationnel :** $1\,640^f - 1\,622^f,95 = \mathbf{17^f,05}$.

Autre méthode : **L'escompte rationnel** est encore égal à :

$$\frac{1^f,05 \times 1\,640}{101,05} = 17^f,05.$$

Remarques. — I. L'*escompte commercial* du billet précédent est $17^f,22$. La **différence entre les deux escomptes** est donc peu sensible ($0^f,17$); mais l'escompte commercial conduit à des *calculs plus simples* que l'escompte rationnel, il permet aux banquiers de gagner du temps en faisant une opération qui est tout à leur avantage.

II. La **différence entre l'escompte commercial et l'escompte rationnel** est égale à l'**intérêt de l'escompte rationnel.**

On a, en effet :

Val. nominale — Val. actuelle rationnelle = Escompte rationnel.

L'*intérêt de la valeur nominale,* ou escompte commercial, moins l'*intérêt de la valeur actuelle rationnelle,* ou escompte rationnel, est donc égal à l'**intérêt de l'escompte rationnel.**

Problèmes. — 2252. — Un billet de 2580 fr. est payable dans 5 mois. Quelle somme le banquier devrait-il remettre au porteur en échange du billet, le taux de l'escompte étant 6 °/₀, si cet escompte était calculé par la méthode rationnelle ?

2253. — En employant l'escompte rationnel au taux de 5 °/₀, quelle serait la valeur actuelle d'un billet de $1\,528^f,40$, payable le 20 mai, négocié le 1er mars précédent ?

2254. — Une personne a fait escompter un billet payable dans 28 jours à 4 1/2 °/₀ l'an. Elle a reçu 1466f,848. 1° Quelle était la valeur nominale du billet? 2° Quelle somme aurait-elle reçue si le banquier avait pratiqué l'escompte en dedans? (*B. E. Clermont.*)

2255. — Une personne qui a besoin d'argent propose le 10 mai à un banquier de lui faire escompter un billet de 685 fr. payable le 15 décembre suivant. Le banquier prend l'escompte à raison de 6 °/₀ par an. Quelle somme remettra-t-il au porteur du billet selon que l'escompte sera pris en dehors ou en dedans? (*B. E. Seine.*)

2256. — A quel taux faut-il calculer l'escompte rationnel pour qu'un billet de 2640 fr. payable dans 4 mois ait une valeur actuelle de 2605f,25?

2257. — Un billet dont la valeur nominale est de 1460 fr. est escompté au taux de 6 °/₀ et sa valeur actuelle rationnelle est de 1439f,85. Au bout de combien de temps ce billet est-il payable?

2258. — Quelle est la valeur nominale d'un billet qui n'est payable que dans 56 jours et dont la valeur actuelle rationnelle au taux de 4 1/2 °/₀ est égale à 2745 fr.?

2259. — Un billet de 8100 fr., escompté en dedans à 5 °/₀, a donné lieu à une retenue de 80 fr. On demande combien il restait de jours à courir jusqu'à l'échéance. (*B. E. Paris.*)

2260. — Quelle différence y a-t-il entre l'escompte rationnel et l'escompte commercial d'une somme de 1800 fr. payable dans 45 jours et escomptée à 6 °/₀? (*B. E. Seine.*)

2261. — Calculer l'escompte commercial et l'escompte rationnel d'un billet de 900 fr. présenté à l'escompte le 19 juin et payable fin septembre suivant. Le taux de l'escompte est 4 °/₀. On demande également à quoi est égale la différence des deux escomptes. (*B. E. Seine.*)

2262. — Soit E l'escompte commercial et *e* l'escompte rationnel d'un billet payable dans 120 jours. Trouver la valeur nominale du billet, sachant qu'il a été escompté à 5 °/₀ et que la différence E — *e* des deux escomptes est égale à 4 fr. Vérification. (*B. E. Seine.*)

2263. — Un négociant fait escompter en dedans, à 6 °/₀, deux billets à ordre : l'un de 325 fr., payable dans 30 jours, et l'autre de 450 fr., payable dans 45 jours. Avec l'argent qu'il en retire, il achète 1600 l. de vin de deux espèces : la 1re à 0f,65 le litre et la 2e à 0f,45. On demande : 1° quelle a été la somme payée par le banquier; 2° combien il a été acheté de litres de vin de chaque espèce. (*B. E. Lyon.*)

2264. — Trouver le montant de deux billets égaux, échéant, le 1er dans 4 mois, le 2e dans 5 mois, et qui représentent actuellement un capital total de 1200 fr.; le taux de l'escompte en dedans est de 4 1/2 °/₀ par an. (*B. E. Nancy.*)

2265. — Une personne qui devait 1200 fr. payables le 15 novembre a voulu régler son compte le 2 septembre. Elle a donné en acompte un billet de 630 fr. payable le 31 décembre suivant et le reste en argent comptant. Le taux de l'escompte étant 4,5 °/₀, combien a-t-elle donné en argent? On donnera deux solutions du problème : dans la 1re solution on prendra l'escompte en dehors, et dans la 2e on prendra l'escompte en dedans. (*E. N. Vaucluse.*)

2266. — Un billet à ordre payable dans 3 mois est escompté par un banquier à raison de 6 °/₀ par an. Si l'on avait prélevé l'escompte par la méthode rationnelle, le porteur du billet aurait reçu 10f,95 de plus. Calculer : 1° le montant du billet; 2° la somme remise au porteur. — Rédiger en outre le billet. (*C. E. P. S.*)

*Échéance commune. Échéance moyenne.

255. — Le *problème de l'échéance commune* consiste à *remplacer plusieurs billets* qui doivent être payés à des *époques différentes* par **un seul billet** payable à une **date déterminée**. La *date d'échéance de ce billet unique* s'appelle **échéance commune**.

Problème I. — Une personne a souscrit trois billets : le 1er de 700 fr. payable dans 75 jours, le 2e de 800 fr. payable dans 45 jours et le 3e de 1 200 fr. payable dans 90 jours. Elle veut les remplacer par un billet unique payable dans 60 jours ; quel en est le montant, le taux de l'escompte étant 5 °/₀ ?

Solution. — La **valeur nominale** du billet unique est égale au quotient de sa *valeur actuelle* par la *valeur actuelle correspondant à une valeur nominale de* **1 fr.** à 60 jours d'échéance.

Convention. — Pour que l'échange soit équitable, on admet que :

La valeur actuelle du billet unique doit être égale à la somme des valeurs actuelles des billets remplacés.

1. *Somme des valeurs actuelles des billets remplacés :*

$$700^f - \frac{5^f \times 700 \times 75}{36\,000} + 800^f - \frac{5^f \times 800 \times 45}{36\,000} + 1\,200^f - \frac{5^f \times 1\,200 \times 90}{36\,000}$$

$$= 700 - \frac{700 \times 75}{7\,200} + 800 - \frac{800 \times 45}{7\,200} + 1\,200 - \frac{1\,200 \times 90}{7\,200}$$

$$= 2\,700 - \frac{700 \times 75 + 800 \times 45 + 1\,200 \times 90}{7\,200} = 2\,700 - 27^f,29 = 2\,672^f,71.$$

2. *Valeur actuelle d'un billet de* **1 fr.** *payable dans* 60 *jours :*

$$1^f - \frac{5^f \times 60}{36\,000} = 1^f - \frac{60}{7\,200} = 1 - \frac{1}{120} = \frac{119}{120}.$$

3. **Valeur nominale** du billet unique : $\frac{2\,672^f,71 \times 120}{119} = \mathbf{2\,695^f,16}.$

256. — Le *problème* de l'**échéance moyenne** consiste à chercher la **date d'échéance d'un billet unique** dont la *valeur nominale* soit *égale* à la *somme des valeurs nominales des billets qu'il remplace.*

Problème II. — Une personne doit payer trois billets : le 1er de 1 200 fr. dans 30 jours, le 2e de 1 800 fr. dans 60 jours et le 3e de 2 400 fr. dans 90 jours. Elle les remplace par un billet unique de 5 400 fr., quelle en est l'échéance, le taux de l'escompte étant 4 °/₀ ?

Solution. — L'**échéance** devra être fixée à un nombre de jours qui est le quotient de l'*escompte total du billet unique* par l'*escompte du billet unique en 1 jour.*

Remarque. — **L'escompte total du billet unique est égal à la somme des escomptes des trois billets au jour de l'échange.**

En effet, la *valeur nominale du billet unique* est égale à *la somme des valeurs nominales des billets à remplacer* (§ **256**), et on admet, comme dans le problème précédent, que la *valeur actuelle du billet unique* doit être égale à la *somme des valeurs actuelles des billets remplacés.*

1. *Somme des escomptes des trois billets au jour de l'échange :*

$$\frac{4\times1200\times30}{36000}+\frac{4\times1800\times60}{36000}+\frac{4\times2400\times90}{36000};$$

$$=\frac{1200\times30}{9000}+\frac{1800\times60}{9000}+\frac{2400\times90}{9000};$$

$$=\frac{1200\times30+1800\times60+2400\times90}{9000}=\frac{36+108+216}{9}=40\text{ fr.}$$

2. *Escompte du billet unique en 1 jour :* $\frac{4^f\times5400}{36000}=\frac{5400}{9000}=0^f,60.$

3. **L'échéance moyenne** sera à : $40:0,6=$ **66 jours.**

Autre solution. — L'escompte de :

1200 fr. pour 30 j.	est le même que celui de	$1200^f\times30=$	36000 fr.	en 1 jour;
1800 fr. ... 60 j.	...	...	$1800^f\times60=$	108000 fr.	...
2400 fr. ... 90 j.	...	...	$2400^f\times90=$	216000 fr.	...
5400 fr. pour x j.	est le même que celui de			360000 fr.	en 1 jour.

D'où : $x=360000:5400=$ **66 jours.**

Remarque. — 1° L'*échéance moyenne* est **indépendante du taux ;**

2° Pour l'obtenir, il suffit de **diviser** la **somme des nombres** relatifs aux billets à remplacer par la **valeur nominale du billet unique.**

Problèmes. — 2267. — On a deux billets, l'un de 500 fr. payable dans 2 mois, l'autre de 800 fr. payable dans 5 mois. On voudrait les remplacer par un seul billet payable dans 2 mois 1/2. Quel sera le montant de ce billet, l'escompte étant calculé à 6 °/₀? (*C. Compl.*)

2268. — Un commerçant a souscrit deux billets : l'un de 1500 fr. payable dans 30 jours, l'autre de 2000 fr. payable dans 90 jours. Il convient de les remplacer par un billet unique de 3500 fr. Quelle sera la date de l'échéance de ce billet unique? (*B. E. Nancy.*)

2269. — Une personne a souscrit trois billets, le 1er de 1200 fr. payable dans 75 jours, le 2e de 1800 fr. payable dans 90 jours et le 3e de 2000 fr. payable dans 120 jours. Elle désire les remplacer par un billet unique payable dans 80 jours. Quel sera le montant de ce billet? Escompte 6 °/₀. (*B. E. Aix.*)

2270. — Un négociant a trois billets à payer à la même personne; le 1er, de 600 fr., échéant dans 30 jours; le 2e de 1250 fr., dans 1 mois 1/2; le 3e de 450 fr., dans 50 jours. Il veut s'acquitter en un seul payement. Dans combien de temps doit-il le faire? (*E. P. S.*)

2271. — Un commerçant a souscrit trois effets : le 1er de 3600 fr. payable dans 54 jours; le 2e de 2400 fr., payable dans 45 jours; le 3e de 900 fr., payable dans 60 jours. Il offre de les remplacer par un billet unique payable à 90 jours; quelle est la valeur nominale de ce billet en tenant compte de l'escompte commercial à 4 °/₀? (*E. P. S.*)

2272. — Un débiteur demande à son créancier de lui remplacer deux billets : l'un de 540 fr. payable à 60 jours, l'autre de 720 fr. payable à 70 jours, par un billet unique payable à 90 jours. Le créancier accepte et fait souscrire à son débiteur un billet unique de $1265^f,75$. A quel taux le créancier calcule-t-il l'escompte? (*B. E. Montpellier.*)

* Revision.

Problèmes. — 2273. — Une personne doit aujourd'hui 8975 fr. En vue de se libérer dans 3 mois de cette somme et de ses intérêts à 5 °/₀, elle souscrit un billet; quelle est la valeur nominale de ce billet? — En outre, quelle est la valeur actuelle de ce billet soumis immédiatement à l'escompte commercial au taux de 4 °/₀? (*Ec. Commerc.*)

2274. — On fait escompter un billet de 2450 fr. payable dans 48 jours. L'escompte commercial se fait à 5 °/₀; de plus le banquier prélève 1/4 °/₀ pour commission de banque et 1/10 °/₀ pour frais de correspondance. Quel est le taux réel de cet escompte par an? (*B. E. Lille.*)

2275. — Montrer que l'escompte commercial de 2000 fr. pour 13 jours est le même que celui de 1300 fr. pour 20 jours. (*C. Compl.*)

2276. — J'avais à payer 4000 fr. dans un an; mais, au moyen d'une avance que j'ai faite, il ne me reste plus à payer que 2000 fr. dans 18 mois. A quelle époque ai-je fait cette avance? (*E. P. S.*)

2277. — Une personne qui devait 1800 fr. payables le 1er octobre veut régler son compte, d'après le taux de l'escompte commercial 6 °/₀, le 16 juillet de la même année. Elle fait un billet de 850 fr. payable le 1er décembre, et paye le reste comptant. A combien s'élève le payement fait au comptant? (*B. E. Paris.*)

2278. — On présente à un banquier un billet payable dans 9 mois; il l'escompte en dehors, à raison de 4 °/₀ par an. Si on eût appliqué l'escompte en dedans, la retenue faite sur le billet eût été moindre de 6f,30, le taux étant toujours de 4 °/₀ par an. On demande le montant du billet. (*B. E. Lille.*)

2279. — Une personne vend une propriété qui lui avait coûté 33000 fr. Pour le montant de la vente, elle accepte un billet à 2 mois d'échéance qu'elle fait aussitôt escompter à 6 °/₀, et elle a encore un bénéfice net de 5 °/₀ sur le prix qu'elle avait elle-même payé sa propriété. Quelle était la valeur nominale du billet? (*B. E. Seine.*)

2280. — Un marchand a acheté pour 2560 fr. de marchandises à 1 an de terme pour le payement, avec un escompte de 4 °/₀ l'an s'il paye avant le terme. Il se libère quelque temps après en donnant 2480f,64. Après combien de mois et de jours a-t-il payé? (*B. E. Seine.*)

2281. — On a trois paiements à effectuer, l'un de 500 fr. dans 10 jours, le 2e de 700 fr. dans 100 jours, le 3e dans 90 jours, et d'un montant tel, qu'escompté en dehors pour 60 jours à 4,5 °/₀, il subirait 6 fr. d'escompte. On veut remplacer ces trois paiements par un paiement unique à effectuer dans 80 jours. Quel en est le montant, sachant que le taux de l'escompte en dehors est 3,6 °/₀? (*C. E. Commerciales.*)

2282. — Une personne a fait escompter à 6 °/₀ un billet payable à 65 jours. Si elle avait conservé ce billet 17 jours de plus, elle aurait pu le faire escompter à 5,50 °/₀ et elle aurait touché 4f,41 de plus. Quelle était la valeur nominale du billet? (*C. E. P. S.*)

2283. — J'avais à payer 2500 fr. dans un an; mais, ayant donné un acompte de 1500 fr., je ne dois plus que 1000 fr. que je puis payer dans 18 mois. A quelle époque ai-je versé le 1er acompte? (*E. P. S.*)

2284. — Une personne a souscrit trois billets à un même créancier : le 1er est de 500 fr. payables dans 35 jours; le 2e, de 750 fr. payables dans 60 jours; le 3e, de 245 fr. payables dans 71 jours. Cette personne convient avec son créancier de les remplacer par un billet unique ayant une valeur nominale égale à la somme des trois billets remplacés. Dire l'échéance de ce billet. (Escompte en dehors.) (*E. P. S.*)

2285. — Un marchand reçoit en payement le 1er mai un billet de 1250 fr. payable le 15 octobre suivant. Comme il a besoin d'argent, il porte le billet chez un banquier qui le lui escompte à 4 1/2 °/₀ par an. Sachant que la marchandise payée par ce billet revenait au marchand à 1080 fr., combien a-t-il gagné °/₀ sur le prix d'achat? (*B. E. Dijon.*)

2286. — Un débiteur demande à un créancier de lui remplacer deux billets, l'un de 480 fr. à 75 jours, l'autre de 864 fr. à 90 jours, par un billet unique à 120 jours. Le créancier accepte et fait souscrire à son débiteur un billet unique de 1349f,94. A quel taux le créancier prête-t-il son argent? (*B. E. Dijon.*)

2287. — Un négociant vend du blé à 28 fr. le quintal, et reçoit en payement un billet dont l'échéance est à 3 mois. Il fait escompter ce billet au taux de 6 °/₀ par an et réalise ainsi un certain bénéfice; s'il avait vendu son blé 29 fr. le quintal au lieu de 28, le bénéfice eût augmenté de 197 fr. Combien a-t-il vendu de quintaux de blé? (*B. E. Lyon.*)

2288. — Le 20 janvier, un propriétaire a vendu du vin pour une somme de 2800 fr. payable comme suit : 400 fr. au 15 mars, 1000 fr. au 31 mai et 1400 fr. au 15 juillet de la même année. L'acheteur demande le 1er mars à se libérer en un seul payement, quelle date doit porter le billet qu'il souscrit au vendeur? (*C. Compl.*)

2289. — M. Pierre, menuisier à Vesoul, a acheté, le 15 avril 1907, à M. Jean, marchand de bois à Lure : 120 planches de sapin de 3m,65 de long et de 11 cm. de large à 3f,50 le mètre carré; 15 poutres de 5 m. de long, de 4 dm. de large et de 3 dm. d'épaisseur, à raison de 75 fr. le mètre cube. M. Jean a accepté en règlement un billet à ordre payable dans 3 mois. On rédigera complètement ce billet à ordre (indiquer le timbre à employer). Le 1er juin, M. Jean a négocié le billet auprès de la Banque de France à Vesoul, qui lui a retenu un escompte calculé au taux de 4 °/₀ l'an. Combien a-t-il touché? On rédigera la formule d'endossement. (*B. E. Besançon.*)

2290. — On a fait escompter à 6 °/₀, le même jour, deux effets, dont l'un était payable au bout de 30 jours, et l'autre au bout de 45 jours. Il a été prélevé en outre une commission de 1/2 °/₀. Quelles étaient les sommes énoncées dans les deux billets, sachant qu'elles valent ensemble 3600 fr. et qu'on a touché 3557f,25? (*B. E. Lille.*)

2291. — On porte chez un banquier un billet de 1500 fr. payable dans 6 mois et un billet de 1470 fr. payable dans 10 jours. Le banquier prend l'escompte commercial des deux billets au même taux et donne pour le 2e billet 12f,55 de plus que pour le 1er. Quel est le taux de l'escompte? Si ces deux billets étaient remplacés par un billet unique payable dans 3 mois, quel en serait le montant, le taux de l'escompte étant le précédent? (*B. E. Chambéry.*)

2292. — Le 4 juin, un débiteur demande à son créancier de lui remplacer deux billets, l'un de 540 fr. payable le 5 août, l'autre de 720 fr. payable le 15 août, par un billet unique payable le 4 septembre de la même année. Le créancier accepte et fait souscrire un billet unique de 1264f,25; à quel taux prête-t-il son argent? (*B. E. Clermont.*)

2293. — On présente à un banquier deux billets payables, l'un dans 50 jours, l'autre dans 120 jours. Il prend 6 °/₀ d'escompte et retient une somme de 260 fr. Si les deux billets avaient été escomptés 20 jours plus tard, la retenue aurait été moins forte de 66f 2/3. On demande le montant de chacun des deux billets. (*B. E. Nancy.*)

2294. — On doit une somme de 1200 fr. et on voudrait la payer par trois billets égaux payables, le 1er dans 60 jours, le 2e dans 80 jours, le 3e dans 120 jours. Quel doit être le montant de chaque billet, le taux de l'escompte étant 4 1/2 °/₀? (*B. E. Lille.*)

CAISSE D'ÉPARGNE

257. — L'Etat a organisé une **Caisse nationale d'épargne** dite **Caisse d'épargne postale.**

« Un **intérêt de 2f,50 %** est servi aux déposants.

Cet intérêt, compté par quinzaine, part du 1er ou du 16 de chaque mois, après le jour du versement. Il cesse de courir à partir du 1er ou du 16 qui a précédé le jour du remboursement. Au 31 décembre de chaque année, l'intérêt acquis s'ajoute au capital et devient lui-même productif d'intérêt.

La **délivrance des livrets** est opérée gratuitement par l'intermédiaire de tous les *bureaux de poste.*

Chaque **versement** ne peut être inférieur à *un franc* et peut comporter des *centimes.* Le compte ouvert à chaque déposant ne peut pas dépasser le chiffre de **1500 fr.** versés en une ou plusieurs fois.

Tout déposant dont le crédit est suffisant pour acheter **10 fr. de rente** au minimum peut faire opérer cet achat **sans frais** par la Caisse nationale d'épargne. »

Remarque. — Dans la plupart des villes de France, il existe une Caisse d'épargne placée sous la surveillance de l'Etat. L'intérêt servi aux déposants, compté par semaine ou par quinzaine, varie entre 2,75 et 3 %.

Problèmes. — 2295. — Le 1er janvier 1911, l'avoir d'un déposant à la Caisse nationale d'épargne était de 250 fr. Il a versé 130 fr. le 3 mars, 300 fr. le 18 avril et il a retiré 200 fr. le 20 mars, 250 fr. le 5 avril; établir son compte en fin d'année.

Solution. — En fin d'année, l'**avoir de ce déposant** est égal à la *différence entre les versements augmentés de leurs intérêts* jusqu'à la fin de l'année (intérêts anticipés) et les *remboursements augmentés de leurs intérêts* jusqu'à la fin de l'année (intérêts rétrogrades).

1° Intérêts de 1 fr. en 1 quinzaine : $2^f,50 : (100 \times 24) = 0^f,001041$.

Versements	Nombre de quinzaines	Intérêts anticipés	*Remboursements*	Nombre de quinzaines	Intérêts rétrogrades
250	24	6,25	200	19	3,96
130	19	2,57	250	18	4,69
300	16	5			
680		13,82	450		8,65

2° **L'avoir du déposant** au 1er janvier 1912 est égal à :

$$(680^f + 13^f,82) - (450^f + 8^f,65) = \mathbf{235^f,17}.$$

2296. — Un ouvrier a placé sur son livret de Caisse d'épargne postale les sommes suivantes : 115 fr. le 29 juin, 40 fr. le 12 octobre, 80 fr. le 14 novembre et 50 fr. le 14 décembre 1910. Quelle somme totale figurera sur son livret à partir du 1er janvier 1911 ? (*C. Compl.*)

2297. — Quel sera, le 31 décembre, le montant, capital et intérêts, du livret d'une personne qui a fait les dépôts suivants à la Caisse d'épargne postale : 8 février 150 fr.; 10 avril 200 fr.; 20 juin 400 fr., et qui a retiré : le 3 mai 180 fr., le 25 octobre 240 fr.?

2298. — Le 1er janvier 1911, l'avoir d'un déposant à la Caisse nationale d'épargne était de 327f,86. Il a versé 60 fr. le 23 février, 50 fr. le 12 mars, 100 fr. le 10 juillet, et il a retiré 80 fr. le 2 mai, 120 fr. le 21 septembre. Etablir son compte en fin d'année.

***2299.** — Le 1er janvier, la somme inscrite sur un livret de Caisse d'épargne s'élevait à 915 fr. Quel versement le propriétaire du livret devra-t-il effectuer le 31 août suivant pour avoir, au 31 décembre, un total de 1500 fr., intérêts compris? (Taux 2,75 °/o.) (*B. E. Besançon.*)

***2300.** — Une ouvrière a déposé 60 fr. à la Caisse d'épargne, le 31 mars. Quel sera le montant de son livret, capital et intérêts réunis, le 1er janvier suivant, le taux étant de 2 1/2 °/o? (*E. P. S.*)

***2301.** — On demande ce qui a été remis, le 2 décembre, par la Caisse nationale d'épargne, à une personne qui a demandé le remboursement total de son avoir après avoir fait un 1er versement de 900 fr. le 17 janvier précédent, un 2e versement de 50 fr. le 28 février, un 3e versement de 200 fr. le 5 juin. (Taux 2,50 °/o.) (*P. T. T.*)

***2302.** — Une personne a fait deux versements à la Caisse d'épargne : le 1er de 200 fr. dans la 2e quinzaine d'avril 1900, et le 2e le 25 août 1901. Le 31 décembre 1901, son livret a été arrêté à la somme de 462f,62. Quel a été le montant du 2e versement? Le taux de l'intérêt est 3 °/o. (*B. E. Toulouse.*)

Caisse nationale des retraites.

258. — « La **Caisse nationale des retraites** est instituée pour recueillir et faire fructifier, par l'accumulation des intérêts, l'épargne réalisée par le déposant, en vue de s'assurer une *pension de retraite* pour ses vieux jours.

Les **versements** à la Caisse nationale des retraites sont reçus à la Caisse des dépôts et consignations, par les trésoriers-payeurs généraux, les receveurs particuliers des finances, les *percepteurs* des contributions directes et les *receveurs des postes*. Ils peuvent être effectués au profit de toute personne française ou étrangère, âgée de *trois ans* au moins. Le maximum des versements opérés pour un même compte pendant une année est de *cinq cents francs*. Le minimum de chaque versement est de *un franc*.

Celui qui opère un versement a la faculté d'**aliéner** le capital en vue d'une augmentation de rente, ou de **réserver** ce capital, qui sera remboursé au décès du rentier.

Le *maximum de la rente totale* inscrite sur une tête est de **douze cents francs**. L'entrée en jouissance de la pension est fixée, au choix du déposant, à partir de chaque année d'âge accomplie de 50 à 65 ans. »

Ex. : Une économie de **10 centimes par jour**, soit **36 francs par an**, faite depuis **15 ans**, jusqu'à :

50 ans	produirait une rente de	148f	à capital réservé ou de	219f	à capital aliéné.
55 ans	...	...	223f	...	336f	...
60 ans	...	...	350f	...	535f	...

RENTES SUR L'ÉTAT

259. — Lorsqu'un Etat doit faire face à des dépenses extraordinaires, les ressources qui lui sont fournies par l'impôt deviennent insuffisantes; il contracte alors un *emprunt* dont il s'engage à payer la **rente**, c'est-à-dire les *intérêts*.

En échange de leur argent, les prêteurs reçoivent un **titre de rente**, sur lequel est inscrite la *rente annuelle* à laquelle ils ont droit.

Il existe actuellement deux espèces de rentes françaises :

1° le **3 °/₀ perpétuel**, que l'Etat n'est pas obligé de rembourser;

2° le **3 °/₀ amortissable**, qui doit être remboursé en un temps déterminé.

Les rentiers peuvent vendre leurs titres de rente dans des marchés appelés *Bourses*, par l'intermédiaire des *Agents de change*.

Les négociations de titres de rente ne sont faites que pour un *nombre entier de francs de rente perpétuelle*, et pour un *multiple de* 15 *fr.* de rente, s'il s'agit de *rente amortissable*.

L'agent de change est tenu de remettre au vendeur et à l'acheteur un **bordereau** indiquant le détail de l'opération, le taux et le montant des frais accessoires. Ces **frais** sont les suivants :

1° *courtage :* 1/1000 du prix d'achat ou de vente, avec un minimum de 0f,50 par bordereau,

2° *impôt de l'Etat :* 0,0125 par 1000 fr. et fraction de 1000 fr.,

3° *timbre de quittance :* 0f,10.

260. — La somme qu'il faut donner pour acquérir 3 fr. de rente s'appelle le **cours de la rente 3 °/₀**.

La rente suit la loi commerciale de l'offre et de la demande. Le *cours monte* lorsque les demandes d'achat dépassent les offres de vente, on dit alors qu'il y a **hausse**; dans le cas contraire, le *cours descend* et on dit qu'il y a **baisse**.

La rente est **au pair** lorsque le cours est égal à 100 fr.

Problème. — Quel est le montant du titre de rente perpétuelle que l'on peut acheter avec un capital de 50000 fr., si le 3 °/₀ est au cours de 100f,75 ?

Solution. — Le **montant du titre de rente** est le produit de **3 fr.** par le *quotient* obtenu en divisant le *capital employé* par le *prix de* 3 fr. *de rente.*

I. — Sans tenir compte des frais.

$3^f \times \frac{50\,000}{100,75} = 1\,488$ **fr.** de rente perpétuelle (et non 1488f,83). (§ **259**)

II. — En tenant compte des frais.

1. Capital employé : $50\,000^f - 0^f,10$ (timbre) $= 49\,999^f,90$.

2. Prix de 3 fr. de rente :

a) Courtage 1/10 °/₀ ou 1 °/₀₀ : $100^f,75 : 1\,000 = 0^f,10075$;

b) Impôt de l'Etat 0,0125 °/₀₀ ou 1/80 °/₀₀ : $0,10075 : 80 = 0^f,001259375$;

c) En tout : $100^f,75 + 0^f,10075 + 0^f,001259375 = 100^f,852009375$.

3. **Montant du titre de rente :** $\dfrac{3^f \times 49\,999,90}{100,852009375} = \mathbf{1487\ fr.}$

Remarque I. — Dans la pratique, les *agents de change* emploient un procédé qui n'est pas rationnel, mais qui est plus *rapide* que le précédent et conduit en général au même résultat. Ils opèrent de la façon suivante :

1. Frais prélevés sur le capital déposé (50 000 fr.) $\left\{\begin{array}{ll} \text{Courtage.....} & 50^f \\ \text{Impôt 0,0125 °/₀₀.} & 0^f,65 \\ \text{Timbre.....} & 0^f,10 \end{array}\right\} = 50^f,75.$

2. Capital disponible : $50\,000^f - 50^f,75 = 49\,949^f,25$.

3. **Montant du titre de rente :** $3^f \times \dfrac{49\,949,25}{100,75} = \mathbf{1\,487\ fr.}$

Remarque II. — Après l'achat des 1 487 fr. de rente perpétuelle, l'agent de change dressera pour son client le **bordereau** suivant :

Acheté 1 487 fr. de rente 3 °/₀ perpétuel à 100,75.....	49 938	40
Courtage 1/10 °/₀.....	49	95
Impôt de l'Etat 0,0125 °/₀₀.....	0	65
Timbre.....	0	10
Prix de revient....	49 989	10
A remettre avec les titres....	10	90
Capital déposé....	50 000	

Problèmes. — 2303. — Quel est, sans tenir compte des frais, le montant du titre de rente 3 °/₀ que l'on peut acheter : 1° avec 8 500 fr., au cours de $98^f,10$? 2° avec $1\,248^f,50$, au cours de $97^f,85$?

2304. — En tenant compte des frais, établir les bordereaux des achats de rente 3 °/₀ que l'on a faits :

1° au cours de $98^f,30$, avec un capital de 12 780 fr. ;
2° au cours de $97^f,65$, avec un capital de $3\,729^f,50$.

2305. — Un négociant gagne en moyenne 15 °/₀ sur ses prix d'achat. Dans une année il a vendu des marchandises achetées 128 560 fr. Avec le bénéfice ainsi réalisé, il achète de la rente 3 °/₀ au cours de $97^f,60$. Quel revenu annuel s'est-il assuré ? (*E. P. S.*)

***2306.** — Une personne achète de la rente 3 °/₀ au cours de $97^f,50$. Elle débourse $11\,386^f,65$, y compris les frais de courtage s'élevant à 1/10 °/₀ du capital et $0^f,25$ d'impôt et de timbre. Calculer le montant de la rente. (*B. E. Nancy.*)

***2307.** — Calculer la valeur d'une somme dont les 3/5 sont placés à 5 °/₀ et le reste à 4,50 °/₀, sachant que l'intérêt total annuel est inférieur de 167 fr. au titre de rente qu'on aurait en achetant du 3 °/₀ au cours de 98 fr. avec un capital de 30 000 fr. On tiendra compte des frais de courtage, qui sont 1/1000 du capital et de $0^f,50$ d'impôt et de timbre. (*B. E. Seine.*)

Rentes : Prix, Taux, Cours.

Problème. — La rente 3 °/₀ étant au cours de 97f,25, quelle somme déboursera-t-on pour acheter 1 500 fr. de rente ?

Bordereau remis à l'acheteur.

Acheté 1 500 fr. de 3 °/₀ perpétuel à 97,25.....	48 625	
Courtage 1/10 °/₀ ou 1°/₀₀.....	48	65
Impôt de l'Etat 0,0125 °/₀₀ (0,0125×49 ou 49/80)...	0	65
Timbre.....	0	10
Prix de revient....	**48 674**	**40**

Remarque. — Le *vendeur* payera à son agent de change les mêmes frais que l'acheteur, de sorte qu'il ne touchera que :

$$48625^f - (48^f,65 + 0^f,65 + 0^f,10) = \mathbf{48575^f,60.}$$

Problèmes. — Si l'on ne tient pas compte des frais, quelle somme faut-il débourser pour avoir :

2308. — 20 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 97f,90 ?

2309. — 115 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98f,25 ?

Etablir les bordereaux suivants :

2310. — Acheté 220 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 97f,65.

2311. — Acheté 1 540 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98f,10.

2312. — Vendu 650 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98f,05.

2313. — Vendu 1 900 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 97f,95.

2314. — A quel taux place-t-on son argent quand on achète de la rente 3 °/₀ au cours de 98f,70 ?

2315. — Quel est le cours de la rente 3 °/₀ lorsqu'on paye 6 034f,10 pour 185 fr. de rente. A quel taux l'argent est-il placé ?

2316. — Quel doit être le cours de la rente 3 °/₀ pour qu'en achetant un titre de rente on place son argent au taux de 3,25 °/₀ ?

2317. — Une personne possède en rente 3 °/₀ sur l'Etat un revenu qui lui permet de dépenser 4f,60 par jour en économisant 600 fr. tous les ans. Quel capital obtiendra-t-elle en vendant ses titres de rente, lorsque le 3 °/₀ sera au cours de 98f,30 ? (*E. P. S.*)

2318. — Une personne achète de la rente 3 °/₀ sur l'Etat français. Son capital se trouve ainsi placé à 3 1/11 °/₀. Dire à quel cours la rente a été achetée. On ne tiendra pas compte des frais. Vérifier sur une somme quelconque. (*B. E. Seine.*)

2319. — Combien perd une personne qui vend au cours de 97f,50 un titre de 800 fr. de rente 3 °/₀, sachant que, lors de l'achat de ce titre, le cours était de 101f,75 ? (*E. P. S.*)

2320. — Quel est le plus avantageux, d'acheter de la rente française 3 °/₀ au cours de 98f,20, ou d'acheter de la rente russe 4 °/₀ au cours de 93f,20 ? Si l'on dispose d'un capital de 40 000 fr., quel revenu aurait-on dans les deux cas ?

2321. — Un propriétaire a un champ de 8 ha. 5 a., qu'il loue 1f,95 l'are ; il vend cette propriété à raison de 4 200 fr. l'hectare, et, avec le produit de cette vente, il achète de la rente 3 °/₀ au cours de 97f,75. On demande : 1° s'il a augmenté ou diminué son revenu, 2° à combien s'est élevée cette augmentation ou cette diminution. (*B. E. Besançon.*)

2322. — Une personne emploie les 3/8 d'un capital à l'achat d'un terrain et place dans une industrie les 2/5 de ce qui lui reste. Elle consacre enfin la moitié de ce qui lui reste alors à l'achat de 210 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 99f,15. Calculer : 1° la valeur du terrain acheté ; 2° la valeur du 2e placement ; 3° la valeur de tout le capital. (*E. P. S.*)

***2323.** — Un particulier a fait acheter 90 fr. de rente 3 °/₀. Le bordereau de l'agent de change s'élève à 2958f,10. A quel cours la rente a-t-elle été achetée ?

***2324.** — Une personne a placé un certain capital à 6 °/₀ et a retiré en tout, au bout de 6 mois 20 jours, une somme qui lui a permis d'acheter une inscription de 475 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98f,45. Quel était le capital placé ? (On tiendra compte des frais de courtage, d'impôt et de timbre dans l'achat du titre de rente.) (*B. E. Caen.*)

***2325.** — Un acquéreur achète une propriété qu'il paye en vendant deux inscriptions de rente, l'une de 840 fr. en 3 °/₀ français au cours de 97f,80 ; l'autre de 420 fr. en 4 1/2 °/₀ russe au cours de 101f,60. La somme ainsi obtenue représente les 6/5 de la valeur de la propriété. On demande quelle est cette valeur et combien il reste à l'acquéreur après l'avoir payée. (*B. E. Chambéry.*)

***2326.** — Une personne dépose une certaine somme chez un banquier qui lui en paye l'intérêt à raison de 3f,60 °/₀ l'an. Au bout de 5 mois, cette personne retire son argent avec les intérêts produits, et emploie le tout à l'acquisition d'un titre de 300 fr. de rente 3 °/₀, au cours de 99f,40. Elle paye le courtage qui est de 1/10 °/₀ du prix d'achat ; il lui reste encore 200f,05. On demande quelle était la somme primitivement déposée chez le banquier. (*B. E. Aix.*)

***2327.** — Une dame a fait un héritage, sur le montant duquel le notaire a prélevé 11 °/₀ pour frais de succession. De la somme nette qu'elle a recueillie, l'héritière a fait deux parts : avec les 2/7 de la somme, elle a acheté une maison ; avec le reste, elle a pu acheter 1500 fr. de rente russe 3 1/2 °/₀ au cours de 86f,50. 1° Quel était le montant de l'héritage ? 2° Quelle était la valeur de la maison ? (*B. E. Besançon.*)

***2328.** — Une personne a acheté de la rente 3 °/₀ pour 41905 fr. Le lendemain, la hausse du 3 °/₀ étant de 0f,10, elle pourrait, en revendant son titre, faire un bénéfice de 42f,50. On demande quel était le prix du 3 °/₀ au moment de l'acquisition du titre. (*B. E. Seine.*)

***2329.** — Une personne a fait deux parts de son avoir : la 1re part placée à 4 1/2 °/₀ lui donne le même revenu que la 2e placée à 3 1/2 °/₀. Au bout de 20 mois, ces deux sommes sont retirées avec les intérêts produits, et le capital ainsi formé permet d'acheter 1116 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 99 fr. Quelles étaient les parts primitivement placées ? (*B. E. Toulouse.*)

***2330.** — Les 8/15 d'un certain capital ont été employés à l'achat de rente française 3 °/₀ au cours de 96 fr. Avec le reste de ce capital, on a acheté de la rente russe 3 °/₀ au cours de 70 fr. La différence entre les revenus de ces deux achats est de 225 fr. Calculer le capital placé et son revenu annuel. (*B. E. Seine.*)

***2331.** — On emploie les 2/5 d'un capital à acheter de la rente 3 °/₀ au cours de 96 fr. ; le reste du capital est placé à 3,25 °/₀. L'ensemble des intérêts permet une dépense journalière de 5 fr. Trouver les deux fractions de ce capital. (*B. E. Seine.*)

***2332.** — Une personne possède 1000 fr. de rente russe 4 1/2 °/₀ qu'elle a achetés au cours de 101f,75 et 1000 fr. de rente française 3 °/₀ achetés au cours de 97 fr. Le cours du 4 1/2 s'abaisse à 100f,50, que devrait devenir le cours du 3 °/₀ pour que le capital de la personne reste le même ? (*B. E. Clermont.*)

Actions et Obligations.

261. — Certaines sociétés industrielles ou commerciales constituent leur capital en émettant des **actions.**

Les actionnaires participent aux bénéfices et aux pertes de l'entreprise; ils reçoivent un *intérêt variable* appelé **dividende.**

262. — Un département, une commune, une société par actions peuvent contracter des emprunts. Ils émettent alors des titres de 100 à 500 fr., appelés **obligations,** qui produisent un *intérêt fixe* et sont remboursables dans un temps déterminé.

Les actions et les obligations se négocient à la Bourse comme les titres de rente.

Remarque I. — Dans ces **négociations,** les **frais** sont les suivants :

1. *Courtage :* 1/10 °/₀ du prix d'achat (comme pour la rente);
2. *Impôt de l'Etat :* 0f,10 par 1 000 fr. ou fraction de 1 000 fr. du montant de l'opération.
3. *Timbre de quittance :* 0f,10.

Remarque II. — Les **revenus** des actions et des obligations sont soumis aux **impôts** suivants :

1. Un impôt annuel de 4 °/₀ sur le revenu;
2. Un impôt annuel de 0,25 °/₀ calculé sur le cours moyen de l'année précédente, pour les titres au porteur; les titres nominatifs ne sont pas soumis à cet impôt, mais ils sont assujettis à un droit de mutation de 0,50 °/₀ de leur prix d'achat lorsqu'ils sont négociés à la Bourse.

Problèmes. — 2333. — Calculer le revenu semestriel net d'une obligation au porteur de 500 fr. 3 °/₀, sachant que le cours moyen de l'année précédente a été de 498f,50.

2334. — Etablir le bordereau suivant : Vendu 8 actions du chemin de fer de l'Est au cours de 914 fr.

2335. — A quel taux place-t-on son argent quand on achète au cours de 368 fr. une obligation Ville de Paris, au capital nominal de 400 fr. rapportant 2 1/2 °/₀ par an?

2336. — Quel doit être le cours des obligations de 500 fr. 3 °/₀ pour que le placement soit fait au taux réel de 3 1/2 °/₀? (*B. E. Seine.*)

***2337.** — On achète au cours de 460 fr. des obligations donnant 15 fr. de revenu annuel. A quel taux a-t-on placé son argent, sachant qu'on prélève sur le revenu de ces obligations : 1° un impôt de 4 °/₀ de ce revenu; 2° un impôt de 0f,25 °/₀ sur le prix moyen de l'année précédente qui a été de 460 fr.? (*E. P. S.*)

***2338.** — Une personne vend au cours de 396 fr. 14 obligations communales 3 °/₀ du Crédit foncier, dont chacune lui rapporte par an un intérêt de 10f,76. Avec le produit de cette vente, elle achète 184 fr. de rente 3 °/₀. On demande : 1° le cours de la rente 3 °/₀; 2° de combien cette personne a ainsi augmenté ou diminué son revenu. (On ne tiendra pas compte des frais.) (*E. P. S.*)

* Revision.

Problèmes. — 2339. — Qu'est-ce que la rente sur l'Etat? Qu'appelle-t-on cours d'émission d'une rente? Qu'appelle-t-on titre au porteur, titre nominatif, titre mixte? Qu'est-ce que la rente perpétuelle, amortissable? Quand la rente est-elle au pair? (*B. E. oral, Paris.*)

2340. — Une personne emploie 1/8 de sa fortune à l'achat d'un terrain, à raison de 0f,15 par mètre carré. Avec les 4/5 de ce qui reste, elle achète 735 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98 fr. Calculer : 1° la valeur de la fortune de cette personne; 2° la superficie en ares du terrain qu'elle a acheté. (*E. P. S.*)

2341. — Une personne retire une certaine somme de la Caisse d'épargne pour acheter de la rente 3 °/₀ au cours de 97f,80. Elle subit ainsi une diminution d'intérêt de 1f,785. Quelle somme avait-elle déposée à la Caisse d'épargne, sachant que le taux de celle-ci est de 3,25 °/₀? (*C. E. P. S.*)

2342. — On a acheté 1000 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 96f,70. Sachant que le courtage est de 1/10 °/₀ du montant de l'achat, que l'impôt est de 0f,0125 par 1000 fr. et fraction de 1000 fr. du même montant, que le bordereau porte un timbre de 0f,10, calculer : 1° le montant de l'achat; 2° la valeur du titre de rente russe à 4,50 °/₀ qu'il faudrait vendre au cours de 93f,75 pour acquérir le nouveau titre de rente 3 °/₀. (*B. E. Rennes.*)

2343. — Un fonctionnaire dépense la moitié de son traitement pour sa nourriture, le tiers de ce qui lui reste pour ses autres dépenses. Avec le dernier reste, il peut acheter 30 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98 fr. Quel est son traitement annuel? (*B. E. Besançon.*)

2344. — Avec le produit de la vente d'un titre de 385 fr. de rente 3 °/₀ effectuée au cours de 98 fr., une personne achète un terrain au prix de 45 fr. l'are. Sachant que les droits d'enregistrement et les frais d'acte se sont élevés à 6 °/₀ de la valeur du terrain, on demande d'évaluer sa surface en hectares, ares et centiares. (*B. E. Seine.*)

2345. — Un capitaliste vend de la rente 3 °/₀ au cours de 99 fr. et achète des obligations de l'Indo-Chine au cours de 481f,25 qui donnent chacune un intérêt annuel de 17f.50. Par cette double opération, il augmente son revenu annuel de 385 fr. Calculer le nombre d'obligations de l'Indo-Chine qu'il a achetées. (*B. E. Paris.*)

2346. — Un particulier possédait 1000 fr. de rente russe 3 1/2 °/₀. On demande quel devait être le cours de cette sorte de rente pour qu'en vendant son titre et achetant ensuite avec le produit de la vente du 3 °/₀ russe au cours de 77f,35, ce particulier s'assurât le même revenu. Il est prélevé, à chaque opération, un courtage de 1/1000 sur la valeur du titre négocié. (*E. N. Tarn.*)

2347. — Un fonctionnaire dont le traitement est de 4200 fr. économise les 2/7 de son traitement et les place à la fin de chaque année à intérêts simples, au taux de 4 °/₀. A la fin de la 5e année, il emploie les sommes qu'il a économisées et leurs intérêts à acheter 200 fr. de rente 3 °/₀. A quel cours a-t-il acheté cette rente? (*B. E. Alger.*)

2348. — Une personne qui veut placer 12000 fr. hésite entre les trois opérations suivantes : 1° acheter une maison qui lui rapportera 4,60 °/₀ de sa valeur, mais pour laquelle il faudra tous les ans faire des frais s'élevant à 10 °/₀ du revenu; 2° acheter une terre qui rapportera 3,50 °/₀ tous frais payés; 3° acheter de la rente 3 °/₀ au cours de 97f,65. Calculer le revenu de chacun de ces placements. (*E. P. S.*)

2349. — Après avoir retenu la somme nécessaire pour acquitter la taxe de 4 °/₀ sur le revenu, une société a distribué à ses actionnaires un dividende net de 15000 fr. Calculer le montant de l'impôt dû au Trésor. Quel serait le dividende net revenant aux actionnaires si la taxe de 4 °/₀ s'élevait à 763 fr.? (*Enregistrement et timbre.*)

2350. — Calculer la somme remise, le 4 décembre, par la Caisse nationale d'épargne, à une personne qui demandait le remboursement total de son livret, après avoir versé dans l'année : 900 fr. le 20 janvier ; 50 fr. le 3 février ; 200 fr. le 25 juin. (*B. E. Alger.*)

2351. — Une personne a acheté, le 1er octobre 1901, 40 fr. de rente russe 4 °/₀ au cours de 99f,70. Elle a revendu son titre le 1er août 1902 au cours de 105 fr. Le courtage a été de 2f,50 pour 1000 fr. tant sur la vente que sur l'achat. Sachant que la personne a touché trois coupons d'intérêt de 10 fr. chacun, calculer, en tenant compte de l'accroissement du capital, à quel taux réel celui-ci a été placé. (*B. E. Paris.*)

2352. — Une personne possède un titre de rente 3 °/₀, et chaque hausse de 0f,15 dans le cours de la rente correspond à un accroissement de 100 fr. dans son capital. On demande à quelle quotité de rente s'élève son titre. Quel doit être le cours de la rente pour que le prix de ce titre soit 70000 fr.? (*B. E. Lille.*)

2353. — Une personne possède un revenu annuel de 200 fr. constitué avec de la rente française 3 °/₀ dont le cours est de 99 fr. Elle remarque que les obligations de l'Indo-Chine rapportent un intérêt annuel de 17f,50 et sont au cours de 481f,25. Pour acheter autant d'obligations qu'il lui est possible avec la valeur de ses 200 fr. de rente, elle vend le nombre de francs de rente 3 °/₀ strictement nécessaire. On demande : 1° combien elle a acheté d'obligations indo-chinoises ; 2° combien elle garde de francs de rente 3 °/₀ ; 3° quelle est la petite somme qui reste non placée ; 4° de combien sera augmenté son revenu annuel après l'opération. (*B. E. Paris.*)

2354. — Un spéculateur a acheté de la rente 3 °/₀ pour la somme de 322882f,56. Quelques jours après, il est obligé de vendre son achat, mais le cours de la rente ayant baissé de 0f,17, il perd 549f,78. Quel était le montant annuel de la rente qu'il avait achetée et à quel cours l'a-t-il revendue? (*B. E. Seine.*)

2355. — Une personne avait placé les 2/3 de son capital à 3 °/₀ et le reste à 4 °/₀. Au bout d'un an, elle a retiré ce capital auquel elle a joint les intérêts produits. Elle a employé la somme totale ainsi obtenue à acheter, tous frais compris, 2325 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 96 fr. Quel était le capital primitif? (*Coll. Chaptal.*)

2356. — Une personne achète 20 obligations de chemin de fer, au porteur, de 500 fr. 3 °/₀, au cours de 464 fr. Quelle somme dépensera-t-elle pour cet achat, sachant qu'elle paye 1/10 °/₀ pour le courtage de l'agent de change et un impôt de 0f,10 pour 1000? — Quel sera son revenu net et à quel taux place-t-elle son argent, sachant qu'il est retenu comme impôt sur l'intérêt brut de l'obligation : 1° 4 °/₀ de cet intérêt ; 2° 2 pour 1000 de la valeur de l'obligation au cours de la Bourse? (*B. E. Chambéry.*)

2357. — Un rentier dispose d'un capital de 94170 fr., avec lequel il veut se constituer un revenu de 3700 fr. Pour cela, il peut acheter, au cours de 475 fr., des obligations de chemin de fer rapportant net 13f,80 chacune. On lui offre aussi pour 40000 fr. une maison qui est louée 1788 fr. Enfin un banquier consent à lui servir 4 °/₀ d'intérêt des sommes qu'il déposera chez lui. Le rentier achète d'abord la maison. Combien devra-t-il ensuite acheter d'obligations de chemin de fer, et quelle somme devra-t-il déposer chez le banquier? (*B. E. Seine.*)

MÉLANGES

Moyennes. Mouillage.

263. — On appelle **moyenne arithmétique** de plusieurs quantités de même espèce le *quotient de leur somme par leur nombre.*

Ex. : La moyenne des températures : 13°,2 ; 17°,3 ; 17° ; 15°,5 est :

$$\frac{13,2 + 17,3 + 17 + 15,5}{4} = \frac{63°}{4} = 15°,75.$$

Problèmes. — 2358. — On remplit les 2/3 d'une barrique de 225 l. avec du vin à 0f,40 et le reste avec du vin à 0f,60. Combien doit-on revendre le litre du mélange pour gagner 20 °/o ?

2359. — Dans un tonneau de 228 l., on verse 90 l. de vin à 0f,35 le litre ; 121 l. de vin à 0f,45 et on achève de remplir avec de l'eau. A combien revient le litre du mélange ?

2360. — Un marchand mélange en quantités égales du vin à 0f,60 le litre avec du vin à 0f,45. Combien doit-il revendre l'hectolitre pour gagner 15 °/o ? (*E. P. S.*)

2361. — On a rempli de vin les 32/37 d'une pièce dont la capacité est de 222 l. ; on a achevé de remplir la pièce avec de l'eau, et le litre de ce mélange a été vendu 0f,45 avec un bénéfice de 25 °/o. Dire le prix d'achat de l'hectolitre de vin pur. (*E. P. S.*)

2362. — On a du froment à 21 fr., à 21f,50, à 22f,75 et à 23 fr. l'hectolitre. On en fait un mélange en prenant une mesure du 1er, 2 mesures du 2e, 3 mesures du 3e, 4 mesures du 4e. Combien faudra-t-il vendre l'hectolitre du mélange pour gagner 4f,60 sur 8 hl. ? (*C. Compl.*)

2363. — Un marchand achète 340 l. de vin à 43 fr. l'hectolitre ; il y ajoute de l'eau et vend le mélangé à raison de 0f,40 le litre. A ce compte il gagne 12 °/o. Combien a-t-il ajouté d'eau ? (*B. E. Seine.*)

2364. — Un marchand avait une barrique de 228 l. de vin valant 0f,70 le litre ; il en a vendu les 5/6 ; il verse dans la barrique 112 l. de vin valant 0f,55 et il achève de remplir avec du vin valant 0f,35. On demande combien il devra revendre le litre du mélange pour faire un bénéfice de 10 °/o. (*E. P. S.*)

2365. — Un tonneau d'alcool de 354 l. a coûté 195 fr. l'hectolitre ; les frais de transport et d'impôt se sont élevés à 69f,70. Combien faudra-t-il ajouter de litres d'eau pour qu'une bouteille de 66 cl. du mélange revienne à 0f,95 ? (*B. E. Seine.*)

2366. — On remplit une barrique de 320 l. avec du vin à 0f,50, du vin à 0f,60 et du vin à 0f,70 le litre. On met 3 fois plus de vin à 0f,50 que de vin à 0f,70 et autant de vin à 0f,60 que des deux autres réunis. On demande : 1° la quantité de vin de chaque espèce ; 2° le prix auquel doit être vendu le litre de mélange pour que le bénéfice soit de 8 °/o du prix primitif. (*E. P. S.*)

2367. — Une cuve est aux 2/3 pleine de vin pur. Quand on y ajoute 50 l. d'eau, le prix du litre diminue de 1/10 de sa valeur. Quelle est la capacité de la cuve ? (*E. P. S.*)

Composition d'un mélange.

Problèmes. — 2368. — On a du café à $4^f,25$ le kilogramme et du café à $3^f,50$, comment faut-il les mélanger pour obtenir du café à 4 fr. le kilogramme?

Solution. — Le mélange doit être fait de façon que la **perte** subie **sur la 1re qualité** soit **égale au gain fait sur la 2e.**

1° Perte sur 1 kg. à $4^f,25$: $425^c/^{mes} - 400^c/^{mes} = 25^c/^{mes}$;
2° Gain sur 1 kg. à $3^f,50$: $400^c/^{mes} - 350^c/^{mes} = 50^c/^{mes}$.
3° Le *gain sera égal à la perte* si on mélange 50 kg. à $4^f,25$ pour 25 kg. à $3^f,50$; car la perte sera $25^c/^{mes} \times 50$ et le gain $50^c/^{mes} \times 25$.
4° **On fera le mélange en prenant :**

50 kg. à $4^f,25$ pour 25 kg. à $3^f,50$;

ou, en simplifiant par 25 : **2 kg. à $4^f,25$** pour **1 kg. à $3^f,50$.**

Disposition habituelle **Proportions**

425 50 ..... **50 kg.** à $4^f,25$.

400

350 25 .... **25 kg.** à $3^f,50$.

Autre solution. — Soient **x** kg. et **y** kg. les poids qu'il faut prendre du café à $4^f,25$ et du café à $3^f,50$, on doit avoir :

$$4,25x + 3,50y = 4(x + y) = 4x + 4y;$$

ou :

$$4,25x - 4x = 4y - 3,50y;$$
$$(4,25 - 4)x = (4 - 3,50)y;$$
$$0,25x = 0,50y.$$

D'où on tire enfin : $\frac{x}{y} = \frac{0,50}{0,25} = \frac{50}{25} = \frac{2}{1}$.

Remarque. — Lorsqu'on a à *mélanger plus de deux qualités* d'une même marchandise, le problème admet une **infinité de solutions,** à moins qu'on ne donne des *conditions supplémentaires.*

2369. — On a de l'eau-de-vie à $1^f,85$ et à $2^f,75$ le litre. Combien faut-il prendre de l'une et de l'autre pour que l'hectolitre revienne à 240 fr.? (*E. P. S.*)

2370. — On a mélangé des vins à $0^f,80$ et à $0^f,70$ le litre, et l'on a obtenu ainsi 2500 l., ayant une valeur totale de 1850 fr. Combien de litres de chaque espèce sont entrés dans le mélange? (*B. E. Seine.*)

2371. — On a 120 hl. de vin à 60 fr. l'hectolitre. On demande combien il faudra y ajouter de vin à 44 fr. pour faire un mélange valant 50 fr. l'hectolitre. (*B. E. Toulouse.*)

2372. — Un marchand a deux espèces de thé qui lui reviennent la 1re à 14 fr., la 2e à 18 fr. le kilogramme. Il fournit à un de ses correspondants une caisse de 100 kg. de thé et reçoit en payement 1932 fr. On demande combien il y en avait de chaque espèce, sachant qu'il a gagné 15 % sur son marché. (*B. E. Clermont.*)

2373. — On a 665 l. d'un vin à 0f,50 le litre et 875 l. d'un autre vin à 0f,75 le litre. Combien faudra-t-il mettre d'un vin à 0f,40 pour que le litre du mélange ne revienne qu'à 0f,60? (*B. E. Poitiers.*)

2374. — Avec du vin à 0f,50 le litre, et du vin à 0f,63 le litre, on veut composer 663 l. d'un mélange que l'on vendra 0f,75 le litre, en gagnant par litre 20 °/o du prix de vente. On demande combien il faudra prendre de litres de chaque qualité. Donner la démonstration de la méthode employée. (*B. E. Seine.*)

2375. — Un négociant a reçu deux ballots de café pesant chacun 575 kg.; il les a payés 4724 fr. L'un de ces ballots a coûté 580 fr. de moins que l'autre. Quel poids devra-t-il prendre de chacun d'eux pour obtenir un mélange de 783 kg. revenant à 4 fr. le kilogramme? Donner sous forme de fraction ordinaire aussi simple que possible le rapport exact des poids des deux cafés ainsi mélangés. (*B. E. Alger.*)

2376. — On mélange 10 kg. de café à 6 fr. le kilogramme avec deux autres espèces valant respectivement 4f,75 et 3f,80. Comment devra se faire le mélange pour qu'on ait 60 kg. en tout valant 4f,40 le kilogramme? (*B. E. Poitiers.*)

2377. — Dans quelle proportion faut-il mélanger deux sortes de farine valant : l'une 27 fr., l'autre 33 fr. le quintal, pour obtenir du pain revenant à 0f,28 le kilogramme? On sait que 100 kg. de farine donnent 125 kg. de pain et que, pour une fournée de 100 kg. de pain, on paye 4 fr. de main-d'œuvre et de cuisson. (*B. E. Besançon.*)

2378. — Un épicier a 20 kg. de café qu'il a payé 3f,90 le kilogramme. Quels poids doit-il acheter de café à 4f,20 et à 3f,80 pour qu'en les mélangeant au 1er de façon à avoir 100 kg. de café, il puisse revendre le kilogramme 4f,60 avec un bénéfice de 15 °/o sur le prix de revient? (*B. E. Chambéry.*)

2379. — Un négociant a du café de trois qualités différentes : à 4f,50, 4 fr. et 3 fr. le kilogramme. Il voudrait en faire un mélange de 20 kg. en employant autant de la 1re qualité que des deux dernières ensemble et qui ne lui revienne qu'à 4f,05 le kilogramme. Combien doit-il prendre de chaque espèce? (*E. N. Eure-et-Loir.*)

2380. — On veut mélanger 4hl,5 de vin à 22f,50 l'hectolitre avec deux autres vins valant respectivement 0f,32 le litre et 0f,285 le litre. Combien faut-il prendre de ces deux dernières qualités de vin pour obtenir un vin valant 0f,275 le litre, sachant que ces deux derniers crus doivent être mélangés dans le rapport de 2 à 3? (*B. E. Clermont.*)

2381. — On a vendu 60 hl. de blé pour 1014 fr. avec un bénéfice de 4 °/o sur le prix d'achat. Ces 60 hl. résultent du mélange de deux sortes de blé, valant l'une 15 fr., l'autre 18 fr. l'hectolitre. Sachant que 1 hl. de la 1re sorte pèse 75 kg. et 1 hl. de la 2e 79 kg., combien entre-t-il de quintaux métriques de chaque sorte de blé dans les 60 hl. de mélange? Vérifier le résultat obtenu. (*B. E. Paris.*)

2382. — On a rempli un tonneau de 228 l. avec trois espèces de vins estimés 15 fr., 18 fr. et 20 fr. l'hectolitre. Sachant : 1° que lorsqu'on met 2 l. du 1er on en met 3 l. du 2e; 2° qu'en revendant le litre du mélange à raison de 0f,19, on réalise un bénéfice total de 3f,80, on demande combien on a employé de litres de chacune des trois espèces de vin. (*B. E. Alger.*)

2383. — A du vin coûtant 32 fr. l'hectolitre et contenant 10 °/o d'alcool, on veut ajouter de l'eau et de l'esprit-de-vin de telle sorte que le mélange revienne à 30 fr. l'hectolitre et contienne la même proportion d'alcool que le vin primitif. L'esprit-de-vin employé contient 80 °/o d'alcool et coûte 60 fr. l'hl. On demande les quantités d'eau et d'esprit-de-vin qu'il faut ajouter à 36 hl. de vin. (*B. E. Grenoble.*)

ALLIAGES

Titre. Changement de titre.

264. — Le **titre d'un alliage** est le **rapport** du *poids du métal précieux* au *poids total* de l'alliage.

Ex. : Si on allie 750 g. d'or pur et 250 g. de cuivre, on obtient 1000 g. d'alliage au **titre de 0,750.**

Problèmes. — 2384. — Un alliage d'or et de cuivre au titre de 0,920 pèse 495 g. Quel poids d'or monnayé pourrait-on fabriquer avec cet alliage ?

Solution. — Le **poids d'or monnayé** que l'on pourrait fabriquer est égal aux **10/9** *du poids de l'or pur.*

1° *Poids de l'or pur :* $495^g \times 0,920 = 455^g,40$.

2° **Poids d'or monnayé :** $\frac{450^g,4 \times 10}{9} = \mathbf{506\ g.}$

Remarque. — On **abaisse le titre d'un lingot** en ajoutant du cuivre, et *le poids du métal fin ne change pas.*

On **élève le titre d'un lingot** en ajoutant du métal fin, et le *poids du cuivre ne change pas.*

Dans les deux cas, le problème revient à *chercher le poids de la monnaie* que l'on peut obtenir avec le **métal dont le poids ne change pas.**

2385. — On a fondu ensemble deux lingots d'argent, le 1er de 650 g. au titre de 0,9 et le 2e de 540 g. au titre de 0,835. Quel est le titre du lingot obtenu ? (*E. P. S.*)

2386. — On fond ensemble deux objets d'or, l'un pesant 124 g. au titre de 0,920, l'autre pesant 165 g. au titre de 0,840 ; on ajoute à cet alliage $15^g,024$ d'or pur et 3 g. de cuivre. Calculer le titre du nouvel alliage. (*B. E. Seine.*)

2387. — Un lingot d'argent et de cuivre au titre de 0,860 pèse 2500 g. Quel poids de cuivre faut-il ajouter à ce lingot pour que son titre descende à 0,800 ? (*B. E. Seine.*)

2388. — On a retiré de la circulation et fondu en un seul lingot 320 pièces d'argent de 5 fr. et 1200 pièces de $0^f,50$ ayant perdu par l'usure 0,01 de leur poids. Dire le titre de l'alliage obtenu. (*E. P. S.*)

2389. — Un lingot d'or au titre de 0,850 pèse 3 kg. Quel poids d'or pur faut-il faire fondre avec ce lingot pour le transformer en or monnayable ? Quelle est la valeur de la monnaie d'or française que l'on peut obtenir avec le lingot ainsi transformé ? (*B. E. Seine.*)

2390. — Un lingot d'argent au titre de 0,95 pèse $6^{kg},24$; un autre au titre de 0,842 pèse $5^{kg},705$; un 3e lingot au titre de 0,74 pèse $10^{kg},5$. On les fond tous les trois avec 1 kg. d'argent pur. Quel est le titre du nouvel alliage ? (*B. E. Grenoble.*)

2391. — Un lingot d'argent et de cuivre au titre de 0,95 pèse 1503 g. Quel en sera le poids quand on y aura ajouté du cuivre pour l'amener : 1° au titre des pièces de 5 fr. ; 2° à celui des pièces de 1 fr. ? Combien donnera-t-il de pièces de chacune de ces 2 espèces ? (*B. E. Dijon.*)

2392. — Quelle quantité de cuivre faut-il fondre avec 18 pièces de 20 fr. pour obtenir un alliage au titre de 0,630? (*B. E. Rennes.*)

2393. — On a deux lingots d'argent du même poids, le 1er au titre de 0,936, le 2e au titre de 0,712. Sachant que le 1er lingot contient autant d'argent pur que 2171 pièces de 5 fr. en argent, combien pourra-t-on fabriquer de pièces de 2 fr. avec l'argent contenu dans le 2e? (*E. P. S.*)

2394. — On a 600 g. d'or au titre de 0,750. Quel poids de cuivre faudrait-il enlever à cet alliage pour en faire un alliage au titre de la monnaie d'or? — Quel poids d'or faudrait-il au contraire lui ajouter pour obtenir le même résultat? (*B. E. Rennes.*)

2395. — On fond ensemble deux lingots d'or; le 1er, au titre de 0,8, pèse 3 kg.; le 2e, au titre de 0,850, pèse 2 kg. On demande : 1° le titre du nouveau lingot; 2° combien on devrait ajouter d'or pur pour que ce nouveau lingot soit au titre de 0,9. (*B. E. Lyon.*)

2396. — On veut faire un alliage avec 100 fr. en pièces d'argent de 5 fr., 50 fr. en pièces de 2 fr. et 25 g. de cuivre pur. Quel sera le titre de l'alliage? (*B. E. Seine.*)

2397. — On fond du cuivre avec 400 pièces de 5 fr. en argent pour fabriquer de la monnaie divisionnaire. 1° Quelle quantité de cuivre faut-il ajouter pour opérer cette transformation? 2° Combien pourra-t-on fabriquer de pièces de 1 fr. avec le nouvel alliage? (*B. E. Rennes.*)

2398. — Un alliage a été obtenu en fondant 300 g. d'un lingot d'argent et de cuivre au titre de 0,7 avec 500 g. d'un autre lingot composé des mêmes métaux, à un titre inconnu. Si 40 g. de l'alliage contiennent 30g,50 de fin, dire le titre du 2e lingot. (*B. E. Seine.*)

2399. — On a retiré de la circulation 4000 pièces de 5 fr. en argent ayant perdu 1/100 de leur poids par l'usure; on a fondu le tout avec le cuivre nécessaire pour obtenir un alliage au titre de 0,835. Calculer : 1° le poids de l'alliage obtenu; 2° sa valeur; 3° le poids du cuivre ajouté. (*B. E. Seine.*)

2400. — On a une somme de 4925 fr. composée pour les 3/5 de pièces de 5 fr. en argent et pour le reste de pièces divisionnaires. On admet que ces pièces aient perdu 1/20 de leur poids par frottement. On les fond ensemble. Quel est le titre du lingot obtenu? (*B. E. Lyon.*)

2401. — On a deux lingots d'argent et de cuivre : le 1er est au titre de 0,800 et pèse 4kg,5; le 2e est au titre de 0,750 et pèse 3kg,6. On fond les 4/5 du 1er avec les 2/3 du 2e. Combien faut-il ajouter d'argent pour avoir un lingot au titre de 0,900 et combien de pièces de 5 fr. pourrait-on fabriquer avec ce nouveau lingot? (*E. P. S.*)

2402. — On fond un lingot d'or pur avec un lingot d'or au titre 0,600. Le poids du 2e lingot est les 3/5 du poids du 1er. On demande le titre du lingot total. Combien pèse le lingot d'or pur, si la valeur du lingot total est de 7011f,48? On admettra que 1 kg. d'or pur vaut 3437 fr. (*B. E. Seine.*)

2403. — On fond ensemble 100 fr. en pièces d'argent de 5 fr., 100 fr. en pièces de 1 fr., 100 g. d'argent pur et 30 g. de cuivre. 1° Quel est le titre de l'alliage obtenu? 2° Est-il inférieur ou supérieur au titre des pièces de 5 fr.? 3° Quel poids d'argent ou de cuivre faudrait-il ajouter à l'alliage ainsi formé pour faire un lingot au titre de 0,900 et combien avec ce lingot pourrait-on fabriquer de pièces de 5 fr.? (*B. E. Aix.*)

2404. — Un lingot, alliage d'argent et de cuivre, qui a pour titre 0,840, a été obtenu en faisant fondre ensemble deux lingots, qui ont fourni l'un 1417g,5 et l'autre 1578ig,5 d'argent fin. Celui qui a fourni le plus grand poids d'argent a aussi apporté 2961 g. de cuivre de plus que l'autre. Quels sont les titres de ces lingots? (*B. E. Seine.*)

Composition d'un alliage.

Remarque. — Les règles d'alliage se résolvent comme les règles de mélange (voir page 264).

Problèmes. — 2405. — Dans quelle proportion faut-il allier de l'or au titre de 0,9 et de l'or au titre de 0,750 pour avoir un lingot au titre de 0,840? (*E. P. S.*)

2406. — Quels poids faut-il allier d'argent au titre de 0,810 et d'argent au titre de 0,925 pour avoir un lingot au titre de 0,880, pesant 575 g.? (*B. E. Seine.*)

2407. — On veut fabriquer 160 fr. de monnaie divisionnaire en alliant deux lingots d'argent aux titres de 0,800 et 0,950. Quels doivent être les poids de ces deux lingots? (*E. P. S.*)

2408. — Un lingot d'argent est au titre de 0,720. Si on le fond avec 368 pièces de 5 fr., on obtient un lingot qui est au titre des monnaies divisionnaires d'argent. Quel est le poids du 1er lingot et combien pourrait-on faire de pièces de 0f,50 avec le lingot obtenu? (*E. P. S.*)

2409. — Deux lingots, alliages d'or et de cuivre, ont respectivement pour titres 0,840 et 0,750. A eux deux ils pèsent 1kg,881 et contiennent 376g,20 de cuivre. Quels sont les poids des deux lingots? (*B. E. Seine.*)

2410. — Un orfèvre a deux lingots d'argent de 1800 g. chacun, l'un au titre de 0,920 et l'autre au titre de 0,750. Combien doit-il ajouter de grammes du 2e au 1er pour abaisser le titre de celui-ci à 0,840? (*B. E. Paris.*)

2411. — En fondant ensemble deux lingots d'or, l'un au titre de 0,950, l'autre au titre de 0,700, on obtient un alliage de 600 g. au titre de 0,8. Calculer : 1° les poids respectifs des deux lingots ; 2° le poids d'or qu'il faut ajouter aux 600 g. d'alliage obtenu pour que le nouvel alliage puisse être employé à la fabrication des monnaies au titre légal. (*B. E. Seine.*)

2412. — En fondant ensemble des pièces de 1 fr. et de 5 fr. en argent dont la valeur totale est 221 fr., on obtient un lingot au titre de 0,885. Combien y avait-il de pièces de chaque espèce? (*E. P. S.*)

2413. — Un alliage d'argent et de cuivre est au titre de 0,400. Trouver son poids, sachant que, si on le fond avec 18 pièces de 5 fr. et 400 pièces de 1 fr., le lingot final a pour titre 0,765. (*E. P. S.*)

2414. — On fond trois alliages aux titres de 0,700; 0,800; 0,900. Combien faut-il prendre de chacun d'eux pour obtenir un alliage pesant 2000 g., au titre de 0,795, si l'on prend des deux 1ers lingots des poids proportionnels aux nombres 3 et 4? (*B. E. Nancy.*)

2415. — Le centimètre cube d'or pèse 19g,3 ; le centimètre cube d'argent pèse 10g,5. On propose d'allier à 250 g. d'or un poids d'argent tel que le centimètre cube de l'alliage pèse 13g,6. On supposera que l'alliage se fait sans changement de volume. (*B. E. Lille.*)

2416. — On veut obtenir un alliage à 0,700 en fondant un lingot à 0,682 pesant 17kg,700 avec des pièces de 5 fr. et de 0f,50. Quel poids de pièces de 5 fr. et quel poids de pièces de 0f,50 faut-il prendre, sachant que le poids des pièces de 5 fr. doit être à celui des pièces de 0f,50 comme 3 est à 5? (*B. E. Lille.*)

2417. — On a trois alliages aux titres 0,7; 0,8 et 0,9. On veut obtenir un lingot pesant 1kg,5 au titre 0,82 ; quels poids faut-il prendre des deux 1ers alliages, si l'on prend 600 g. du 3e? (*B. E. Seine.*)

*Revision.

Problèmes. — 2418. — Définir le titre d'un alliage. Comment peut-on trouver : 1° le poids du métal précieux, connaissant le poids total de l'alliage et le titre ; 2° le poids total de l'alliage, connaissant le poids du métal précieux et le titre ? (*B. E. Seine.*)

2419. — Démontrer que le titre d'un alliage augmente ou diminue selon qu'on ajoute du métal fin ou du cuivre. (*E. N. Seine-et-Oise.*)

2420. — Une marne argileuse contient 32 °/₀ de calcaire et 68 °/₀ d'argile ; une autre marne sableuse contient 37 °/₀ de calcaire et 63 °/₀ de sable. On mêle 62 kg. de la 1re et 64 kg. de la 2e. Dire la teneur du mélange en calcaire, sable et argile. (*Ec. de céramique de Sèvres.*)

2421. — Le métal des cloches comprend 25 parties de cuivre et 7 parties d'étain. Le cuivre coûte 2f,75 le kilogramme et l'étain 4 fr. Une cloche pèse 600 kg. A la fonte, il s'est produit un déchet égal à 6 °/₀ du métal employé. Calculer la valeur de la cloche. (*B. E. Besançon.*)

2422. — On fait fondre ensemble deux alliages d'argent et de cuivre : le 1er, au titre de 0,920, pèse 526 g., et le 2e, au titre de 0,750, pèse 438 g. Combien faut-il leur ajouter d'argent ou de cuivre pour obtenir un 3e alliage au titre de 0,850 ? (*B. E. Lyon.*)

2423. — Un lingot d'or au titre de 0,825 pèse 2kg,400. 1° Quel poids d'or faut-il y ajouter pour le convertir en monnaie ? 2° Quelle sera la valeur de cette monnaie ? (*C. E. P. S.*)

2424. — En fondant ensemble 230 g. de cuivre et un certain nombre de couverts d'argent au titre de 0,950, on a obtenu un lingot d'argent au titre de 0,835. On demande combien on pourra fabriquer de pièces de 1 fr. avec ce lingot. (*B. E. Seine.*)

2425. — Un marchand de vin a rempli un tonneau de 840 l. avec des vins de deux qualités, qu'il a payés l'un 0f,50, l'autre 0f,40 le litre. Il vend le litre du mélange 0f,60, réalisant ainsi un bénéfice de 25 °/₀. Quelles quantités des deux vins a-t-il mélangées ? (*B. E. Besançon.*)

2426. — Un marchand a du café Moka et du café du Brésil. Le kilogramme de Moka lui revient à 0f,90 de plus que le kilogramme du Brésil. Il fait un mélange d'une partie de Moka contre deux parties de Brésil en poids. Il vend ce mélange au prix de revient du Moka et gagne 20 °/₀ du prix auquel lui revient le mélange. Quel est le prix auquel lui revient le kilogramme de Moka ? (*B. E. Seine.*)

2427. — On veut transformer 1 800 écus de 5 fr. en pièces de 0f,50. Par l'usure, ces écus ont perdu en moyenne 1/120 de leur poids et les frais de fabrication s'élèvent à 2f,85 par kilogramme de pièces de 0f,50. On demande : 1° le nombre des pièces de 0f,50 fabriquées ainsi ; 2° le résultat financier, gain ou perte, de cette opération ; 3° le gain ou la perte °/₀ de la somme soumise à la transformation. (*B. E. Dijon.*)

2428. — Un chef de famille fait venir pour ses besoins 875 kg. de vendange qu'il paye 29f,60 les 100 kg. La tonne de vendange lui donne 700 l. de « vin de goutte » et 700 l. de « vin de presse ». Il achète, en outre, un fût d'un autre vin valant 50 fr. l'hectolitre, mélange ces trois vins et obtient ainsi un vin qui lui revient à 0f,40 le litre. Quelle est la contenance du fût et combien de temps durera la provision, si la consommation journalière de la famille est de 2 l. 1/3 ? (*B. E. Bordeaux.*)

2429. — Un lingot est composé d'argent et de cuivre dans la proportion de 9 à 1. On y ajoute 1 300 g. de cuivre, et le poids de l'argent devient les 835/165 de celui du cuivre. On demande le poids du 1er lingot. (*B. E. Toulouse.*)

2430. — Un épicier a des cafés à 3f,80; 4f,60; 5f,40 le kilogramme. Il a vendu pour 437 fr. un mélange de 80 kg. qui lui a procuré un bénéfice de 15 °/₀. Sachant que ce mélange contenait 15 kg. de la 2e qualité, on demande quel poids il avait mis de chacune des deux autres. (*B. E. Bordeaux.*)

2431. — Un vase est rempli aux 3/4 d'un mélange de sel et d'eau d'une densité de 1,080. On y ajoute 3 l. d'eau pure qui réduisent à 1,07 la densité de la solution. Dire la capacité du vase. (*B. E. Inde.*)

2432. — On a rempli de vin les 13/15 d'un fût de 225 l. et l'on a ajouté l'eau nécessaire pour faire le plein. On a retiré 45 l. de ce mélange, et l'on a fait une 2e fois le plein avec de l'eau. Quel est le prix du litre de mélange résultant de la 2e opération, sachant que l'hectolitre de vin vaut 42 fr.? (*E. P. S.*)

2433. — On fait fondre dans un creuset 225 pièces de 5 fr. en argent, on ajoute à la masse un lingot d'argent de 1 kg. au titre de 0,7511. On demande quelle quantité de cuivre il faut introduire dans le creuset pour obtenir un alliage pouvant servir à fabriquer des pièces de 1 fr. Quel sera le nombre de ces pièces? (*B. E. Lille.*)

2434. — Combien faut-il prendre d'argent au titre de 0,900 et de cuivre pour obtenir 1 kg. d'argent au titre de 0,835? (*B. E. Clermont.*)

2435. — En mélangeant des volumes égaux d'eau et d'alcool, il se produit une contraction et 1 l. du mélange pèse 936 g. Sachant que 1 l. d'alcool pèse 790 g., calculer les volumes égaux d'eau et d'alcool qu'il faut mélanger pour avoir 1 hl. de liquide. Sachant que le glucose donne par la fermentation un poids d'alcool égal aux 17/35 de son propre poids, calculer le poids de glucose nécessaire pour obtenir l'alcool qui entre dans le mélange précédent. (*B. E. Bordeaux.*)

2436. — On a mélangé 480 kg. de farine du prix de 0f,35 le kilogramme et 520 kg. d'une autre farine du prix de 0f,70. On demande quel poids il y a de chaque qualité dans une portion de ce mélange valant 319f,20. (*E. N. Seine.*)

2437. — On a 2600 g. d'argent pur. Quel poids faut-il y ajouter d'un alliage d'argent et de cuivre au titre de 0,835 pour obtenir un alliage au titre de 0,900? Combien de pièces de 5 fr. pourra-t-on faire avec cet alliage? (*B. E. Lille.*)

2438. — Un marchand a reçu deux caisses contenant chacune 150 kg. de thé; il a payé le tout 4800 fr., et l'une des caisses lui coûte 600 fr. de plus que l'autre. Le marchand veut faire un mélange de thé qui lui revienne à 1500 fr. les 100 kg. Combien doit-il en prendre de chaque espèce? (*B. E. Toulouse.*)

2439. — On a deux lingots d'argent et de cuivre; le 1er, au titre de 0,800, pèse 2kg,7; le 2e, au titre de 0,750, pèse 3kg,750. On fond les 2/3 du 1er avec les 4/5 du 2e. Combien faut-il ajouter d'argent pur pour avoir un lingot au titre des pièces de 5 fr.? Combien pourra-t-on fabriquer de ces pièces? (*B. E. Nancy.*)

2440. — On a converti un certain nombre de pièces de 5 fr. en pièces de 2 fr. et de 1 fr., et la somme obtenue a surpassé de 6500 fr. la valeur primitive. Quelle est cette 1re valeur? (*B. E. Chambéry.*)

2441. — Un tonneau vide pèse 14kg,5. Plein de vin à 0f,60 le litre et de densité égale à 0,995, il pèse 243kg,35. On mélange le contenu de ce tonneau avec du vin valant 95 fr. l'hectolitre, et l'on revend le mélange, à raison de 0f,80 le litre. On réalise ainsi un bénéfice de 20f,50. Quelle quantité de vin à 95 fr. l'hectolitre a-t-on employée, et quelle quantité aurait-on dû employer pour que le prix de vente fût égal au prix d'achat? (*B. E. Clermont.*)

* Revision générale.

Problèmes. — **2442.** — Un cultivateur a acheté, à raison de 35 fr. l'are, un champ triangulaire de 168 m. de base et 120 m. de hauteur. En prenant possession du terrain, il donne un acompte égal aux 2/3 du prix du champ et il s'engage à payer le reste 9 mois plus tard en y joignant les intérêts à 4 °/₀. Quel sera le montant de ce dernier payement? (*E. P. S.*)

2443. — Calculer par la méthode des parties aliquotes : 1° l'escompte commercial à 4 °/₀ d'un billet de 12800 fr. payable dans 119 jours; 2° l'intérêt à 3 °/₀ de 8460 fr. pendant 78 jours. (*C. E. P. S.*)

2444. — Partager une somme de 1200 fr. entre trois personnes, de façon que les parts des deux premières soient entre elles comme les nombres 5 et 7, et que la part de la 3e dépasse de 120 fr. la moyenne arithmétique des parts des deux 1res. (*B. E. Grenoble.*)

2445. — Un épicier a acheté au prix de 162 fr. une balle de café vert du poids de 57 kg. La torréfaction coûte 0f,075 par kilogramme et fait perdre au café vert 1/6 de son poids. Calculer à 0f,01 près par défaut le prix de vente de 1 kg. de café torréfié pour réaliser un bénéfice de 20 °/₀. Quelle quantité d'un café torréfié se vendant 3f,50 le kilogramme (bénéfice de 20 °/₀ compris) faudrait-il ajouter au précédent, pour obtenir un mélange se vendant 4 fr. le kilogramme, tout en maintenant le même bénéfice °/₀? (*B. E. Bordeaux.*)

2446. — On forme un lingot en fondant ensemble 75 pièces de 20 fr. et 15 £ (livres sterling). Quels sont le poids et le titre du lingot si la £ est au titre 11/12 et vaut 25f,22? (*Banque de France.*)

2447. — Deux ouvriers ont entrepris un ouvrage pour le prix de 150 fr. Le 1er ferait, seul, l'ouvrage en 16 jours; le 2e, en 20 jours. Ils s'adjoignent un manœuvre, et achèvent l'ouvrage en 8 jours, en travaillant tous les trois ensemble. Quelle sera la part de chaque travailleur, calculée proportionnellement à son habileté? (*B. E. Seine.*)

2448. — On achète une propriété composée d'une maison, d'une vigne de 72 a. et d'un bois de 1ha,25. La vigne est évaluée 1800 fr.; le bois, à surface égale, vaut 1/5 du prix de la vigne, et la maison est estimée aux 3/8 de la valeur totale de la propriété. Quelle quantité de rente 3 °/₀ faudrait-il vendre au cours de 102f,825 pour payer cette propriété? (*B. E. Toulouse.*)

2449. — On fond ensemble 10 souverains anglais. Quel poids de cuivre faut-il ajouter au lingot obtenu pour en faire des pièces de 20 fr.? Le souverain est une pièce d'or qui pèse 7g,988, et dont le titre est 0,916. (*E. N. Seine.*)

2450. — Une personne achète une maison. Elle en paye les 6/11 avec une pièce de terre rectangulaire qui a 305 m. de long sur 245 m. de large. Pour le reste, elle fait un billet de 28365 fr. payable dans 8 mois. Le montant de ce billet comprend la somme qui reste due avec ses intérêts à 5 °/₀ pendant les 8 mois. Dire : 1° la valeur de la maison; 2° combien était estimé l'are de terrain. (*B. E. Chambéry.*)

2451. — Un marchand a acheté 18 pièces de vin de 220 l. chacune à raison de 48 fr. l'hectolitre, règlement à 90 jours. Ayant payé comptant, il a obtenu un escompte de 6 °/₀ par an. Le transport du vin lui coûte 2f,60 par hectolitre; les droits divers 8f,80 par pièce. On demande ce qu'il doit revendre la bouteille de 80 cl. pour gagner 25 °/₀ sur le prix de revient, sachant qu'il emploie des bouteilles valant 5f,50 le cent et des bouchons à 6f,20 le mille. (*C. E. Commerc.*)

2452. — Trois personnes ont à se partager une succession de 640500 fr. proportionnellement à : 7 5/6, 8 1/3 et 9 1/4. Les droits d'enregistrement se sont élevés à 38430 fr. On demande : 1° la part nette de chacune et sa part dans les frais ; 2° à combien les frais se sont élevés °/₀ sur le montant de la succession. (*E. N. Vaucluse.*)

2453. — Dans une fabrique, on dépense 41496 fr. par semaine pour le salaire des ouvriers. Ceux-ci sont divisés en trois catégories. Le nombre des ouvriers de la 1re catégorie est à celui de la 2e comme 12 est à 5 ; celui de la 2e est à celui de la 3e comme 8 est à 3. Quant aux salaires, celui d'un ouvrier de la 1re catégorie est les 8/9 de celui d'un ouvrier de la 2e, et ce dernier salaire est les 4/5 de celui d'un ouvrier de la 3e catégorie. La somme de ces trois salaires étant 113 fr., quel est le nombre des ouvriers de chaque catégorie? (*E. N. Ariège.*)

2454. — Une garnison composée de 1500 hommes a des vivres pour 8 mois ; mais on l'augmente de 300 hommes, sans pouvoir augmenter les vivres. Si l'on craint de subir un siège de 10 mois, à quelle portion faudra-t-il réduire la ration? (*Saint-Maixent.*)

2455. — Un rentier possède un certain capital divisé en trois parties. La 1re rapporte 2 1/2 °/₀, la 2e 3 1/2 °/₀, la 3e 4 °/₀. La 2e partie du capital est les 3/7 de la 1re, et la 3e est les 5/6 de la 2e. Si le rentier avait placé son capital entier en rente russe 3 °/₀ au cours de 72 fr., il aurait un revenu annuel de 5000 fr. On demande : 1° quel est le capital dont dispose le rentier ; 2° quel est le revenu annuel produit par chacune des sommes placées dans les trois entreprises. (*B. E. Clermont.*)

2456. — Un alliage pesant 300 kg. contient 90 parties de cuivre et 10 parties d'étain. Quelles quantités de cuivre et d'étain faut-il lui ajouter pour obtenir un nouvel alliage formé de 67 parties de cuivre et de 33 d'étain, et pesant 540 kg.? (*B. E. Seine.*)

2457. — Le prix de la graine de trèfle varie de 122 à 152 fr. les 100 kg. Une prairie a été ensemencée, savoir : 2/5 avec de la graine à 152 fr. et le reste avec de la graine valant 122 fr. ; le prix total de la graine employée a été de 90 fr. Calculer la superficie de la prairie, sachant qu'il a fallu 30 kg. de graine par hectare. (*B. E. Seine.*)

2458. — Trouver l'échéance moyenne commune à trois billets : le 1er, de 250 fr., est payable dans 3 mois ; le 2e, de 530 fr., dans 9 mois ; le 3e, de 850 fr., dans 13 mois. Escompte 6 °/₀. (*B. E. Seine.*)

2459. — On achète une propriété du prix de 84000 fr. composée de champs, de prés et de bois. Les prés valent les 6/11 de la valeur des champs, et les bois les 2/3 de ce que valent les prés ; les champs rapportent 3 °/₀, les prés 4 °/₀ et les bois 2 °/₀. On demande le revenu de la propriété et quel revenu on aurait eu en achetant de la rente 3 °/₀ à 98f,50 au lieu de la propriété. (*B. E. Aix.*)

2460. — Deux troupes d'ouvriers ont reçu : la 1re, 2900 fr., et la 2e, 2625 fr. Combien y avait-il d'ouvriers dans chaque troupe et combien recevaient-ils chacun, sachant qu'ils étaient 320 en tout et que les salaires étaient dans le rapport de 4 à 3? (*E. N. Somme.*)

2461. — On a payé une somme de 21184 fr. avec des poids égaux de trois sortes de monnaie, savoir : des pièces de 10 fr., des pièces de 5 fr. en argent et des pièces de 0f,10. Trouver le poids et le nombre des pièces de chaque sorte. (*B. E. Nancy.*)

2462. — Dans de l'eau pure à 4°, on fait dissoudre du sel ; on obtient une dissolution qui pèse 15 kg. et contient 9 °/₀ de son poids de sel. On demande : 1° le volume de l'eau employée ; 2° combien de litres d'eau il faut ajouter à cette dissolution pour que 3 kg. de la dissolution nouvelle ne contiennent que 90 g. de sel. (*B. E. Seine.*)

2463. — Un commissionnaire en marchandises achète une pièce de drap de 20 m. de longueur; il en garde le quart et cède le reste en trois coupons dont les longueurs sont proportionnelles aux nombres 11, 15 et 24. Sachant que ces trois coupons ont été cédés : le 1er à raison de 24 fr. le mètre, le 2e à 18 fr. et le 3e à 25 fr., et que le bénéfice ainsi réalisé est de 8 °/₀ du prix d'achat de ces trois coupons, calculer : 1° le prix d'achat de la pièce entière; 2° le prix que le commissionnaire devrait vendre le coupon qui lui reste pour obtenir un bénéfice de 33 °/₀ sur le prix d'achat de ce dernier coupon. (*B. E. Seine.*)

2464. — Il a été fait à l'Hôtel des monnaies l'envoi de 253425 fr. en pièces d'argent de 5 fr. et pour 152620 fr. de pièces divisionnaires, à l'effet de transformer le tout en nouvelles pièces de 0f,50. Si l'on admet que l'usure des pièces envoyées représente 1/50 du poids primitif, quelle quantité de cuivre devra-t-on ajouter pour obtenir le titre convenable? Si, d'autre part, on admet que les frais de fabrication s'élèvent à 1f,50 par kilogramme d'argent monnayé, l'Etat a-t-il perdu ou gagné à l'opération et combien? (*B. E. Caen.*)

2465. — On achète pour 18500 fr. une propriété qui est louée 740 fr. par an, mais pour laquelle on paye 18f,50 d'impositions annuelles; les frais d'entretien et d'assurances s'élèvent en moyenne et par année à 0f,30 °/₀ du prix d'achat. A quel taux a-t-on placé son argent? Y aurait-il avantage à le placer en rente 3 °/₀ au cours de 98f,65? (*B. E. Dijon.*)

2466. — Deux héritiers doivent se partager également un terrain de 9ha,36; le 1er donne à l'autre 7735 fr., à condition que sa part contiendra 17000 m² de plus que celle de son cohéritier. On demande : 1° quelle sera la part de chacun; 2° quelle est la valeur totale de la terre; 3° combien elle rapporte °/₀, à moins de 0f,01 près, si elle est louée 4260 fr. (*B. E. Seine.*)

2467. — Un fabricant de confections vend des vêtements à raison de 37f,05 l'un. L'étoffe employée lui coûte 9 fr. le mètre, il paye ses ouvrières 3 fr. par journée de 9 heures. Il gagne 10 °/₀ sur le prix de l'étoffe et 5 °/₀ sur la façon. Son bénéfice total par vêtement est de 3f,05. Calculer le nombre de mètres d'étoffe et le temps employés pour confectionner chaque vêtement. (*B. E. Lyon.*)

2468. — Un industriel a trois billets à payer : le 1er de 2400 fr. à 36 jours; le 2e de 5300 fr. à 45 jours et le 3e de 8400 fr. à 90 jours. Il désirerait payer ce qu'il doit en une fois à 40 jours. Quel sera le montant du nouveau billet, le taux de l'escompte étant 4 °/₀? (*B. E. Paris.*)

2469. — On mélange le vin de trois barriques dont les contenances sont entre elles comme les nombres 4, 5, 6. En revendant le mélange obtenu 562f,80, on réalise un bénéfice moyen de 8f,04 par hectolitre. Sachant que ce bénéfice est de 12 °/₀ sur le prix d'achat, déterminer la contenance de chaque barrique. (*B. E. Lyon.*)

2470. — De son capital, une personne a fait trois parts qui sont entre elles comme les nombres 3, 4 et 5, et qu'elle a placées aux taux respectifs de 6 °/₀, 5 °/₀ et 4,5 °/₀. Le revenu de la 2e part est inférieur de 30 fr. à celui de la 3e. Quel est ce capital? (*B. E. Paris.*)

2471. — Une personne possède 200000 fr. Elle emploie une partie de ce capital à l'acquisition d'une maison et d'un terrain qui lui coûte les 5/8 du prix de la maison. Elle place le reste à 3,20 °/₀ et se fait ainsi 3280 fr. de rente. Dites le prix de la maison, le prix du terrain et le montant du capital placé. (*B. E. Seine.*)

2472. — On a deux billets : l'un de 1500 fr. payable dans un an, l'autre de 2350 fr. payable dans 6 mois. On veut les remplacer par un billet unique payable dans 3 mois. Quel en devra être le montant? On calculera l'escompte en dehors à 5 °/₀. (*B. E. Caen.*)

2473. — On a placé à intérêts simples deux capitaux qui sont entre eux comme 3 3/4 et 4 5/6. Le 1er placé pendant 6 ans 4 mois à 4 °/₀ a produit 987 fr. de plus que le 2e placé pendant 2 ans 1/2 à 3 °/₀. Quels sont ces deux capitaux? (*B. E. Lyon.*)

2474. — Un négociant commence une entreprise avec une somme de 120000 fr. Huit mois plus tard, un associé s'y intéresse pour une somme de 180000 fr., et, 14 mois après ce dernier, un nouvel associé s'y intéresse pour une somme de 300000 fr. L'entreprise, après avoir duré 6 ans, donne un bénéfice de 148000 fr. Si le 1er négociant doit prélever une prime de 6 °/₀ sur le bénéfice avant tout partage, on demande ce qui revient à chacun des trois associés. (*B. E. Nancy.*)

2475. — Une personne laisse après sa mort 3ha,50 de terres, 720 fr. de rente 3 °/₀ et une somme de 15000 fr. placée à 4 °/₀ chez un banquier depuis 7 mois et 20 jours. Les terres sont vendues au prix de 35f,50 l'are; la rente est vendue au cours de 102f,50, et la somme retirée des mains du banquier est jointe au produit de ces deux ventes. Deux personnes doivent se partager l'héritage de telle sorte que la 1re ait 4 fois plus que la 2e. Que revient-il à chacune? (*B. E. Caen.*)

2476. — Un particulier achète du 3 °/₀ français à 102f,15 et 3000 fr. d'Extérieure espagnole 4 °/₀ à 72 fr. Le revenu moyen de ce placement est de 3,19 °/₀. Quelle est la somme placée? (*Banque de France.*)

2477. — Un entrepreneur doit avoir terminé un travail dans un délai de 90 j., sinon il aurait à payer une indemnité de 50 fr. par jour de retard. Il emploie 30 ouvriers qui travaillent 10 h. par jour au prix moyen de 0f,45 par heure; d'après ses calculs, il aura terminé 3 jours avant le délai fixé et réalisé un bénéfice de 1500 fr. Une grève éclate à la fin de la 60e journée; le travail n'est repris qu'après 18 j. de chômage et les ouvriers ne travaillent plus que 9 h. par jour au prix de 0f,48 l'heure. Combien en faut-il employer pour terminer le travail avec seulement 3 jours de retard et à quoi se réduira alors le bénéfice de l'entrepreneur? (*B. E. Dijon.*)

2478. — On place deux capitaux de la manière suivante : le 1er seul pendant 7 mois 2/3, puis tous deux ensemble durant 8 mois 5/12, et enfin le 2e seul pendant 15 mois 2/9. Sachant que l'intérêt total produit par ces trois placements successifs aurait pu être donné par le 1er capital seul, s'il eût été placé pendant 2 ans et 5 mois, on demande le temps qui eût été nécessaire au 2e capital seul pour rapporter cet intérêt total. (*B. E. Alger.*)

2479. — Une maison qui a coûté 41340 fr. est louée ainsi qu'il suit : le loyer du rez-de-chaussée est les 6/7 de celui du 1er étage, et le locataire du 2e étage paye pour son appartement 75 fr., plus une somme égale aux 5/6 du loyer du rez-de-chaussée. Le revenu total de cette maison étant de 1965 fr., on demande le montant du loyer de chaque appartement. Si l'on estime à 1 °/₀ du capital les frais d'entretien et les impôts, le propriétaire aurait-il eu un revenu net supérieur en achetant de la rente 3 °/₀ au cours de 97f,50? (*B. E. Dijon.*)

2480. — Un homme qui avait une propriété de 26 ha. en a fait deux lots, dont il a vendu le 1er à 3600 fr. l'hectare, et le 2e à 4800 fr. l'hectare. Il a placé l'argent de la 1re vente à 4 °/₀ et celui de la 2e vente à 3,50 °/₀. Les deux placements lui rapportent le même intérêt annuel; on demande la superficie de chaque lot. (*B. E. Seine.*)

2481. — Une maison est louée 1175 fr. par an. Les impôts, restés à la charge du propriétaire, sont de 86f,60, et les dépenses d'entretien s'élèvent à 100 fr. en moyenne par an. En supposant que le revenu net de la propriété soit de 2,80 °/₀, on demande quelle en est la valeur. (*B. E. Caen.*)

2482. — Une personne possède un capital qu'elle a divisé en trois parties. Elle a placé la 1re à 4,5 °/₀, la 2e à 4 °/₀, et la 3e à 3 1/2 °/₀, et, au bout d'un an, elle a retiré les trois sommes placées augmentées de leurs intérêts respectifs; elle a touché ainsi 54 000 fr. Trouver les trois capitaux placés, sachant que le 1er est les 5/8 du 2e, et que le 3e est égal à la somme des deux autres. (*B. E. Seine.*)

2483. — Un commerçant achète des marchandises pour 1 780 fr. et profite d'un escompte de 3 °/₀. Il les revend 4 mois après pour 1 980 fr. payables dans 2 mois. Les frais d'emmagasinage et de transport s'élèvent à 28 fr. qu'il paye le jour où il vend ses marchandises. On demande combien il a gagné, en tenant compte de l'intérêt de son argent à 6 °/₀. (*E. P. S.*)

2484. — Un propriétaire consacre le quart de son avoir à l'achat d'une maison, et 1/5 du reste à l'achat d'une vigne; il divise ce qui lui reste en deux parts qui sont entre elles comme 3 est à 5. Il place la 1re à 4 °/₀ et la 2e à 5 °/₀, ce qui lui fait un revenu annuel de 666 fr. Trouver ces deux parts, le montant de l'avoir, le prix de la maison et celui de la vigne. (*B. E. Lyon.*)

2485. — Un litre de mélange d'alcool et d'eau pèse 740 g. et se compose de 65 °/₀ d'alcool et 35 °/₀ d'eau en volume. On ajoute 3 l. d'alcool à ce mélange; quelle est la composition en poids d'un litre du nouveau mélange? (*B. E. Aix.*)

2486. — Une personne entre en possession d'un héritage et laisse aux mains du notaire 10,50 °/₀ du montant de cet héritage à titre de frais de succession. De la somme qu'elle a recueillie, elle fait l'emploi suivant : elle dépense 7500 fr., augmentés des 5/7 de la succession nette, pour acheter 1 200 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98f,15; avec le reste, elle acquiert une maison. Dire : 1° le prix de la rente; 2° celui de la maison; 3° le montant total de la succession. (*B. E. Dijon.*)

2487. — Un marchand a acheté 450 hl. de vin au prix de 45 fr. l'hectolitre. Il les revend avec un bénéfice de 25 °/₀ sur le prix d'achat. Il place le capital résultant de cette vente au taux de 4,50 °/₀. Au bout de 8 ans 5 mois, il retire capital et intérêts simples. Quelle somme doit-il toucher? (*E. N. Basses-Alpes.*)

2488. — Deux capitaux ont été placés pendant le même temps, le 1er à 3 °/₀, le 2e à 4,50 °/₀. Le 1er capital a produit 300 fr. d'intérêt; le 2e, qui surpasse le 1er de 1 800 fr., a rapporté 504 fr. d'intérêt. On demande : 1° le temps pendant lequel ces deux capitaux ont été placés; 2° le montant de chaque capital. (*B. E. Rennes.*)

2489. — Un lingot d'argent est au titre de 0,720. Si on le fond avec 368 pièces de 5 fr., on obtient un lingot qui est au titre des monnaies divisionnaires. Dites : 1° le poids du 1er lingot; 2° combien on pourrait faire de pièces de 0f,50 avec le lingot obtenu; 3° combien on aurait de rente 3 °/₀ au cours de 96 fr. avec ladite somme. (*B. E. Seine.*)

2490. — Un enfant est héritier pour la moitié des 3/4 dans la vente d'une pièce de terre et de sa récolte en blé. La pièce de terre de 4 ha. 5 a. a été vendue 4 125 fr. l'hectare. La vente de la récolte a produit 1 800 fr. Les frais de vente et de moisson se sont élevés à 250 fr. Le produit net a été placé à intérêts simples, au taux de 3,75 °/₀, au nom de l'enfant jusqu'à sa majorité, qui arrivera 7 ans 6 mois après. Quelle somme, à cette époque, touchera l'enfant? (*E. P. S.*)

2491. — Deux liquides A et B ont pour densité : le 1er 0,92, le 2e 0,91. On les mélange dans la proportion d'un volume de A pour 4 volumes de B. Trouver le poids de l'hectolitre du liquide obtenu, si, par suite du mélange, le volume diminue de 1/250. (*E. N. Landes.*)

2492. — Un vigneron achète une maison qu'il veut payer avec le prix de son vin. S'il vend l'hectolitre 38 fr., il aura 168 fr. de trop; s'il ne le vend que 35 fr., il lui manquera 150 fr. Combien lui coûte la maison? Il la loue 45 fr. par trimestre. Mais ses dépenses annuelles sont évaluées : 1° pour les contributions et l'entretien, à 1 °/₀ de la valeur de la maison; 2° pour l'assurance, à 0f,865 p. 1000 de cette valeur. A quel taux a-t-il placé son argent? (*E. P. S.*)

2493. — Un négociant qui a gagné 12 °/₀ sur une 1re mise de fonds et 18 °/₀ sur une 2e égale aux 3/5 de la 1re, achète, avec le total des sommes primitives et des gains, de la rente 3 °/₀ au pair, et s'assure ainsi un revenu de 12339 fr. Quelles étaient les mises de fonds et combien le négociant a-t-il gagné en moyenne °/₀? (*B. E. Seine.*)

2494. — En fondant des bijoux d'or aux titres de 0,920, de 0,840 et de 0,750, on a obtenu 3410 g. d'alliage au titre des monnaies. Calculer les poids des deux 1ers alliages, le 3e pesant 180 g. (*E. N. Seine.*)

2495. — Une personne possède un capital de 16000 fr., qu'elle place partie à 4 °/₀, partie à 3 °/₀. Avec les 2/11 de son revenu, elle achète 3 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 98f,90; elle paye les frais d'achat qui s'élèvent à 2 fr. On demande de déterminer les parties du capital respectivement placées à 4 et 3 °/₀. (*B. E. Lille.*)

2496. — Le 23 mai 1909, un propriétaire a payé 514f,20 pour le prix principal et l'intérêt simple à 5 °/₀ l'an, d'un plancher circulaire ayant 8m,75 de diamètre, terminé le 4 novembre 1908. A combien serait revenu le mètre carré si le propriétaire avait payé le jour même de l'achèvement du plancher? (*E. P. S.*)

2497. — Un particulier engage dans une entreprise une somme de 18000 fr., à la condition qu'on lui servira un intérêt de 3 1/4 °/₀ par an, et qu'on lui remettra en outre 1/20 des bénéfices de cette entreprise. Au bout de 2 ans 8 mois, il touche 20310 fr., capital, intérêts et bénéfices réunis. On demande : 1° le montant total des bénéfices de l'entreprise; 2° le montant du capital total employé dans cette entreprise, sachant que les bénéfices sont de 10 °/₀ de ce capital. (*B. E. Besançon.*)

2498. — Un cultivateur, en faisant un choix des raisins au moment de la vendange, obtient deux vins de qualités différentes. Il remplit un tonneau de 600 l. avec un mélange des deux vins. Les robinets de vidange des cuves de fermentation donnent, le 1er 10 l. par minute, le 2e 8 l. par minute; ces robinets coulent ensemble pendant un certain temps, puis le 1er coule seul pendant 1/4 d'heure; après quoi, le tonneau est plein. Le 1er vin valant 30 fr. l'hectolitre et le 2e 20 fr., combien faudra-t-il vendre l'hectolitre du mélange? (*B. E. Grenoble.*)

2499. — Jean et Paul ont partagé une somme de 63000 fr. Jean a placé les 3/4 de sa part à 4 °/₀ et le reste dans une entreprise dont le rapport annuel est de 12 °/₀. Paul a placé les 4/5 de sa part à 3 1/2 °/₀ et le reste dans la même entreprise. Sachant que les deux capitaux placés dans l'industrie forment ensemble une somme de 15000 fr., quel est le revenu total de chacun des deux amis? (*B. E. Seine.*)

2500. — On achète une propriété dans les conditions suivantes : on donne : 1° 30 °/₀ du prix d'achat; 2° les 17/21 de ce qu'on reste devoir; 3° un billet de 12896 fr. représentant le reste du prix d'achat, payable à 3 mois de date et qui doit être immédiatement escompté à 5 °/₀. Quel est le prix d'achat? (*B. E. Seine.*)

2501. — On a souscrit trois billets : l'un de 2000 fr. payable dans 3 mois, l'autre de 1800 fr. payable dans 5 mois et le 3e de 2400 fr. payable dans 7 mois. On veut les remplacer par un billet unique d'une valeur nominale égale à la somme de ces billets. Trouver l'époque d'échéance de ce nouveau billet. (*E. P. S.*)

2502. — Quelle quantité de marchandises faudrait-il acheter à raison de 2f,50 le kilogramme et à 22 mois de crédit, pour que, déduction faite d'un escompte de 7 °/₀ par an, on payât comptant 1019f,85? — L'argent pour effectuer le payement ayant été emprunté au taux de 6 °/₀, combien faut-il revendre le kilogramme de marchandises pour réaliser un bénéfice net de 400 fr., en admettant que le prix de vente ne soit réalisé qu'au bout de 18 mois et que l'emprunt soit acquitté à la même époque, avec les intérêts échus? (*B. E. Rennes.*)

2503. — On a un lingot d'argent pur pesant 8kg,93, un autre lingot de 4 kg. au titre de 0,840, et 4kg,9 de vieilles pièces de 5 fr. usées par la circulation. 1° Combien doit-on fondre de cuivre avec tout ce métal pour avoir un alliage propre à fabriquer des pièces de 1 fr. au titre actuel? 2° Quelle est la valeur de cet alliage, si, pendant sa fabrication, il y a eu un déchet de 2 °/₀ sur le poids total? (*B. E. Seine.*)

2504. — Un négociant achète des marchandises : le prix du transport est égal à 15 °/₀ du prix d'achat; il doit payer 300 fr. de douane. Il est obligé de vendre ces marchandises avec une perte de 5 °/₀ sur le prix de revient; mais, s'il les avait vendues 394f,05 de plus, il aurait gagné 1 °/₀ sur ce prix. Quel est le prix d'achat? (*B. E. Lyon.*)

2505. — Deux personnes ont à se partager un capital de 52000 fr., de telle sorte que la part de la 1re, augmentée de ses intérêts pendant 8 ans à 3 °/₀, soit égale à la part de la 2e augmentée de ses intérêts pendant 12 ans au même taux. 1° Quelle somme chacune d'elles devra-t-elle prendre sur les 52000 fr.? 2° Combien, avec cette somme, chacune d'elles pourra-t-elle acheter de rente 3 °/₀ au cours de 97f,80? (*B. E. Lille.*)

2506. — Une terre de 7ha,45 était affermée à raison de 38 fr. l'hectare; à la suite d'un drainage qui a coûté 1500 fr. au propriétaire, le fermier a consenti à payer 400 fr. pour la location de toute la terre. Cela posé, on demande : 1° quel est le bénéfice annuel du propriétaire si l'argent qu'il a dépensé pour drainer sa terre lui rapportait auparavant 4,50 °/₀ d'intérêt par an; 2° quelle est la plus-value acquise par la propriété si l'on admet que le revenu des terres représente en moyenne 2 1/2 °/₀ de leur valeur. (*B. E. Besançon.*)

2507. — Deux capitaux ont été placés: le 1er à 4 °/₀ pendant 6 ans 4 mois, et le 2e au même taux pendant 4 ans 6 mois. Les intérêts du 1er dépassent de 428f,40 les intérêts du 2e, et ces deux capitaux sont entre eux comme les nombres 45 et 58. On demande quels sont ces deux capitaux. (*E. N. Vosges.*)

2508. — Le foin perd par la fenaison 48 °/₀ de son poids, et le foin sec subit, dans le grenier, une perte de 12 °/₀ du poids qu'il avait quand on l'a rentré. Un propriétaire pourrait vendre son foin sur pied à raison de 210 fr. l'hectare; il refuse cette proposition et ne vend son foin que 8 mois après la récolte à raison de 4f,50 les 50 kg. On demande combien il a perdu ou gagné à cette opération, sachant que la prairie a produit 60 q. de foin vert par hectare; que la récolte pesait, quand on l'a remisée, 26000 kg., et qu'enfin s'il avait vendu son foin sur pied, il aurait pu placer à 6 °/₀ le prix de vente et les 165 fr. de frais que la récolte lui a occasionnés. (*B. E. Poitiers.*)

2509. — Un rentier a partagé son capital en trois parties, qui sont entre elles comme les nombres 3, 5, 7. La 1re partie est placée à à 4 1/2 °/₀ l'an, la 2e à 3,80 °/₀, et, avec la 3e, il a acheté de la rente 3 °/₀ au cours de 98f,10. Ce dernier placement lui rapporte 315 fr. par an. Quel était son capital et quel est son revenu total? (*B. E. Seine.*)

2510. — On veut payer 500 fr. comptant avec un billet de 600 fr. dont l'échéance est à 3 mois. Combien doit-on recevoir en retour, l'escompte commercial étant à 6 °/₀ par an? (*E. P. S.*)

2511. — Un négociant achète un lot de marchandises contenant 125 m. de soie, 142 m. de mérinos et 180 m. de mousseline pour la somme de 2372 fr. Le prix du mètre de mérinos est les 3/5 de celui du mètre de soie, et le prix du mètre de mousseline 1/4 du prix du mètre de mérinos. Vu l'état de la saison, le négociant doit perdre 7 °/₀ sur le prix de la mousseline, mais il peut vendre le mérinos à 15 °/₀ de profit. Combien, à 1/2 centime près, doit-il vendre le mètre de soie pour gagner 12 °/₀ sur le prix total des marchandises? (*B. E. Seine.*)

2512. — Une personne partage un capital en parties proportionnelles aux fractions 3/8, 3/12 et 1/3. La 1re part placée à 4 °/₀ pendant 2 ans 7 mois est devenue, capital et intérêts réunis, 2482f,50. Calculer la valeur du capital total. (*B. E. Aix.*)

2513. — Un terrain est vendu par un 1er propriétaire avec une perte de 2/13 du prix d'achat, puis racheté par un 2e propriétaire qui l'a payé les 10/7 du prix de vente précédent; il est revendu par ce 2e propriétaire avec une perte égale aux 2/15 du prix auquel il l'avait payé, et le produit de cette vente est placé en rentes 3 °/₀ au cours de 94f,65. 1° Quel est ce produit, sachant que le titre de rente s'élève à 3500 fr.? 2° Quel a été le prix auquel le 1er propriétaire a acheté le terrain? (*B. E. Lille.*)

2514. — Un particulier emploie les 3/8 de sa fortune à l'achat d'une propriété rapportant 3 3/4 °/₀; il place 2/5 de son avoir chez un industriel qui lui servira un intérêt de 5 °/₀; enfin il met ce qui reste dans une entreprise qui rapporte 6 1/3 °/₀. Il aura ainsi un revenu total de 3865 fr. A combien s'élève sa fortune? (*B. E. Aix.*)

2515. — Un marchand a acheté 12 pièces de vin de 220 l. chacune, à 25 fr. l'hectolitre, payables à 90 jours. Il paye, en outre, pour frais divers, 88 fr. On lui fait une remise de 3 °/₀ s'il paye comptant, ou proportionnelle au temps pendant lequel il devancera l'échéance du payement. Il paye la moitié comptant et le reste au bout de 30 j. Ce vin éprouve un déchet de 5 °/₀. Combien le marchand doit-il revendre le litre de vin pour gagner 20 °/₀ sur le prix de revient? (*B. E. Seine.*)

2516. — Un marchand a deux qualités de drap qui lui coûtent 22 fr. et 18 fr. le mètre. Il échange avec un autre marchand une portion égale de chaque qualité qu'il compte respectivement 25 fr. et 20 fr. contre du drap à 14 fr. qu'on lui compte 17 fr. Cet échange ayant valu 30 fr. de bénéfice au 2e marchand, on demande combien le 1er marchand a échangé de mètres de chaque qualité et combien il en a reçu en échange. Vérifier. (*B. E. Toulouse.*)

2517. — Une personne a acheté une vigne pour 7200 fr., un pré pour 5400 fr., une terre pour 6300 fr. La contenance de ces trois terrains est de 2ha,75. Sachant que 3 a. de vigne coûtent autant que 5 a. de pré et que 8 a. de terre, calculer, pour chaque parcelle, le prix de l'are et la contenance. (*C. E. P. S.*)

2518. — Un billet à ordre payable le 8 novembre est escompté le 16 juin précédent au taux de 5,50 °/₀ l'an. Le banquier prélève, outre l'escompte, une commission de 1/4 °/₀ sur le montant du billet et 8f,50 pour frais d'encaissement. Le porteur a reçu 715f,35. On demande quel était le montant du billet. (*B. E. Seine.*)

2519. — Un fabricant offre de vendre 50 pièces de coutil de 90 m. chacune à 1f,20 le mètre, et 30 autres pièces de 75 m. chacune à 1f,35 le mètre. L'achat sera payé comptant moyennant une remise de 1 °/₀. L'acheteur propose de payer l'ensemble de ce coutil 1f,25 le mètre et dans 90 jours. Si le fabricant accepte la proposition de l'acheteur, combien gagnera-t-il ou perdra-t-il, sachant qu'il fera escompter de suite à 6 °/₀ l'an le billet que lui donnera l'acheteur? (*B. E. Seine.*)

2520. — Une personne a fait quatre parts de son capital. La 1re a été placée à 3,5 °/₀, la 2e à 4 1/3 °/₀, la 3e à 4 1/2 °/₀, la 4e à 4 3/4 °/₀. Ces parts sont entre elles comme les fractions 2/3, 3/5, 4/7 et 5/11. Elle a retiré 33115f,41 au bout de l'année, capital et intérêts réunis. Trouver chaque part et le capital entier. (*B. E. Poitiers.*)

2521. — On a 540 l. d'alcool marquant 90° à l'alcoomètre centésimal, ce qui signifie que 90/100 du volume de ce liquide sont de l'alcool pur et le reste de l'eau. On les mélange avec 810 l. d'un autre alcool marquant 72°. On demande : 1° combien de degrés ce mélange devra marquer; 2° quelle quantité d'eau on devra y ajouter pour obtenir un mélange à 60°. (*B. E. Seine.*)

2522. — Un spéculateur achète une propriété de 256 ha. 8 a. au prix de 447116 fr. Il la garde 2 ans et elle ne lui rapporte que 3 2/3 °/₀ par an, tandis que s'il avait placé la somme déboursée, il en eût retiré 5,15 °/₀. A quel prix doit-il revendre l'hectare pour faire un bénéfice réel de 7 °/₀, en tenant compte et du prix d'achat et de la perte d'intérêt qu'il a éprouvée? (*B. E. Rennes.*)

2523. — Une personne emprunte 750 fr. et 8 mois après 980 fr.; 6 mois plus tard, elle rembourse 450 fr.; 5 mois après 720 fr. et 3 mois ensuite 300 fr. Etablissez son compte 7 mois après ce 3e payement. Le taux est de 5 °/₀ par an. (*B. E. Toulouse.*)

2524. — Trois associés ont fait, dans une entreprise, un bénéfice de 1200 fr. Les 2/3 de la part du 1er égalent les 3/4 de celle du 2e, et 1/5 de la part du 2e égale 3/20 de la part du 3e. On demande chacune des trois parts. (*B. E. Clermont.*)

2525. — On fond 835 pièces de 5 fr. en argent; avec le résultat combien pourra-t-on faire de pièces de 0f,50, de 1 fr. et de 2 fr., si l'on veut avoir 3 pièces de 1 fr. contre 2 de 0f,50 et autant de pièces de 2 fr. que de pièces de 1 fr.? (*B. E. Seine.*)

2526. — Une personne achète un domaine pour 20000 fr. avec la faculté de payer chaque année une partie quelconque du capital avec les intérêts échus à 4 °/₀. Elle a payé en tout 2400 fr. à la fin de la 1re année, puis 3620 fr. au bout de la 2e; enfin 5000 fr. au bout de la 3e. A la fin de la 4e, elle veut s'acquitter en entier. Combien doit-elle verser? (*B. E. Toulouse.*)

2527. — Partager le nombre 747 en trois parties telles, que leurs racines carrées soient proportionnelles à 3, 5 et 7. (*B. E. Lille.*)

2528. — Une personne a employé 52488 fr. à l'achat d'un titre de rente 3 °/₀. Avec le produit du coupon trimestriel, elle a acheté, à 4000 fr. l'hectare, un jardin rectangulaire qui a 135 m. de périmètre, et dont la longueur a 22m,50 de plus que la largeur. Quel était le cours de la rente 3 °/₀ au moment où le titre a été acheté? (*E. P. S.*)

2529. — Un propriétaire emploie la neuvième partie de sa fortune pour acheter une maison; avec 1/4 du reste, il achète un bois; enfin, de ce qui lui reste, il fait encore deux parts, qui sont entre elles comme les nombres 2 et 3. La 1re étant placée à 4 °/₀ et la 2e à 5,5 °/₀, il se fait un revenu de 8820 fr. Calculer les deux parts, la fortune entière et le prix du bois. (*E. N. Jura.*)

2530. — Deux substances ont des densités représentées par 4/7 et 11/12. Combien faut-il prendre de kilogrammes de chacune de ces substances pour que la densité du mélange soit exprimée par 5/6 et le poids par 116 kg.? (*B. E. Dijon.*)

2531. — Deux sommes diffèrent de 2030 fr. On place la plus grande à 4 °/₀ pendant 20 mois. Sachant que la plus petite, placée à 4,5 °/₀ et pendant 4 mois de plus que la plus grande, produit le même intérêt que celle-ci; quelles sont ces sommes? (*B. E. Clermont.*)

2532. — Un père de famille achète pour sa consommation 500 kg. de vendange qu'il paye à raison de 28 fr. le quintal et qui lui donnent 350 l. de vin. Il achète en outre 200 l. d'un autre vin à 65 fr. l'hectolitre. Il ajoute une certaine quantité d'eau au mélange de ces deux sortes de vin et la bouteille de 75 cl. du mélange obtenu lui revient à 0f,27. Quelle est la quantité d'eau employée? (*B. E. Lyon.*)

2533. — Une personne place un capital dans une banque qui lui donne 5 °/₀ par an; après 2 ans et 3 mois, elle retire son capital et les intérêts pour faire un nouveau placement. Sachant que si elle plaçait à 6 °/₀ les 5/11 de la somme retirée et le reste à 5 °/₀ elle retirerait 89 fr. de moins que si elle plaçait les 5/11 à 5 °/₀ et le reste à 6 °/₀, trouver la somme qu'elle avait déposée à la banque. (*Agents voyers.*)

2534. — Un négociant a acheté 2525 hl. de blé à 16 fr. l'hectolitre. Il en revend les 2/5 avec un bénéfice de 8 °/₀ sur le prix d'achat, 1/3 à raison de 21f,50 l'hectolitre payable à 90 jours, et le reste avec un bénéfice net et immédiat de 225 fr. Quel est, le jour même de la vente, son gain moyen par hectolitre, en tenant compte de l'escompte commercial a 6 °/₀? (*E. N. Meuse.*)

2535. — Une personne a placé la moitié d'une somme à 4,5 °/₀ par an; elle dépose l'autre moitié dans une banque où l'intérêt est seulement de 2 °/₀ par an. Elle retire cette seconde moitié au bout de 4 mois, et l'intérêt qu'elle touche est inférieur de 50 fr. à celui que la 1re moitié aurait rapporté au bout du même temps. Quelle est cette somme? (*B. E. Seine.*)

2536. — Trois ouvriers ont placé ensemble à un taux unique une somme de 1200 fr. Après 8 ans, ils ont retiré pour le capital et les intérêts simples : le 1er 792 fr.; le 2e, 528 fr., et le 3e, 264 fr. Dire la mise de chacun, et à quel taux on a payé l'intérêt. (*B. E. Seine.*)

2537. — Un rentier a placé les 4/7 de sa fortune en rentes sur l'Etat et le reste dans l'industrie. La 1re partie lui donne un revenu annuel de 1408 fr. et la 2e partie un revenu annuel de 1485 fr. En ajoutant pendant la 2e année 10500 fr. à chaque placement, le revenu total se trouve augmenté de 808f,50. Trouver : 1° quelle était la la somme placée primitivement par le rentier; 2° quel est le taux de chaque placement. (*B. E. Lyon.*)

2538. — Une personne a acheté avec les 5/7 de sa fortune un terrain qui lui revient, tous frais payés, à 3652 fr. l'hectare. Les 3/5 du reste de sa fortune ont été employés à l'achat d'une maison. Le capital restant ensuite produit une rente annuelle de 2040 fr., les 3/8 de ce capital étant placés à 3,50 °/₀ et le reste à 3 °/₀. Trouver : 1° la fortune totale; 2° le prix de la maison; 3° les deux sommes placées séparément; 4° la contenance de son terrain. (*B. E. Poitiers.*)

2539. — Une personne qui possède un certain capital voudrait acheter un pré qui lui coûterait, tous frais compris, les 13/15 de ce capital, et une vigne qui en coûterait le sixième. Calculez : 1° pendant combien de temps elle devrait placer son capital à 5 °/₀ par an pour que les intérêts simples produits fussent égaux à la somme qui lui manque pour payer les deux propriétés; 2° quel est le capital qu'elle possède, sachant que, si elle le plaçait à 5 °/₀ pendant 10 mois, les intérêts produits surpasseraient de 500 fr. la somme qui lui manque pour faire son achat. (*B. E. Clermont.*)

2540. — On a fondu ensemble trois lingots d'argent dont les titres sont 0,9; 0,8 et 0,6. Leurs poids respectifs sont inversement proportionnels à leurs titres. Le poids total de l'alliage est de 1682 g. On demande : 1° les poids des trois lingots; 2° le titre de l'alliage à 0,001 près. (*B. E. Caen.*)

2541. — On vend deux propriétés. La surface de l'une n'est que les 2/7 de celle de la 2e; mais le prix de l'hectare de la 1re est les 5/3 de celui de l'autre. Le montant de la 1re vente est employé à l'achat d'une maison qu'on loue 700 fr. par an. Celui de la 2e est employé à l'achat de 442 fr. de rente 3 °/o au cours de 97f,65. On demande à quel taux est placé l'argent qui a payé la maison, si les frais d'entretien et autres s'élèvent à 175 fr. par an. (*B. E. Nancy.*)

2542. — Par la torréfaction, le café vert perd 1/5 de son poids. En vendant son café moulu au prix de 0f,75 les 125 g., un épicier a fait un bénéfice de 25 °/o. On demande le prix d'achat du café vert. — Sachant que ce café vert est un mélange de cafés achetés à 3f,45 et à 4f,50 le kilogramme, trouver dans quelle proportion l'épicier a fait le mélange pour obtenir 70 kg. de café moulu. (*E. N. Seine-et-Oise.*)

2543. — Un négociant fait, dans le cours d'une année, 172500 fr. d'affaires, et gagne 32 1/2 °/o. Les 4/15 de ce bénéfice suffisent à son entretien. Avec ses économies de 3 ans, il achète de la rente 3 °/o au cours de 103 fr. Quel intérêt annuel lui produira son titre de rente? (On ne tiendra pas compte des frais d'achat.) (*B. E. Seine.*)

2544. — Une personne achète une maison qui, tous frais payés, lui coûte 237450 fr. Ne disposant que d'une partie de la somme, elle a dû la compléter par un emprunt dont elle paye l'intérêt à raison de 4 °/o. La location de la maison lui donne un produit net de 12330 fr., sur lequel elle doit prélever l'intérêt de la somme empruntée; elle se trouve ainsi retirer de l'argent dont elle disposait un revenu de 5,50 °/o l'an. Quel était le montant de l'emprunt? (*B. E. Seine.*)

2545. — Une personne vend une propriété d'une superficie de 6ha.72. Elle place les 3/8 de la somme reçue à 4 °/o et divise le reste en deux parts qu'elle place à 2,5 °/o et à 5 °/o. Elle se fait ainsi un revenu annuel de 602 fr. Les deux derniers placements produisent le même intérêt. Combien a été vendu l'hectare de la propriété? (*E. P. S.*)

2546. — Pour remplir un tonneau de 490 l., un marchand emploie une certaine quantité d'eau et trois espèces de vin à 40, 44 et 55 fr. l'hectolitre. Pour 1 l. à 0f,40 il en met 3 à 0f,44 et pour 24 l. du mélange de ces deux espèces de vin, il met 1 l. d'eau. En revendant le tout 0f,60 le litre, il gagne 58f,80. Quelle est la quantité de chaque liquide? (*B. E. Chambéry.*)

2547. — Un particulier laisse à sa famille les 3/4 de sa fortune; il en donne 1/7 aux pauvres et 1/3 du reste à un musée. La somme qui lui reste est placée à intérêt simple au taux de 5 °/o, pendant 4 ans 6 mois, au profit d'une institution de bienfaisance. Au bout de ces 4 ans 6 mois, cette institution reçoit une somme de 9800 fr., capital et intérêts réunis. On demande : 1° la fortune du défunt; 2° la part de la famille; 3° celle des pauvres; 4° celle du musée. (*Ec. Nat. Prof.*)

2548. — On a placé chez un banquier un capital au taux de 4 °/o par an. Au bout de 300 jours, on retire, capital et intérêts réunis, 10850 fr. Avec cette somme on achète de la rente 3 °/o au cours de 98f,50. On demande : 1° le capital primitif; 2° le montant de la rente achetée si on ne tient pas compte du courtage; 3° le montant de la rente achetée si on tient compte du courtage. (*B. E. Caen.*)

2549. — Un propriétaire qui a emprunté 10000 fr. pour 1 an, à raison de 6 °/o, trouve au bout de quelque temps à emprunter à 4 1/2 °/o. En conséquence, il rembourse le 1er prêteur et à la fin de l'année il a payé en tout 512f,50 d'intérêts. Combien de temps a-t-il gardé l'argent du 1er prêteur? — Avec les 10000 fr., il a acheté un terrain rectangulaire à raison de 200 fr. l'are. Trouver les dimensions de cette propriété, si sa largeur est les 2/3 de sa longueur. (*B. E. Chambéry.*)

2550. — On a trois alliages d'or et de cuivre aux titres de 0,750; 0,840; 0,920. On demande quel poids on doit prendre de chacun d'eux pour obtenir un alliage pesant $4^{kg},5$ et au titre de 0,890. Le poids du métal tiré du 1er lingot doit être au poids du métal tiré du 2e dans le rapport de 2 à 7. (*B. E. Poitiers.*)

2551. — Un négociant fait escompter un billet payable dans 60 jours et emploie la somme qu'il reçoit à acheter un certain nombre de rouleaux de ruban de 30 m. chacun à raison de $0^f,77$ le mètre. Il vend 1/3 de ces rouleaux avec un bénéfice de $0^f,20$ par mètre, les 2/5 avec un bénéfice de $0^f,12$ par mètre et le reste avec une perte de $0^f,09$ par mètre. Il réalise ainsi un bénéfice de $122^f,40$. On demande : 1° le nombre des rouleaux; 2° le montant du billet qu'il a fait escompter, le taux de l'escompte étant de 6 °/₀ par an. (*B. E. Lyon.*)

2552. — Trois créanciers ont à se partager, à la suite d'une faillite, une somme de 8729 fr. qui, restée placée à intérêts composés pendant 3 ans chez un banquier, a rapporté $3^f,75$ °/₀ d'intérêt par an. Les créances sont $7528^f,44$ pour le 1er, les 7/12 de cette somme pour le 2e et les 3/5 de la somme des deux premières créances pour le 3e. On demande ce que recevra chacun d'eux. (*B. E. Lille.*)

2553. — Un négociant a trois traites à payer le même jour; la 2e est les 5/6 de la 1re et la 3e est les 4/5 de la 2e. Pour les payer, il fait escompter chez un banquier, à 6 °/₀ l'an, un billet d'une valeur nominale de 3000 fr. payable dans 60 jours, et, après avoir prélevé le montant de ses traites sur la somme que lui remet le banquier, il lui reste net 945 fr. Quel est le montant de chacune des traites? (*B. E. Seine.*)

2554. — On prend trois lingots formés d'un alliage d'argent et de cuivre dont les titres sont respectivement 0,95, 0,75 et 0,50. Le poids du 1er est les 3/4 de celui du 2e et le poids du 2e est la moitié de celui du 3e. Les trois lingots fondus pèsent ensemble 3810 grammes. On demande quel poids de cuivre ou d'argent il faut ajouter au lingot total pour obtenir un alliage pouvant servir à frapper des pièces de 1 franc. (*B. E. Lyon.*)

2555. — Une personne avait mis dans les affaires tout son avoir : La 1re année, elle en a perdu 1/5; la 2e année, ce qui lui restait s'est augmenté de 30 °/₀. Elle a alors retiré son argent et l'a placé en rente 3 1/2 °/₀ au cours de $101^f,40$. Cette rente ayant été convertie en 3 °/₀, son revenu a diminué de 80 fr. Que possédait primitivement cette personne? (*B. E. Chambéry.*)

2556. — Un marchand accorde aux acheteurs un délai de 3 mois, à partir de la vente, pour le payement des marchandises au prix de facture, mais fait sur ce prix une remise de 2 °/₀ à ceux qui payent comptant. Dans ces conditions, un acheteur lui achète un certain article au comptant et lui verse en payement, remise déduite, $1531^f,25$. On demande de calculer : 1° le prix de facture de l'article en question; 2° ce que gagne le marchand à toucher immédiatement ces $1531^f,25$ au lieu de toucher 3 mois plus tard le prix de facture, en admettant que, dans son commerce, son argent lui rapporte 8,72 °/₀ par an; 3° ce que gagne l'acheteur à payer immédiatement $1531^f,25$, au lieu de payer plus tard le prix de sa facture, en admettant que, pendant ces 3 mois, son argent eût été placé au taux de 3,75 °/₀. (*B. E. Rennes.*)

2557. — Une personne achète, au cours de 418 fr., 6 obligations du chemin de fer de l'Est, remboursables à 500 fr. et rapportant $12^f,50$ d'intérêt annuel. Quelle somme totale débourse-t-elle (frais de courtage, d'impôt et de timbre compris)? Quel est son revenu brut? A quel taux place-t-elle réellement son argent, si l'on tient compte des impôts de 4 °/₀ du revenu et de $0^f,25$ °/₀ du prix moyen de l'année précédente. (On supposera ce prix moyen de 418 fr.) (*B. E. Seine.*)

CALCUL MENTAL. CALCUL RAPIDE

Addition. Soustraction.

265. — *Remplacer l'un des nombres par une somme ou par une différence et commencer par les plus hautes unités.*

1° **67 + 46** = 67 + (40 + 6). (§ **17**)
67 et 40... 107 et 6... 113. *Rép.* **113.**

2° **86 + 39** = 86 + (40 — 1). (§ **31**)
86 et 40... 126 moins 1... 125. *Rép.* **125.**

3° **75 — 37** = 75 — (35 + 2) (§ **29**)
75 moins 35... 40 moins 2... 38. *Rép.* **38.**

4° **85 — 48** = 85 — (50 — 2) (§ **32**)
85 moins 50... 35 et 2... 37. *Rép.* **37.**

266. — *Partager les nombres plus grands que* **cent** *en tranches de deux chiffres.*

1° **864 + 438** = 800 + 400 + 64 + 38.
800 et 400... **1200**
64 et 38... **102** } *Rép.* **1302.**

2° **958 — 436** = (900 — 400) + (58 — 36).
900 moins 400... **500**
58 moins 36... **22** } *Rép.* **522.**

267. — *Arrondir les nombres et procéder par compensation.*

1° **986 + 454** = (1000 — 14) + (440 + 14) = 1000 + 440. *Rép.* **1440.**
2° **849 — 418** = 849 — (420 — 2) = 851 — 420. *Rép.* **431.**

268. — *Tenir compte de la virgule.*

1° **14,65 + 12,8** = 14 + 12 + 0,65 + 0,8.
14 et 12... **26**
65 et 80... **1,45** } *Rép.* **27,45.**

2° **17,80 — 6,45** = (17 — 6) + (0,80 — 0,45) = 11 + 0,35. *Rép.* **11,35.**

269. — *Soustraction par addition.* (§ **23**)

1° **458 — 189** { 189 et **11**... 200
200 et **258**... 458 } *Rép.* **11 + 258 = 269.**

2° **474 — 325** { 325 et **100**... 425
425 et **49**... 474 } *Rép.* **100 + 49 = 149.**

Multiplication.

270. — *Remplacer les facteurs par une somme, une différence, un produit ou un quotient et commencer par les plus hautes unités.*

A. — L'un des facteurs est remplacé par **une somme.**

46$\times$**7**$=(40+6)\times 7=280+42$. *Rép.* **322.** (§ **39**)
325$\times$**21**$=325\times(20+1)=6500+325$. *Rép.* **6825.** (§ **40**)

Cas particuliers. — I. Pour multiplier un nombre par **11**, par **101**, par **1001**,... ou par **12**, par **102**, par **1002**,... on le multiplie par **10**, par **100**, par **1000**, et on *ajoute au produit* obtenu le *nombre lui-même* ou *son double.*

II. Pour multiplier un **nombre de deux chiffres par 11**, on opère aussi de la façon suivante :

43$\times$**11**... 4 et 3... **7**... **473.**
85$\times$**11**... 8 et 5... **13**... **935.**

B. — L'un des facteurs est remplacé par **une différence.**

58$\times$**6**$=(60-2)\times 6=360-12$. *Rép.* **348.** (§ **50**)
415$\times$**18**$=415\times(20-2)=8300-830$. *Rép.* **7470.** (§ **51**)

Cas particulier. — Pour multiplier un nombre par **9**, par **99**, par **999**,... ou par **8**, par **98**, par **998**,... on le multiplie par **10**, par **100**, par **1000** et on *retranche du produit obtenu* le *nombre lui-même* ou *son double.*

C. — L'un des facteurs est remplacé par **un produit.**

162$\times$**4**$=162\times 2\times 2=324\times 2$. *Rép.* **648.** (§ **47**)
45$\times$**140**$=45\times 2\times 7\times 10=90\times 7\times 10$. *Rép.* **6300.**

Cas particulier. — Pour multiplier un nombre par **22**, par **33**, par **44**,... on le multiplie par **11**, puis, on multiplie le *produit obtenu* par **2**, par **3**, par **4**...

D. — L'un des facteurs est remplacé par **un quotient.**

$48\times 35=\frac{48\times 70}{2}$. *Rép.* **1680**; $32\times 0{,}75=\frac{32\times 3}{4}$. *Rép.* **24.** (§ **151**)

Cas particuliers. — I. Pour multiplier un nombre par **0,5**, par **5**, par **50**, par **500**, on en *prend la* **moitié** et on *multiplie le résultat* par **1**, par **10**, par **100**, par **1000.**

En effet : $0{,}5=1/2$; $5=10/2$; $50=100/2$; $500=1000/2$.

II. Pour multiplier un nombre par **0,25**, par **2,5**, par **25**, par **250**, on en *prend le* **quart** et on *multiplie le résultat* obtenu par **1**, par **10**, par **100**, par **1000.**

En effet : $0{,}25=1/4$; $2{,}5=10/4$; $25=100/4$; $250=1000/4$.

271. — *Multiplication sans produits partiels.*

Ce procédé de calcul rapide consiste à *calculer à la fois* les parties correspondantes des *produits partiels* et à *les ajouter immédiatement* en tenant compte des retenues.

Ex. : **47 × 32.**
2 fois 7... 14, j'écris **4**, je retiens 1.
2 fois 4 et 3 fois 7 font 29 et 1 de retenue 30, j'écris **0**, je retiens **3**.
3 fois 4... 12 et 3 de retenue 15, j'écris **15**.

Rép. **1504.**

Cas particulier. — Pour obtenir le produit de **deux nombres compris entre 10 et 20,** on *ajoute à l'un des nombres le chiffre des unités de l'autre,* on *multiplie le résultat* par **10,** et on *ajoute à ce nouveau résultat le produit des chiffres des unités.*

Ex. : **17 × 14** { 17 et 4... 21,... **210** / 7 fois 4... **28** } *Rép.* **238.**

Problèmes. — Effectuer rapidement les produits suivants :

2558. — 78 × 0,5; 89 × 0,25; 84 × 5; 96 × 0,75; 64 × 25; 47 × 500.

2559. — 72 × 6; 48 × 21; 28 × 36; 43 × 0,7; 7,9 × 46; 8,7 × 4,1.

2560. — 53 × 11; 97 × 11; 72 × 22; 84 × 55; 24 × 101; 75 × 1001.

2561. — 48 × 8; 54 × 9; 86 × 99; 24 × 98; 56 × 999; 32 × 998.

2562. — 12 × 13; 14 × 15; 17 × 13; 16 × 14; 16 × 17; 14 × 14.

2563. — 312 × 14; 613 × 13; 146 × 23; 3,25 × 4,3; 19,45 × 3,7.

2564. — Combien payera-t-on pour 25 kg. de beurre à 1f,30 le demi-kilogramme?

2565. — Multipliez par 0,75 les nombres 56; 86 et 59. Comment procédez-vous? Quel est le prix de 750 g. de thé à 10f,20 le kilogramme?

2566. — Quel est le prix de 5m,25 d'étoffe à 5f,60 le mètre?

2567. — Multiplier 84 par 175.

2568. — Un fermier vend 18 moutons à 32 fr. l'un et 3 bœufs à 530 fr. l'un. Expliquer comment il calcule mentalement ce qui lui revient : 1° pour les moutons; 2° pour les bœufs et 3° pour le tout.

2569. — Expliquer comment on peut calculer de tête le prix d'une barrique de vin de 228 l. à 0f,55 le litre.

2570. — Une ménagère achète 8m,60 d'étoffe à 1f,50 le mètre. Elle donne en payement une pièce de 20 fr. Calculer ce qu'on lui rendra.

2571. — Trouver mentalement : 1° le prix de 64 m. d'étoffe à 0f,75 le mètre; 2° le prix d'un porc de 109 kg. à 0f,85 le demi-kilogramme. Expliquer les procédés employés. (*B. E. oral, Paris.*)

2572. — Calculer de tête le volume d'un tas de bois ayant 4m,50 de long, 4 m. de large et 2m,50 de haut.

2573. — On vend à 0f,75 le mètre carré un terrain de 16 m. de long sur 11 m. de large. Calculer mentalement la somme que l'on recevra.

2574. — Trouver combien on doit payer pour le parquetage d'une pièce de 4m,50 de long sur 4m,50 de large, à 6f,50 le mètre carré.

2575. — Comment vous y prendrez-vous pour faire mentalement les multiplications suivantes : 42 × 19; 23 × 50; 17 × 41?

2576. — Comment effectuez-vous mentalement : 38 × 11; 28 × 15; 72 × 99? Vous justifierez les procédés que vous emploierez. (*E. P. S.*)

Division.

272. — Dans certains cas, *on peut remplacer le* **dividende** *par une somme, une différence ou un produit.*

1° **4824 : 3** = (4800 + 24) : 3. (§ **74**)
Le tiers de 48 est 16, le tiers de 24 est 8. *Rép.* **1608.**

2° **882 : 9** = (900 — 18) : 9 = 100 — 2. *Rép.* **98.** (§ **75**)

3° **594 : 6** = (54 × 11) : 6 = 9 × 11. *Rép.* **99.** (§ **76**)

273. — Le **diviseur** *peut être remplacé par un produit ou par un quotient.*

1° **648 : 4** = 648 : (2 × 2) = 324 : 2. *Rép.* **162.** (§ **77**)
846 : 30 = 846 : (3 × 10) = 282 : 10. *Rép.* **28,2.**

2° **810 : 45** = $810 : \frac{90}{2} = \frac{810 \times 2}{90} = 9 \times 2$. *Rép.* **18.** (§ **160**)

228 : 0,75 = $228 : \frac{3}{4} = \frac{228 \times 4}{3} = 76 \times 4$. *Rép.* **304.**

Cas particuliers. — **I.** Pour diviser un nombre par **0,5**, par **5**, par **50**, par **500**, on le **multiplie par 2** et on **divise le résultat** par **1**, par **10**, par **100**, par **1000.** (Voir **D.** § **270**)

II. Pour diviser un nombre par **0,25**, par **2,5**, par **25**, par **250**, on le **multiplie par 4** et on **divise le résultat** par **1**, par **10**, par **100**, par **1000.** (Voir **D.** § **270**)

III. Pour diviser un nombre par π ou **3,1415926...**, il est préférable de **multiplier** ce nombre par l'**inverse de** π ou **0,3183098.** (Pour retenir cette valeur, il suffira de se rappeler la phrase : les trois journées de 1830 sont suivies de 89 renversé.)

Remarque. — Il faut s'habituer à faire les divisions par **2, 3, 4, 5...**, **9, 11, 12,** *rapidement, sans écrire les restes.*

Problèmes. — Calculer rapidement les quotients suivants :

2577. — 2472 : 2; 8796 : 3; 6824,8 : 8; 764,82 : 9.

2578. — 3648 : 6; 918,90 : 9; 1272,60 : 12; 4575,15 : 15.

2579. — 498 : 4; 4586,52 : 6; 786,20 : 20; 981,45 : 45.

2580. — 75 : 0,5; 120 : 0,25; 48 : 0,05; 219 : 0,75.

2581. — 784 : 50; 89 : 25; 642 : 75; 368 : 1,5.

2582. — Calculer rapidement les diamètres des circonférences dont la longueur est : 5 m.; 2 m.; 10 m.; 11 m.; 9 m.; 25 m.; 75 m.; 36 m.

2583. — Une étoffe vaut 2f,50 le mètre. Combien pourrait-on en avoir : 1° pour 47 fr.; 2° pour 87f,50; 3° pour 41f,25?

2584. — Diviser 23 par 0,125 et expliquer l'opération.

2585. — Combien une barrique de cidre de 450 l. peut-elle fournir de bouteilles de 0l,75?

2586. — Comment divise-t-on mentalement le nombre 37 par 0,25, par 25; par 0,125; par 12,5; par 125?

Méthode des parties aliquotes. (*Voir p.* 224-225.)

274. — *Dans un produit de deux facteurs, on peut* **partager** *l'un d'eux* **en parties aliquotes** *d'un nombre choisi.*

Ex. : **1,60 × 135.**

a) 135 partagé en parties aliquotes de 100 égale 100 + 25 + 10 ;

b) $1{,}60 \times 135 = 160 + \frac{160}{4} + \frac{160}{10} = 160 + 40 + 16$. *Rép.*, **216.**

Cas particulier. — Calculer le prix de $1^{kg}{,}725$ d'une marchandise qui coûte $2^f{,}40$ le kilogramme.

Solution. — En partageant $1^{kg}{,}725$ en parties aliquotes de 1 kg., on obtient :

$1^{kg}{,}725 = 1^{kg} + 1/2$ kg. + 2 hg. + 1/4 d'hg.

Rép. Le prix est : $2^f{,}40 + 1^f{,}20 + 0^f{,}48 + 0^f{,}06 = \mathbf{4^f{,}14}$.

Remarque. — On aurait obtenu le même résultat en appliquant la remarque suivante :

Dans les *achats au demi-kilogramme*, on paye **autant de centimes pour 1 hg. que de demi-décimes pour 1/2 kg.**

Problèmes. — **2587.** — Une marchandise vaut $1^f{,}60$ le demi-kilogramme, que coûtent : 1 hg.? 800 g.? 750 g.? $1^{kg}{,}4$?

2588. — A $1^f{,}80$ le demi-kilogramme, que coûtent : 150 g.? 225 g.? $3^{kg}{,}6$? $5^{kg}{,}350$?

* *Revision.*

Remarque. — Quelques **théorèmes relatifs aux produits de plusieurs facteurs** sont *appliqués dans les cas particuliers suivants :*

I. — Remplacer plusieurs facteurs par leur produit effectué.

Ex. : $\mathbf{4 \times 7 \times 25 \times 8 \times 125} = 7 \times 100 \times 1000$. *Rép.* **700000.** (§ **47**)

II. — Mise en facteur.

Ex. : $\mathbf{14 \times 6 + 6 \times 18 + 6} = (14 + 18 + 1) \times 6 = 33 \times 6$. *Rép.* **198.** (§ **54**)

III. — Produit de deux nombres dont l'un est inférieur et l'autre supérieur de la même quantité à un nombre simple.

Ex. : $\mathbf{46 \times 54} = (50 - 4)(50 + 4) = 50^2 - 4^2 = 2500 - 16$. *Rép.* **2484.**

IV. — Carré d'un nombre inférieur ou supérieur d'une ou deux unités à un nombre simple.

Ex. : $\mathbf{29^2} = (30 - 1)^2 = 30^2 - 2 \times 30 + 1 = 901 - 60$. *Rép.* **841.**

$\mathbf{62^2} = (60 + 2)^2 = 60^2 + 2 \times 60 \times 2 + 4 = 3604 + 240$. *Rép.* **3844.**

V. — Carré d'un nombre terminé par un 5.

Ex. : $\mathbf{65^2} = (60 + 5)^2 = 60^2 + 2 \times 60 \times 5 + 5^2$.

$= 60^2 + 60 \times 10 + 5^2 = 6^2 \times 100 + 6 \times 100 + 5^2$.

$= \mathbf{6 \times (6 + 1) \times 100 + 25}$.

Règle. — Pour obtenir le **carré d'un nombre terminé par un 5,** on *multiplie* le *nombre des dizaines par le nombre suivant*, et *on écrit* **25** *à la droite du produit.*

Problèmes. — **2589.** — Comment feriez-vous pour trouver de tête le prix de 150 œufs à raison de 1f,75 les 25?

2590. — Effectuer : $(3/4 + 0,75) \times (5/8 + 0,625)$. (*B. E. oral, Paris.*)

2591. — Comment faites-vous pour effectuer mentalement les opérations suivantes : 1° 240×150 ; 2° $860 : 20$; 3° 52×11 ? (*E. P. S.*)

2592. — Calculez le prix de 42 boutons à 1f,50 la douzaine.

2593. — Multipliez 3600 par 1/25. — Expliquez l'opération et donnez le résultat. — Y a-t-il un moyen simple d'obtenir mentalement ce résultat? Indiquez-le. (*E. P. S.*)

2594. — Vous achetez 18 kg. de sucre à 0f,40 le demi-kilogramme et 125 g. de café à 5f,60 le kilogramme. Expliquez comment vous trouvez mentalement la somme que vous devez pour ces deux achats et combien on vous rendra sur une pièce de 20 fr.

2595. — Trouver : 1° le prix de 11 oies à 4f,50 l'une ; 2° le prix de 21 moutons à 35 fr. l'un ; 3° le prix de 25 vaches à 360 fr. l'une ; 4° le prix de 1kg,250 de viande de boucherie à 2 fr. le kilogramme.

2596. — Un train qui marche avec une vitesse de 50 km. à l'heure part à 7 h. 45 min. et arrive à destination à 10 h. 15 min. Calculer mentalement combien ce train a fait de kilomètres.

2597. — Calculez mentalement la somme que l'on retirerait en vendant, à raison de 1f,50 le mètre carré, les 2/3 d'un terrain de 25 m. de long sur 12 m. de large. Indiquez votre manière de procéder.

2598. — Calculez mentalement le temps que mettent 70 fr. pour rapporter 3f,50 à 4 %.

2599. — Que payeront 6 personnes pour un voyage aller et retour en chemin de fer de Béthune à Paris (230 km.), sachant qu'on paye 0f,05 par kilomètre et qu'on obtient sur les billets d'aller et retour une réduction de 25 %? Expliquez les procédés de calcul mental employés.

2600. — Calculer mentalement le prix, à raison de 50 fr. l'are, d'un terrain ayant la forme d'un trapèze, dont la petite base a 68 m., la grande base 72 m. et la hauteur 60 m.

2601. — Un marchand place sur sa voiture trois ballots. Le 1er pèse 1 q. 1/2, le 2e 110 kg. et le 3e 60 kg. Calculer, suivant les procédés du calcul mental, la charge totale de la voiture et le prix de la marchandise à 0f,25 le kilogramme.

2602. — Un jardin carré a 25 m. de côté. Il a été vendu 1250 fr. Quelle est la surface du jardin? A combien revient l'are?

2603. — Trouvez de tête l'intérêt de 1510 fr. à 3 % pendant 1 an 1/2 et expliquez votre manière de faire. (*E. P. S.*)

2604. — Vous savez que $45 = 50 - 5$. D'après cela, dites comment vous ferez mentalement le produit d'un nombre quelconque par 45. — Application à 128×45. (*B. E. Montpellier.*)

2605. — Expliquer que pour diviser un nombre par 0,75, il faut ajouter à ce nombre le tiers de sa valeur. Exemple. (*E. P. S.*)

2606. — Dire comment on multiplie une différence par un nombre et comment on multiplie un nombre par une somme. Exemples. — *Application :* 197×3 et 542×11. (*B. E. Montpellier.*)

2607. — Comment pourrait-on diviser un nombre par 21 en faisant deux divisions successives? (*B. E. oral, Paris.*)

2608. — Indiquez le procédé qui vous paraît le plus simple pour effectuer mentalement l'ensemble des opérations suivantes :

$$113 \times 32 + 113 \times 19 - 113.$$

Enoncez les théorèmes que vous avez à appliquer. (*B. E. Toulouse.*)

2609. — Expliquer la division mentale : 900 : 15 et donner le résultat. (*B. E. Toulouse.*)

2610. — Démontrer que pour multiplier l'un par l'autre deux facteurs dont l'un est une somme de plusieurs parties, on peut multiplier chacune des parties de la somme par l'autre facteur et additionner les résultats. *Application :* Comment faut-il procéder pour effectuer mentalement les produits suivants : 728×15; 187×21 ? (*B. E. Poitiers.*)

2611. — Que faites-vous pour effectuer mentalement les opérations suivantes : 240×50 et 860 : 20 ? Démontrez les principes qui justifient les procédés employés. (*B. E. Dijon.*)

2612. — Expliquer la multiplication ou la division mentale d'un nombre de deux chiffres par 25, 50, 75. (*B. E. Seine.*)

2613. — Qu'arrive-t-il au produit de deux nombres entiers si l'on augmente — ou si l'on diminue — l'un d'eux d'une unité? *Application :* Indiquer le moyen d'effectuer mentalement les produits suivants : 36×9; 17×21. (*B. E. Grenoble.*)

2614. — Comment pourriez-vous faire le produit suivant : 12345679×9 sans multiplier par 9 et sans faire une addition? Le produit étant connu, pourriez-vous vous en servir pour donner rapidement le résultat de ces deux opérations : 12345679×36 ; 12345679×54 ? (*E. P. S.*)

2615. — Au lieu de multiplier un nombre par 0,5, par 0,25 ou par 0,125, ne pourrait-on pas le diviser par 2, par 4 ou par 8? Pourrait-on obtenir le quotient d'un nombre par 0,5, par 0,25 ou par 0,125 sans effectuer la division? (*E. N. Loiret.*)

2616. — Comment obtiendrez-vous mentalement la somme et la différence des deux produits non effectués 613×35 et 613×15? Sur quels principes vous appuyez-vous? (*B. E. Toulouse.*)

2617. — Vous avez à multiplier 50 par 30. — Que deviendra le produit si vous ajoutez une unité au multiplicande et une unité au multiplicateur? Tirez de cette constatation une règle pratique de calcul mental pour la multiplication de deux nombres de deux chiffres terminés l'un et l'autre par 1. — *Application :* 21×71 et 91×41. (*B. E. Toulouse.*)

2618. — Démontrer qu'on obtiendrait le résultat exact de la multiplication de deux nombres entiers en multipliant le double, le triple, etc., du multiplicande par la moitié, le tiers, etc., du multiplicateur. — Comme application de cette proposition, indiquer comment on peut effectuer mentalement les multiplications suivantes : 50×12, 25×12, 17×12, en remarquant que le double de 50 est 100, que le quadruple de 25 est 100, que le triple de 17 est 51. (*B. E. Bordeaux.*)

2619. — Comment effectuez-vous mentalement : 19×27, 11×43 ? — Sur quels théorèmes reposent ces opérations? (*B. E. Rennes.*)

2620. — Produit par 11. — Multiplier 77 par 63. — Multiplier 7863 par 497 en ne faisant que deux produits partiels. (*B. E. oral, Paris.*)

2621. — Pour multiplier un nombre par 15, on l'augmente de sa moitié et on multiplie le résultat par 10. Expliquez l'opération. Comment faut-il modifier la règle donnée si le nombre est impair? Raisonnez sur 24 et 23. (*B. E. Alger.*)

2622. — Comment procédez-vous pour effectuer mentalement le calcul suivant : 125×32×0,25 ? (*E. N. Rhône.*)

2623. — Vous avez à multiplier 59 par 19. Dites ce que deviendra le produit si vous ajoutez une unité au multiplicande et une unité au multiplicateur. — Tirez de cette constatation une règle pratique de calcul mental pour la multiplication de deux nombres de deux chiffres terminés l'un et l'autre par 9. (*B. E. Lille.*)

2624. — Comment pourrait-on, sans faire de calculs écrits, obtenir le produit 124×275, si l'on remarque que $275 = 25 \times 11$? Sur quel théorème repose cette simplification ? (*E. N. Meuse.*)

2625. — Effectuer sans faire de calculs écrits :

$$\frac{0{,}4 \times 5{,}6 \times 2{,}5 \times 1{,}75}{49}$$

et indiquer sur quels principes repose ce calcul. (*B. E. Montpellier.*)

2626. — Pour multiplier une somme par une somme, on peut multiplier chaque partie du multiplicande par chaque partie du multiplicateur et ajouter les produits obtenus. Exemple : $(10 + 7) \times (10 + 3)$. — Déduire de là un moyen rapide pour former de tête le produit de deux nombres compris entre 10 et 20. (*B. E. Poitiers.*)

2627. — Enoncer et démontrer un principe qui rendrait plus facile la division de 47 par 3,125. (*B. E. Nancy.*)

2628. — Calculer rapidement la valeur de l'expression suivante :

$$17 \times 8 + 9 \times 8 - 4 \times 8 + 4 \times 8 + 5 \times 8.$$

Même question pour l'expression :

$$12 \times 9 + 5 \times 9 - 3 \times 9 - 5 \times 9 - 3 \times 2 + 15 \times 2 - 8 \times 2.$$

(*E. N. Loir-et-Cher.*)

2629. — Que devient la différence de deux nombres : 1° quand on les diminue tous deux du même nombre ? 2° quand on les divise ou qu'on les multiplie tous deux par le même nombre ? — Donner la démonstration. Montrer l'application de ces principes au calcul écrit ou mental. (*E. N. Eure-et-Loir.*)

2630. — Etant donné le produit de deux facteurs égaux, démontrer que, si l'on augmente l'un des facteurs et diminue l'autre d'un même nombre quelconque, le produit diminue du carré de ce nombre. Exemple : 20×20 et $(20 + 5) \times (20 - 5)$. Faire voir que la notion qui précède permet d'effectuer mentalement les produits suivants et autres analogues : 32×28 ; 105×95 ; $7\ 1/2 \times 6\ 1/2$. (*B. E. Seine.*)

2631. — Par un raisonnement basé sur la définition de la multiplication des nombres entiers, et sans effectuer les opérations, expliquer la multiplication de $(100 - 3)$ par $(100 + 2)$. — Faire mentalement ensuite, par les procédés résultant du raisonnement précédent, la multiplication de 98 par 104. (*B. E. Bordeaux.*)

2632. — Dans une multiplication, on ajoute une unité au multiplicande et on retranche, en même temps, une unité au multiplicateur. Quelle modification subit le produit ? Raisonner sur l'exemple 79×81. N'y a-t-il pas là, dans certains cas, une règle pratique à tirer pour le calcul mental ? (*B. E. Nancy.*)

2633. — Expliquez comment vous feriez mentalement les opérations suivantes. Additions : $454 + 694$ et $852 + 327$; soustractions : $825 - 347$ et $875 - 397$; multiplications : $2 \times 823 \times 25$ et $4 \times 728 \times 125$; 24×25 et $44 \times 0{,}25$. Si, pour faire ces opérations, vous appliquez des théorèmes que vous connaissez, énoncez-les sans les démontrer. (*E. N. Nord.*)

2634. — Démontrez que, si deux nombres sont terminés par un 5 et que la somme de leurs dizaines est un nombre pair, on peut obtenir le produit de ces deux nombres en ajoutant au produit des nombres de dizaines la demi-somme de ces nombres de dizaines et en écrivant le nombre 25 à la suite de la somme obtenue. (*E. N. Cher.*)

2635. — Enoncer les principes relatifs au produit de plusieurs facteurs et montrer, par des exemples, l'usage qu'on peut faire de ces principes dans le calcul pratique et dans le calcul mental. Raisonner sur le produit $2 \times 9 \times 4 \times 5 \times 7 \times 25$. (*B. E. Montpellier.*)

SYSTÈME MÉTRIQUE

NOTIONS GÉNÉRALES

275. — L'*ensemble des poids et mesures* usités aujourd'hui en France constitue le **système métrique.**

Ce système est appelé **métrique,** parce que toutes ses unités principales dépendent ou dérivent du **mètre.**

Il est **décimal,** c'est-à-dire que ses unités secondaires sont 10, 100, 1000 fois plus grandes ou plus petites que l'unité principale.

Historique. — **I.** Le système des mesures employées en France *avant la Révolution* présentait de graves inconvénients.

1° *Il n'était pas stable :* les mesures changeaient de valeur avec le temps.

2° *Il n'était pas uniforme :* les mesures variaient d'une province à l'autre et souvent dans la même province.

3° *Il n'était pas simple :* les unités de même espèce n'étaient pas dans un rapport constant et donnaient lieu à des calculs compliqués. (Pour les poids : la livre valait 2 marcs, le marc 8 onces, l'once 8 gros, le gros 3 deniers et le denier 24 grains.)

II. Le **9 mai 1790,** l'Assemblée constituante vota la création d'un *système* de mesures *stable, uniforme, simple* et *universel.*

Une commission de savants composée de Borda, Condorcet, Lagrange, Laplace, Monge, fut chargée d'élaborer ce nouveau système.

1° Elle fit adopter comme unité de longueur la *dix-millionième partie du quart du méridien terrestre :* « unité de mesure naturelle, invariable, dont la détermination ne renferme rien d'arbitraire et de particulier à la situation d'aucun peuple sur le globe. »

2° Elle rattacha les mesures des diverses espèces de grandeurs à l'unité de longueur choisie.

3° Elle fit dériver les multiples et les sous-multiples des unités principales, suivant la loi décimale.

4° Elle demanda la mesure immédiate de l'arc du méridien qui s'étend de Dunkerque à Barcelone.

Cette mesure, faite par Méchain et Delambre, et les mesures précédemment effectuées permirent d'évaluer la longueur du méridien terrestre à 5130740 toises. Le **mètre** *est la dix-millionième partie de cette longueur.*

Enfin, par la **loi du 18 germinal an III** (7 avril 1795), le système métrique fut institué en France.

« Cette loi prescrivait l'*adoption d'un étalon unique* des Poids et

Mesures pour toute la République et fixait les *principes du système et de la nomenclature.*

C'est la loi du 19 frimaire an VIII (10 décembre 1799) qui a donné une valeur légale aux étalons définitifs du mètre et du kilogramme qui furent déposés aux Archives nationales. »

La **loi du 4 juillet 1837** a rendu le Système métrique **obligatoire** en France à partir du 1er janvier 1840.

III. « De bonne heure, on fit des efforts pour *répandre le Système métrique* **à l'étranger.** En 1872, une Commission internationale se réunit à Paris sur l'invitation du Gouvernement français en vue de l'établissement de prototypes internationaux. Trente Etats y étaient représentés.

Un **Bureau international des Poids et Mesures** fut créé par une convention diplomatique en 1875 (Convention du Mètre) et installé au pavillon de Breteuil. Il avait pour mission de construire et de conserver les étalons définitifs et de les comparer aux étalons nationaux fournis aux différents Etats.

Les étalons définitifs du mètre et du kilogramme furent définitivement sanctionnés par la **Conférence générale de 1889** et déposés dans les caveaux du pavillon de Breteuil. »

Depuis la Conférence de 1872, le Système métrique est devenu le système obligatoire de la plupart des pays civilisés.

En France, les décisions des Conférences internationales ont été sanctionnées par la **loi du 11 juillet 1903**, qui reconnaît comme étalons prototypes du Système métrique le *mètre international* et le *kilogramme international.*

Le **décret du 28 juillet 1903** a modifié le tableau des mesures légales annexé à la loi du 4 juillet 1837.

Voici, d'après ce décret, les **définitions des unités principales** du système métrique :

276. — Le **mètre** est la longueur, à la température de zéro, du prototype international, en platine iridié, qui a été sanctionné par la Conférence générale des Poids et Mesures, tenue à Paris en 1889, et qui est déposé au Pavillon de Breteuil, à Sèvres.

La copie n° 8 de ce prototype international, déposée aux Archives nationales, est l'étalon légal pour la France.

La longueur du mètre est *très approximativement la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre*, qui a été prise comme point de départ pour l'établir. (Des calculs plus précis que ceux de Méchain et Delambre ont permis d'établir que la longueur du quart du méridien vaut, à peu près, 10002000 fois le mètre des Archives.)

277. — L'unité de *surface* et l'unité de *volume* sont respectivement le **mètre carré** (m^2) et le **mètre cube** (m^3). On donne à la première le nom de *centiare* quand elle s'applique à la mesure des terrains, et à la seconde le nom de *stère* quand elle s'applique à la mesure des bois.

278. — Le **kilogramme** est la masse du prototype international, en platine iridié, qui a été sanctionné par la Conférence générale des Poids et Mesures, tenue à Paris en 1889, et qui est déposé au Pavillon de Breteuil, à Sèvres.

La copie n° 35 de ce prototype international, déposée aux Archives nationales, est l'étalon légal pour la France.

La **masse** d'un corps correspond à la quantité de matière qu'il contient; son **poids** est l'action que la pesanteur exerce sur lui. En un même lieu, ces deux grandeurs sont proportionnelles l'une à l'autre; dans le langage courant, le terme *poids* est employé dans le sens de *masse*.

La masse du kilogramme est *très approximativement celle d'un décimètre cube d'eau* à son maximum de densité, qui a été prise comme point de départ pour l'établir. (Une détermination plus exacte de la masse du décimètre cube d'eau a en effet établi que cette masse est égale à 1 kg. moins 28 mg. ou qu'un kg. d'eau pure à 4° occupe un volume de $1^{dm^3},000028$.)

279. — Le **litre** est le volume occupé par un kilogramme d'eau pure à son maximum de densité et sous la pression atmosphérique normale.

Le volume du litre est *très approximativement égal à un décimètre cube*. (Il vaut en effet $1^{dm^3},000028$.)

280. — Le **franc** est la valeur de *cinq grammes d'argent au titre légal*.

281. — Les **mesures réelles** ou **effectives** sont des *instruments* dont la *loi autorise la fabrication et l'usage*. Les autres mesures sont appelées **mesures de compte** ou **mesures fictives**.

Les **mesures effectives** peuvent représenter : l'*unité principale*, ses *multiples* et *sous-multiples;* le *double* et la *moitié* de chacune de ces unités.

Les poids et mesures *nouvellement fabriqués* sont présentés au bureau du **vérificateur** (il y en a un au moins par arrondissement), *vérifiés* et *poinçonnés* avant d'être livrés au commerce. Ils sont ensuite soumis à une *vérification périodique*, pour reconnaître si la conformité avec les étalons n'a pas été altérée.

Problèmes. — 2636. — Définition du mètre. Montrer comment toutes les mesures en dérivent, et indiquer succinctement la marche suivie pour fixer la longueur du mètre. (*B. E. Nancy.*)

2637. — Qu'est-ce que le système métrique? Pourquoi notre système des Poids et Mesures est-il appelé : 1° métrique; 2° légal; 3° décimal? Avantages du système métrique. (*B. E. oral, Paris.*)

2638. — Quelle est la valeur du mètre en toises, et quelle est la valeur de la toise en mètres?

MESURES DE LONGUEUR

282. — Tableau des mesures légales.

Myriamètre ...	Dix mille mètres.		Mm.
Kilomètre	Mille mètres.		km.
Hectomètre	Cent mètres.		hm.
Décamètre	Dix mètres.		dam.
Mètre	*Unité fondamentale.*	(§ **276**)	**m.**
Décimètre	Dixième du mètre.		dm.
Centimètre	Centième du mètre.		cm.
Millimètre	Millième du mètre.		mm.

Remarque. — L'unité employée dans les *recherches au microscope* est le **micron,** qui est la *millième partie du millimètre.* On le désigne par la lettre grecque μ (prononcez *mu*).

283. — Les **mesures effectives de longueur** vont du *double décamètre au décimètre.*

Le *double décamètre*, le *décamètre*, le *demi-décamètre*, employés pour l'arpentage, sont des rubans d'acier ou des chaînes formées de tiges en fer reliées par des anneaux.

Poignée. Chaînon (20 cm.)

Chaîne d'arpenteur (dam.).

Le *double mètre*, le *mètre*, le *demi-mètre*, le *double décimètre*, le *décimètre* sont des règles plates ou carrées, divisées en centimètres et parfois en millimètres. On emploie aussi des *mètres pliants*, partagés en 5 ou 10 parties égales, et des *mètres à ruban.*

284. — Les **mesures itinéraires** servent à évaluer les *grandes distances.*

Borne kilométrique.

Borne hectométrique.

Distance à partir de l'origine de la route.

Plaque indicatrice.

Distances comptées à partir du village de *Pont-Noyelles.*

Ce sont : l'**hectomètre**, le **kilomètre** et le **myriamètre.** On emploie encore la **lieue métrique**, qui vaut **4 km.**

285. — Certaines mesures dont la longueur se rattache à celle du **degré du méridien (111111 m.)** sont encore usitées. Ce sont :

la *lieue terrestre*, de 25 au degré. . . 4444 m.;
la *lieue marine*, de 20 au degré . . . 5555 m.;
le *mille marin*, de 60 au degré, ou arc d'une minute, ou tiers de la lieue marine . 1852 m.;
le *nœud*, où 1/120 du mille marin . . 15 m.

Remarque. — Le **nœud** est la distance qui sépare deux nœuds consécutifs sur la corde du **loch.** Cet instrument, qui sert à mesurer la vitesse d'un navire, se compose d'un *flotteur* attaché à une corde. On jette le flotteur à la mer lorsque le navire est en marche, un matelot tient la corde, qui se déroule, et compte le *nombre des nœuds* qui lui passent entre les mains pendant une *demi-minute*. S'il est passé 22 nœuds, par exemple, on dit que le navire **file 22 nœuds;** cela signifie qu'il parcourt **22 milles marins** (40km,7) **à l'heure.** En une heure, ou 120 demi-minutes, le navire file, en effet, 120 fois 22 nœuds, ou 22 fois 120 nœuds, ou 22 milles.

Problèmes. — **2639.** — Quelles sont les indications que portent généralement sur les routes les bornes kilométriques? — Les mesures itinéraires sont-elles des mesures effectives? (*B. E. oral, Paris.*)

2640. — Méridien terrestre; longueur d'un degré du méridien. La calculer. — Calculer les longueurs de la lieue terrestre, de la lieue marine, du mille marin. (*B. E. oral, Paris.*)

2641. — Une échelle a une longueur de 3m,10. Sachant que les espaces terminaux des deux extrémités sont chacun de 2 dm. et que l'écartement des échelons est de 18 cm., dire quel est le nombre des barreaux. (*B. E. oral, Paris.*)

2642. — Un navire file 23 nœuds. Combien fait-il de kilomètres en 1 heure?

2643. — La circonférence de grand cercle d'un globe géographique a 60 cm. Sur ce globe, la distance de deux villes est un arc de grand cercle dont la longueur est de 32 mm. Calculer la distance réelle des deux villes en lieues métriques. (*E. P. S.*)

2644. — Une échelle a une longueur de 437 cm. Sachant que le nombre des barreaux est de 22, que l'espace terminal aux deux extrémités est égal à la distance entre deux échelons consécutifs, dire quelle est cette distance. (*C. Compl.*)

2645. — Une dame achète 21m,50 de soie à 9f,90. Le mètre avec lequel on a mesuré étant trop court de 1 cm. 1/2, on demande la perte subie en étoffe et en argent. (*B. E. Lyon.*)

2646. — Combien faut-il de bornes hectométriques et de bornes kilométriques pour mesurer une route de 18km,4? — On placera une borne kilométrique au point de départ. (*C. Compl.*)

***2647.** — Deux villes, appartenant à l'hémisphère boréal et situées sur le même méridien, ont respectivement pour latitude 48° 50′ 11″ et 41° 52′ 18″. Quelle est leur distance en myriamètres? (*B. E. Seine.*)

***2648.** — Dunkerque et Barcelone sont situés sur le méridien de Paris, et la différence de leurs latitudes est 9° 39′ 11″. Evaluer cette distance : 1° en kilomètres; 2° en lieues métriques; 3° en lieues terrestres; 4° en lieues marines; 5° en milles marins. (*B. E. Seine.*)

MESURES DE SURFACE

Pour **mesurer les surfaces,** on prend comme *unités* les *carrés construits sur les unités de longueur.*

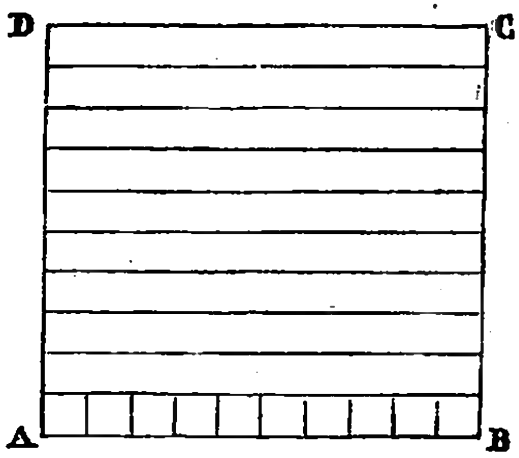
286. — L'*unité principale* des mesures de surface est le **mètre carré (m²),** carré qui a **1 m.** de côté.

287. — **Multiples** et **sous-multiples :**

Myriamètre carré	1 Mm. de côté	Mm²
Kilomètre carré	1 km. de côté	km²
Hectomètre carré	1 hm. de côté	hm²
Décamètre carré	1 dam. de côté	dam.²
Décimètre carré	1 dm. de côté	dm²
Centimètre carré	1 cm. de côté	cm²
Millimètre carré	1 mm. de côté	mm²

288. — Les **unités de surface** sont de **100** en **100** *fois plus grandes ou plus petites.*

Si on suppose que le carré ABCD a 1 m. ou 10 dm. de côté, on



voit qu'il contient **10** *bandes rectangulaires* comprenant chacune 10 carrés de 1 dm. de côté, ou 10 dm².

Le **mètre carré** vaut donc : $10^{dm^2} \times 10 = \mathbf{100\ dm^2}$.

On démontrerait de même que le **décamètre carré** vaut **100 m²** ; l'**hectomètre carré, 100 dam²** ; etc.

Dans les nombres qui expriment des surfaces, les *multiples* ou *sous-multiples du mètre carré* se succèdent de **2 en 2 chiffres.**

289. — Pour faire un **changement d'unité** dans un nombre qui exprime des surfaces, il faut *multiplier* ou *diviser* par **100** ou une **puissance de 100,** ce qui revient à *déplacer la virgule* de **2, 4, 6,...** *rangs* vers la droite ou vers la gauche.

Ex. : $5^{m^2},834 = 583^{dm^2},4 = 0^{dam^2},05834 = 58\,340\ cm^2$.

290. — Les **mesures agraires** servent à évaluer la *surface des champs*.

Tableau des mesures légales :

Hectare.....	Cent ares.	ha.
Are.....	*Cent mètres carrés.* (§ **277**)	**a.**
Centiare.....	Centième de l'are.	ca. ou m².

291. — On appelle **mesures topographiques** les mesures qui servent à évaluer les *grandes surfaces*.

Ce sont : le **kilomètre carré** et le **myriamètre carré**.

Problèmes. — **2649.** — Qu'est-ce que l'are? Est-ce une mesure effective? Si l'on vous disait de tracer un are, quelle figure dessineriez-vous? (*B. E. oral, Paris.*)

2650. — Qu'appelle-t-on carré? Qu'est-ce que le mètre carré? Qu'est-ce que le décimètre carré? Que vaut le mètre carré par rapport au décimètre carré? Démontrez-le. (*B. E. Seine.*)

2651. — Pourquoi les mesures agraires sont-elles 100 fois plus grandes ou plus petites les unes que les autres? Pourquoi n'y a-t-il pas de décares ou de déciares? (*B. E. oral, Paris.*)

2652. — Quelle différence y a-t-il entre l'are et l'hectomètre carré, entre le centiare et le dixième du décamètre carré, entre le centimètre carré et le centième du mètre carré, entre le décimètre carré et le centiare? (*B. E. Paris.*)

2653. — Un cultivateur possède un champ de 2 ha. 8 a. qui vaut 48f,75 l'are. Il l'échange contre une propriété composée d'une maison et d'un jardin de 60 dam². La maison vaut 4500 fr. Combien vaut le mètre carré du jardin? (*Lyc. et Coll.*)

2654. — Un jardin carré a 1 ha. de superficie. On l'entoure d'un treillage qui vaut 2 fr. le mètre. Quelle sera la dépense? (*Lyc. et Coll.*)

2655. — On a vendu les 3/4 d'une propriété pour 35437f,50, à raison de 3780 fr. l'hectare. Le reste a été vendu ensuite à un prix qui surpasse le 1er de 0f,20 par mètre carré. Combien le vendeur a-t-il reçu en tout et quelle était la surface de la propriété? (*E. P. S.*)

2656. — On a acheté un terrain de forme rectangulaire mesurant 3hm,48 de long et 12dam,5 de large à raison de 7840 fr. l'hectare. On le fait entourer d'un treillage qui vaut 0f,75 le mètre courant et on y fait planter trois pommiers par are à raison de 1f,75 par pommier. Quand toutes ces dépenses sont payées, à combien revient le mètre carré du terrain? (*Lyc. et Coll.*)

2657. — Un terrain carré a une superficie de 49ha,7025. Il est entouré d'une palissade qui revient à 1f,50 le mètre courant. Dites le prix de cette palissade. (*C. Compl.*)

2658. — Un champ rectangulaire a 126 m. de long et sa largeur est égale aux 5/7 de sa longueur. Le propriétaire a vendu ce champ, et le prix de vente placé à 5 % pendant 8 mois a rapporté 94f,50. Combien a été vendu l'are de ce terrain? (*C. Compl.*)

2659. — Deux champs, dont l'un a une superficie double de l'autre, ont coûté ensemble 3342f,47. Sachant que 5 a. du 1er valent autant que 8 a. du 2e et que leur superficie totale est de 1 ha. 6 a. 20 ca, on demande le prix de l'are de chacun d'eux. (*B. E. Seine.*)

2660. — Une propriété est partagée en trois lots. Le 1er lot, qui représente les 2/5 de l'étendue de la propriété, a une superficie de 1 ha. 4 a. 24 ca. Le 2e lot, dont la superficie est le quart de celle du 3e, vaut 781f,80. 1° Quelle est la contenance totale de la propriété? 2° Combien vaut l'hectare de cette propriété? 3° Quelle est la superficie de chacun des deux derniers lots? (*Lyc. et Coll.*)

2661. — Un terrain qui a la forme d'un triangle de 635 m. de base et de 250 m. de hauteur a été acheté à raison de 23f,80 l'are. On y pratique un chemin de 150 m. de long sur 2m,50 de large et dont le coût est de 0f,65 le mètre carré. On demande combien il faudrait revendre le mètre carré du terrain restant pour réaliser un bénéfice de 15 °/o sur le prix de revient de la propriété. (*B. E. Besançon.*)

2662. — Un champ a la forme d'un rectangle : le périmètre est égal à 780 m.; la différence entre la base et la hauteur est 150 m. Quelle est la surface du champ? Ce champ a été acheté 10000 fr.; on le revend à raison de 35 fr. l'are. Quel est le bénéfice total, quel est le bénéfice °/o? (*B. E. Besançon.*)

2663. — Un champ rectangulaire, après avoir été réduit de 1/14 de sa largeur et de 1/15 de sa longueur, a encore une superficie de 1ha,4560. On demande quelle était sa longueur primitive, sachant que sa largeur primitive était de 112 m. (*B. E. Seine.*)

2664. — On veut tapisser une salle de 8m,20 de long, 4m,60 de large et 3m,15 de haut. Quelle sera la dépense occasionnée par ce travail, sachant que les ouvertures ont ensemble 8m² 9dm² et que l'achat et la pose du papier coûtent ensemble 0f,40 par mètre carré? (*E. P. S.*)

2665. — Un particulier achète un champ, un pré et une vigne; la surface totale du terrain acheté est de 3ha,50. La superficie du pré est les 3/5 de celle du champ plus 50 m², celle de la vigne surpasse de 200 m² le pré et le champ réunis. Le champ a coûté 60 fr. l'are, le pré 800 fr. l'hectare, la vigne 1200 fr. l'hectomètre carré. Combien les trois pièces de terre ont-elles coûté en tout? (*B. E. Grenoble.*)

2666. — Une personne a acheté une pièce de terre dont la superficie est de 3ha,26 à raison de 1280 fr. l'hectare. Elle en fait deux lots : le 1er, qui a la forme d'un carré de 79 m. de côté, est vendu 0f,25 le mètre carré. Combien faudra-t-il vendre l'hectare du 2e lot pour que le bénéfice total fait sur l'opération soit de 1780 fr.? (*E. P. S.*)

2667. — Le pavage d'une place, ayant la forme d'un trapèze dont la hauteur est de 52 m. et dont l'une des bases est les 9/10 de la hauteur, a coûté 29500 fr. dont 4540 fr. pour la main-d'œuvre. Chaque pavé occupe une surface de 2dm²,8 et la surface des pavés ne représente que les 96/100 de celle de la place à cause des joints. Sachant que les pavés reviennent à 250 fr. le mille, dire : 1° le nombre des pavés; 2° la surface de la place; 3° la base inconnue. (*B. E. Seine.*)

2668. — Un terrain rectangulaire, dont la largeur est les 3/8 de la longueur, a été acheté 18 fr. l'are. Sa longueur et sa largeur ayant été mesurées avec un décamètre trop court de 1 dm., on a trouvé que leur somme était 125 m. Calculer : 1° la longueur réelle de chacune des dimensions; 2° le prix d'achat. (*B. E. Seine.*)

2669. — Le parquet d'une salle longue de 14 m. a coûté 1722 fr., dont 372 fr. pour la main-d'œuvre. Chaque planche forme un parallélogramme qui recouvre 2dm²,8, et l'achat de ces planches revient à 450 fr. le mille. Dire : 1° le nombre de planches employées; 2° le prix de revient de 1 m² de plancher; 3° la largeur de la salle. (*B. E. Seine.*)

2670. — Un jardin rectangulaire a 1 ha. 368 ca. Trouver les deux dimensions, sachant que l'une est double de l'autre. (*C. Compl.*)

2671. — Les surfaces de trois pièces de terre sont : 1 ha. 3 a. 15 ca. ; 75 a. 3 ca. ; 1 ha. 24 a. 92 ca. On les vend, et, après avoir payé des frais qui représentent 5 °/₀ du prix de vente, on touche net 12884f,28. Le prix de vente du mètre carré de la 2e pièce de terre est les 2/3 de celui du mètre carré de la 1re, et le prix de vente du mètre carré de la 3e est les 7/8 de celui du mètre carré de la 2e. Quels sont les prix de vente des trois pièces de terre ? (*B. E. Paris.*)

***2672.** — Une personne achète un terrain de 2hm,5 de long sur 12 dam. de large. Elle en revend le tiers à 2500 fr. l'hectare, la moitié à 20 fr. l'are et le reste à 0f,22 le mètre carré. Le bénéfice réalisé, augmenté de l'intérêt qu'il produit à 6 °/₀ en 1 an 1/2, donne une somme de 1199 fr. Quel a été le prix d'achat d'un ha. du terrain ? (*B. E. Aix.*)

***2673.** — Deux champs rectangulaires ont été vendus à raison de 1500 fr. l'hectare; et l'on sait : 1° que le produit total de la vente s'est élevé à 7125 fr. ; 2° que l'un des champs a été payé 2625 fr. de plus que l'autre. On demande : 1° quelle est la superficie de chaque champ ; 2° quelles sont leurs dimensions, sachant que leur largeur est la même et que la somme de leurs longueurs est égale à 475 m. (*B. E. Rennes.*)

***2674.** — Un particulier a acheté deux terrains rectangulaires. Le 1er, qui a 76 m. de long, a été payé 3800 fr., au prix de 200 fr. l'are ; le 2e a 228 m. de long et son prix d'achat est les 48/5 de celui du 1er. Si l'are du 2e terrain coûte le double de l'are du 1er, on demande : 1° la largeur des deux terrains ; 2° le revenu annuel qu'aurait ce particulier s'il vendait les deux terrains à 4f,25 le mètre carré et s'il plaçait le produit de la vente au taux de 3,50 °/₀. (*B. E. Bordeaux.*)

***2675.** — Un propriétaire achète, au prix de 20 fr. l'are, un terrain rectangulaire dont les dimensions sont dans le rapport de 7 à 13, et dont le pourtour est de 800 m. Comme il paye comptant, on lui fait une remise en vertu de laquelle il n'a à verser que 6952f,40. On demande quelle remise pour cent lui a été faite et à combien lui revient l'hectare de ce terrain. (*B. E. Seine.*)

***2676.** — On a acheté deux champs qui ont ensemble une superficie de 12600 m² et qui produisent un revenu total de 288 fr. Le 1er de ces champs est loué à raison de 2f,60 et l'autre à raison de 1f,70 l'are. On demande : 1° la superficie de chacun d'eux ; 2° leur prix de revient, si le capital employé à l'achat de ces deux champs rapporte 3 1/4 °/₀ pour le 1er et 4 1/4 pour le 2e. (*B. E. Lille.*)

***2677.** — Une rivière partage un pré en deux parties dont les surfaces diffèrent de 32 a. Les 5/18 de la 1re partie égalent la moitié de la 2e. Dire : 1° la surface de chacune des parties : 2° la valeur du pré, si l'hectare coûte 3000 fr. ; 3° la hauteur d'un trapèze de même surface que le pré, dont la somme des bases serait 224 m. (*B. E. Paris.*)

***2678.** — Un terrain a une contenance de 2 ha. 45 ca. Le propriétaire en vend une 1re portion à raison de 7f,50 le mètre carré. Cette portion a la forme d'un trapèze : la grande base a 51m,60 de long ; la petite base est moitié de la grande, et la hauteur en est le tiers. Le propriétaire vend ensuite le reste du terrain : à quel prix doit-il vendre l'are de cette 2e portion pour pouvoir, avec l'argent des deux ventes, acheter 365 fr. de rente 3 °/₀ au cours de 97f,65? (*B. E. Besançon.*)

***2679.** — On a un terrain rectangulaire dont la surface est inférieure à 20 a. et dans lequel on peut faire un nombre exact de lots de 150, 120 et 180 m². 1° Quelles sont les dimensions de ce terrain, sachant que sa longueur est double de sa largeur? 2° On a vendu ce terrain et on a placé au taux de 4 1/2 °/₀ le prix de vente. Au bout de 2 ans 4 mois, on a retiré, capital et intérêts compris, la somme de 23868 fr. Quel est le prix de vente du mètre carré ? (*B. E. Poitiers.*)

MESURES DE VOLUME

Pour **mesurer les volumes** on prend comme unités les *cubes construits sur les unités de longueur.*

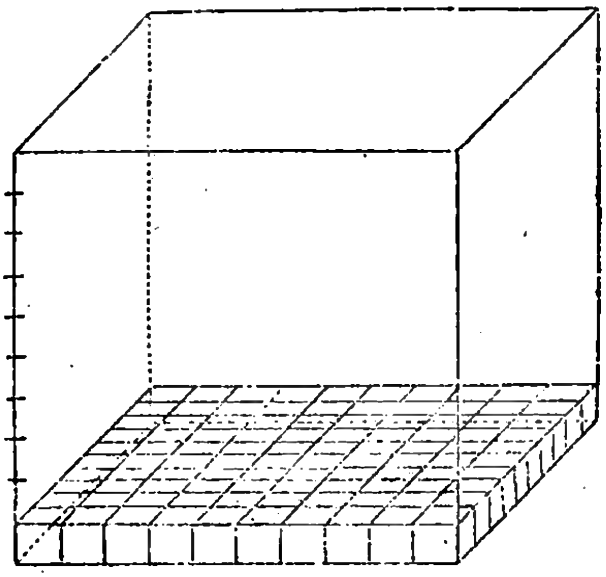
292. — L'*unité principale* des mesures de volume est le **mètre cube (m³)**, cube qui a **1 m.** de côté.

293. — **Sous-multiples :**

Décimètre cube	1 dm. de côté	dm³
Centimètre cube	1 cm. de côté	cm³
Millimètre cube	1 mm. de côté	mm³

Remarque. — Les **multiples** décimaux du mètre cube ne sont employés que pour *évaluer des volumes très considérables*, comme celui de la Terre, du Soleil, de la Lune, etc.

294. — Les **unités de volume** sont de **1 000** en **1 000** *fois plus grandes ou plus petites.*



Si on suppose que le cube ci-dessus a 1 m. ou 10 dm. d'arête, on voit que sur son fond, qui est 1 m² ou 100 dm², on peut placer **100 dm³** formant *une couche d'un décimètre de haut* et que le cube pourrait contenir **10** *couches semblables.*

Le **mètre cube** vaut donc : $100^{dm^3} \times 10 = \mathbf{1000\ dm^3}$.

On démontrerait de même que le **décimètre cube** vaut **1 000 cm³**, etc.

Le **décimètre cube** vaut **0m³,001** ; le **centimètre cube** vaut **0m³,000 001** ; le **millimètre cube** vaut **0m³,000 000 001.**

Dans les nombres qui expriment des volumes, les *sous-multiples du mètre cube* se succèdent de **3 en 3 chiffres.**

295. — Pour faire un **changement d'unité** dans un nombre qui exprime des volumes, il faut *multiplier* ou

diviser par **1 000** ou **une puissance de 1 000**, ce qui revient à *déplacer la virgule* de **3, 6, 9,...** *rangs* vers la droite ou vers la gauche.

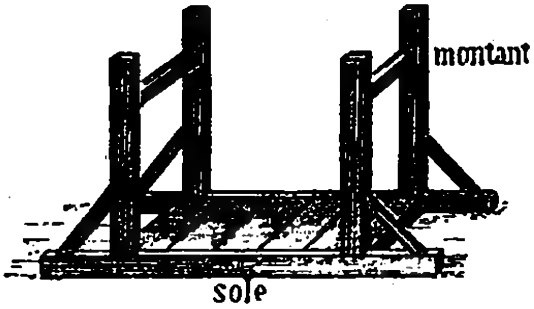
Ex. : $4^{m^3},82 = 4820\ dm^3 = 4\,820\,000\ cm^3$.

296. — Pour *mesurer le volume des bois,* on prend comme unité le **stère (s),** qui équivaut au **mètre cube.**

297. — Tableau des mesures légales :

Décastère.....	Dix stères.	das.
Stère.....	**Mètre cube.**	**s** ou **m³**.
Décistère.....	Dixième du stère.	ds.

Remarque. — Aujourd'hui, on vend généralement le bois de chauffage **au poids** et **non au stère.** On employait *autrefois* les *mesures effectives* suivantes : le **demi-stère,** le **stère,** le **double stère** et le **demi-décastère.**



Stère.

« La **longueur de la sole** entre les montants est fixée ainsi qu'il suit, savoir : demi-décastère : 3 m. ; double stère : 2 m. ; stère : 1 m.

La **hauteur des montants** variera suivant la longueur des bois, de manière à toujours reproduire un solide de 1 ou 2 ou 5 m³. »

Problèmes. — 2680. — Faire voir que, dans la série décroissante des unités de volume, chaque unité est mille fois plus petite que celle qui la précède. (*B. E. Rennes.*)

2681. — Définir le stère. Multiple et sous-multiple usités. Différence qui existe entre le décistère et le décimètre cube. (*B. E. Seine.*)

2682. — Etablissez le rapport entre le décistère et le centimètre cube. Combien de centimètres cubes valent 8 ds. 1/2? (*E. P. S.*)

2683. — Quel est le poids de 100 bouchons de liège ayant chacun 6 cm³, si 1 dm³ de liège pèse 240 g.? (*C. Compl.*)

2684. — Une personne achète une pile de bois à brûler dont les dimensions sont : $18^m,75$; $1^m,14$ et $2^m,05$, à raison de $16^f,75$ le demi-stère. Elle paye comptant et on lui fait une remise de 1 1/2 °/₀. Quelle somme a-t-elle à verser? (*E. P. S.*)

2685. — Une rivière, large de 8 dam., a une profondeur moyenne de $2^m,75$. Pour mesurer la rapidité de son cours, on y a jeté un objet flottant qui a parcouru 134 m. en 20 minutes. Calculer le débit journalier de cette rivière. (*E. P. S.*)

2686. — Deux piquets sont plantés à une distance de $0^m,85$; à quelle hauteur faut-il entasser entre ces piquets des bûches de $1^m,33$ pour obtenir un stère? (*E. P. S.*)

2687. — Trois personnes se sont partagé un tas de bois de 7 m. de long, $1^m,65$ de largeur et $0^m,96$ de hauteur. La 1re en a pris les 5/14, et, de ce qui restait, la 2e a pris le double de la part de la 3e. Combien chacune a-t-elle dû payer si le tas a été acheté à raison de 12 fr. le stère? (*E. P. S.*)

2688. — Un champ rectangulaire a 258 m. de long et 89 m. de large. Combien faudra-t-il d'engrais pour le couvrir d'une épaisseur de $0^m,008$ et combien devra-t-on débourser par hectare si cet engrais coûte $1^f,20$ le quintal métrique et si 1 m^3 pèse 950 kg.? (*E. P. S*).

2689. — Une construction en briques a un volume de 348 m^3. Les briques dont elle est formée ont 25 cm. de long, 20 cm. de large, 55 mm. d'épaisseur. Le volume du mortier qui unit ces briques est égal à 1/28 de celui des briques. On demande combien on a employé de briques. (*E. P. S.*)

2690. — Une barre de fer a pour section un carré de 40 mm. de côté et pour longueur 3 m.; on l'étire en la faisant passer, en dernier lieu, dans un orifice carré de 24 mm. de côté. Quelle longueur aura la barre après cette opération? (*P. T. T.*)

2691. — On a formé avec des bûches un demi-décastère, ayant $0^m,60$ de haut et 1 m. de large. Calculer en centimètres la 3e dimension de ce volume. (*P. T. T.*)

2692. — Une feuille de tôle de fer a $1^m,25$ de long, $0^m,75$ de large, et pèse $4^{kg},320$. On demande d'en calculer l'épaisseur, sachant que 1 cm^3 de fer pèse $7^g,2$. (*B. E. Rennes.*)

2693. — Un champ rectangulaire a 45 m. de long et 23 m. de large. On l'entoure d'un mur de 2 m. de hauteur et de 30 cm. d'épaisseur. Calculer : 1° le volume de la pierre employée; 2° la surface du champ qui reste après la construction du mur. (*E. P. S.*)

2694. — Déterminer la profondeur d'un bassin d'une longueur de 6 m. et d'une largeur de 4 m., sachant que, pour le remplir, il faut tenir ouvert pendant 12 heures un robinet qui débite 50 dm^3 d'eau par minute. (*B. E. Rennes.*)

2695. — La salle d'attente d'un bureau de poste et le bureau lui-même sont installés dans une pièce rectangulaire de $4^m,65$ de large, $10^m,27$ de long et $3^m,32$ de haut. Calculer le volume de cette pièce, en tenant compte qu'une cabine téléphonique montant jusqu'au plafond et faisant saillie mesure $1^m,10$ sur $1^m,07$, qu'un coffre de cheminée, faisant également saillie, mesure $1^m,25$ sur $0^m,32$ et que les deux fenêtres et la porte d'entrée s'ouvrent dans des cadres pris dans l'épaisseur des murs et qui ont $1^m,27$ de largeur, $2^m,98$ de hauteur, et $0^m,30$ de profondeur. (*P. T. T.*)

2696. — Une caisse cubique sans couvercle a 8 dm. de côté. 1° Combien coûte-t-elle, si le mètre carré de la planche employée revient à $0^f,85$? 2° Quel est le volume de cette caisse? 3° Combien pourrait-on y loger de morceaux de savon ayant la même longueur que la caisse et 1 dm. dans chacun des autres sens? (*C. Compl.*)

2697. — On trouve à acheter du bois de chauffage à 12 fr. le stère, mais on pourrait aussi acheter le même bois au prix de $35^f,40$ les 1 000 kg. Lequel des deux modes d'achat est le plus avantageux? On sait que 1 dm^3 de ce bois pèse $0^{kg},78$ et qu'un stère mesuré ne fait en réalité, à cause des vides, que les 15/21 de 1 m^3; calculer la différence de prix sur 6000 kg. (*B. E. Paris.*)

2698. — Tandis que le décimètre cube de bois de chêne pèse $0^{kg},74$, le stère de ce bois ne pèse que 425 kg. Calculer le volume occupé par les vides compris entre les bûches. (*C. Compl.*)

2699. — Un tas de bois a été vendu $478^f,80$, la moitié à $14^f,20$ le stère et l'autre moitié à $13^f,80$. Quelle était la longueur des bûches, si le tas avait 24 m. de long et $1^m,50$ de haut? (*Coll. Chaptal.*)

2700. — On paye $0^f,75$ pour transporter 1 m^3 de sable à une distance de 1 km. Pour faire ce transport, le voiturier emploie un tombereau dont les dimensions sont : longueur $1^m,85$, largeur $0^m,80$, hauteur $0^m,75$. Le sable est transporté à une distance de $3^{km},5$ et le voiturier fait 7 voyages par jour. Quelle est sa recette journalière? (*E. P. S.*)

2701. — Une propriété carrée de 49 ha. 70 a. 25 ca. est entourée extérieurement d'un mur d'une hauteur totale de $2^m,50$ et d'une épaisseur de $0^m,35$. Combien a coûté la construction de ce mur, à raison de $12^f,50$ le mètre cube? (*E. P. S.*)

***2702.** — Deux vases ont intérieurement les dimensions du décimètre cube. Le 1er est rempli aux 4/5 d'alcool; le 2e est rempli aux 3/4 d'eau. On verse 1/6 du contenu du 1er dans le 2e. Après cette opération, on verse les 3/8 de ce que contient le 2e dans le 1er. Combien y a-t-il d'eau et d'alcool dans chaque vase? Exprimer en millimètres la hauteur du mélange dans chaque vase. (*B. E. Alger.*)

***2703.** — Quelle est la hauteur d'une salle rectangulaire de 6 m. 1/4 de long et de 3 m. 3/5 de large, sachant que l'air qu'elle renferme contient autant d'oxygène qu'il y en a dans $27^l,1593$ d'eau? L'eau contient les 8/9 de son poids d'oxygène, 1 l. d'oxygène pèse $1^g,437$ et l'air renferme les 21/100 de son volume d'oxygène. (*B. E. Seine.*)

***2704.** — Un marchand a acheté un tas de bois pour 2700 fr. Combien devra-t-il revendre le quintal de ce bois pour réaliser un bénéfice de 15 °/₀ sur le prix de vente? On sait que les trois dimensions de ce tas de bois sont entre elles comme les fractions 1/2, 3/5, 18/7, que la somme de ces dimensions est $25^m,70$ et que le décastère de ce bois pèse 4238 kg. (*B. E. Alger.*)

***2705.** — On veut recouvrir une route qui a $4^m,50$ de large sur une longueur de 13500 m. d'une couche de gravier de 35 cm. d'épaisseur. Les 5 m^3 coûtent $23^f,50$ d'extraction et 38 fr. de transport. La main-d'œuvre coûte $0^f,07$ par mètre carré. Ce travail est mis en adjudication au prix de 300000 fr. Quel est le rabais que peut faire l'entrepreneur pour gagner 20000 fr.? (*E. N. Hautes-Pyrénées.*)

***2706.** — Un jardin a 25 m. de long et 14 m. de large; il est entouré en bordure, sur ses 4 côtés, d'une allée ayant $0^m,60$ de large et il est coupé par 2 allées en croix de $0^m,60$ également, de telle sorte que le jardin est divisé en 4 planches rectangulaires égales. 1° Quelle est la superficie totale du jardin? 2° Quelle est la superficie livrée à la culture? 3° Quel sera le prix du fumier employé à le fumer, si l'on en épand une quantité suffisante pour former sur 3 des planches une couche de 10 cm. d'épaisseur? Le prix du fumier utilisé est de 6 fr. le mètre cube. (*B. E. Rennes.*)

***2707.** — On veut marner un champ de manière à introduire 2 °/₀ de calcaire dans la couche de terre arable, qui a $0^m,12$ d'épaisseur. La marne qu'on a à sa disposition contient 48 °/₀ de calcaire et pèse 1650 kg. au mètre cube; enfin, les tombereaux employés au transport n'en peuvent contenir que 750 kg. On demande combien il faudra de tombereaux de marne si le champ a une contenance de $2^{ha},87$, et quelle sera la dépense de cette opération si le prix du mètre cube de marne est de $1^f,25$, et si le transport et l'épandage coûtent $1^f,90$ par tombereau. (*B. E. Chambéry.*)

MESURES DE POIDS

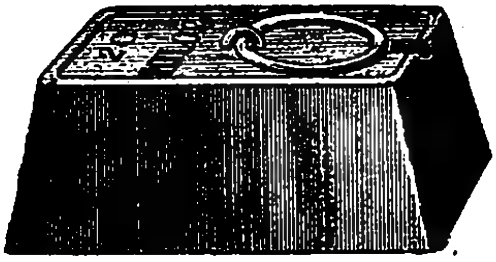
298. — Tableau des mesures légales :

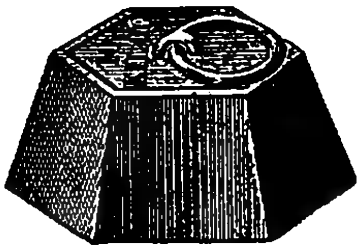
Tonne.....	Mille kilogrammes.	t.
Quintal métrique.....	Cent kilogrammes.	q.
Kilogramme.....	**Unité fondamentale.** (§ **278**)	**kg.**
Hectogramme.....	Cent grammes.	hg.
Décagramme.....	Dix grammes.	dag.
Gramme.....	Millième du kilogramme.	g.
Décigramme.....	Dixième du gramme.	dg.
Centigramme.....	Centième du gramme.	cg.
Milligramme.....	Millième du gramme.	mg.

Remarque. — Avant la *loi du 11 juillet* 1903, l'*unité principale* des poids était le **gramme,** *poids d'un centimètre cube d'eau distillée à son maximum de densité*, pesé dans le vide à la latitude de Paris et au niveau de la mer.

299. — Les **mesures effectives de poids** vont du *milligramme au demi-quintal* (50 kg.).

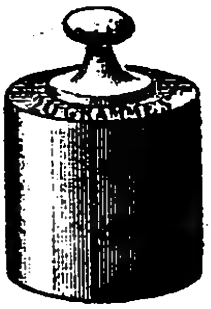
Les **poids en fonte** ont la forme d'un *tronc de pyramide à base hexagonale*, sauf les poids de 20 kg. et de 50 kg. qui ont la forme du *tas de cailloux*. Ils vont de 50 g. à 50 kg. Ce sont : 1/2 hg.; 1 hg.; 2 hg.; 1/2 kg.; 1 kg.; 2 kg.; 5 kg.; 10 kg.; 20 kg.; 50 kg.





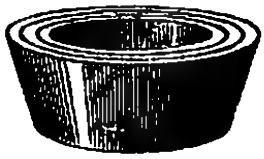
Poids en fonte.

Les **poids en cuivre** ont la forme d'un *cylindre surmonté d'un bouton*. La *hauteur* du cylindre est *égale au diamètre*, et la hauteur du bouton en est la moitié, sauf pour le gramme et le double gramme.



Poids en cuivre.

Poids en lamelles.



Poids à godet.

Ils vont du gramme au poids de 20 kg. Ce sont : 1 g.; 2 g.; 5 g.; 10 g.; 20 g.; 50 g.; 100 g.; 200 g.; 500 g.; 1 kg.; 2 kg.; 5 kg.; 10 kg.; 20 kg.

Les **poids en lamelles** sont généralement en *cuivre* ou en *platine*, parfois en aluminium, en argent ou en nickel.

Ils ont la forme de *lames minces* taillées en *carrés* ou en *octogones*, et vont du demi-gramme au milligramme. Ce sont : 5 dg.; 2 dg.; 1 dg.; 5 cg.; 2 cg.; 1 cg; 5 mg.; 2 mg.; 1 mg.

Il existe encore des **poids à godet** en *cuivre*. Ils ont la forme de *troncs de cône évidés*, et s'emboîtent les uns dans les autres.

Pesées. — Pour **peser** les corps, on se sert, en général, d'une *balance* ou d'une *bascule*.

Quand on emploie la **balance**, le *poids du corps* est égal à la *somme des poids marqués* qui lui font équilibre.

Avec la **bascule**, le *poids du corps* est égal à 10 *fois la somme des poids marqués* qui lui font équilibre.

La **méthode de la double pesée** permet d'obtenir le poids exact d'un corps avec une grande précision. On met dans l'un des plateaux d'une balance l'objet à peser et on lui fait équilibre en mettant, dans l'autre plateau, de la grenaille de plomb ; quand l'équilibre est établi, on enlève l'objet, puis on rétablit l'équilibre en remplaçant l'objet par des poids marqués.

Remarques. — 1° Pour les *diamants* et les *pierres précieuses*, l'unité de poids est **le carat** qui se divise en **4 grains.** Le *poids du carat* est en France de **0g,20.**

2° Dans les **séries de poids** les plus usitées, les *unités décimales* sont *en double*. Cependant, au lieu de deux poids d'un gramme, elles comprennent généralement deux poids de deux grammes.

Problèmes. — **2708.** — Indiquer par quel procédé on peut trouver exactement le poids d'un objet à l'aide d'une balance qui n'est pas juste, mais qui est sensible. (*B. E. oral, Paris.*)

2709. — Définir le gramme ; comment a-t-il été obtenu lorsqu'on a créé le système métrique ? (*B. E. oral, Paris.*)

2710. — Les différentes séries de mesures effectives de poids. Matière, forme, usages. (*B. E. Besançon.*)

2711. — Avec quels poids peut-on peser 879 g.? (*B. E. oral, Paris.*)

2712. — Quand le tabac valait 10 fr. le kilogramme, quel poids de tabac avait-on pour 1 fr.? pour 0f,50? pour 0f,10? pour 0f,20? pour 0f,05? (*Ec. prat. d'agriculture.*)

2713. — Expliquez comment on fait les pesées avec une bascule ordinaire, et dites quels poids il faudrait employer pour faire équilibre à 54kg,6 de marchandises. (*B. E. oral, Paris.*)

2714. — Combien de grammes de poivre doit donner pour 0f,10 un épicier qui paye le demi-kilogramme 1f,40 et qui veut faire un bénéfice de 0f,15 par fr.? (*E. P. S.*)

2715. — Un marchand de grains a reçu 9000f,50 pour du blé qu'il avait acheté 8045 fr. Combien en avait-il d'hectolitres, sachant qu'il a gagné 3f,25 par quintal et que l'hectolitre pèse 75 kg.? (*E. P. S.*)

2716. — Une garnison se compose de 1500 hommes auxquels on distribue une ration quotidienne de 8 hg. de pain. On sait que 1 kg. de farine donne 131 dag. de pain. Quelle sera la dépense pour une année, si la farine coûte 22f,50 le quintal? (*Lyc. et Coll.*)

2717. — Un marchand a acheté 650 hl. de charbon à 20 fr. les 11 hl. Que gagnera-t-il en revendant le tout à 23f,40 la tonne? On sait que 1 hl. de charbon pèse 85 kg. (*Ec. de Saumur.*)

2718. — Une machine à vapeur consommait 900 q. de charbon en 150 jours à raison de 10 h. de travail par jour. Des améliorations ont réduit cette consommation à 378 kg. en 7 h. Si le charbon coûte 35 fr. la tonne, quelle sera l'économie réalisée dans une année comportant 309 journées de travail de 8 heures chacune? (*P. T. T.*)

2719. — Dans une maison où l'on brûle 25 s. de bois par an, quelle économie pourrait-on faire en brûlant de la houille à 36 fr. la tonne, au lieu de bois à 12f,50 le stère, si 1 s. de bois pèse 420 kg., et si 400 kg. de bois ne produisent pas plus de chaleur que 180 kg. de houille? (*E. P. S.*)

2720. — La farine de froment absorbe 57 °/o d'eau pendant le pétrissage, et, pendant la cuisson, une partie de cette eau s'évapore, de telle sorte que 117 kg. de pâte fournissent 100 kg. de pain. D'après cela, on demande combien on pourra nourrir de marins pendant un jour avec 1000 kg. de farine, la ration de chaque marin pesant 75 dag. (*Ec. d'adm. de la Marine.*)

2721. — Une coupe de bois, qui a produit 475 das., a été achetée 25875 fr. On a payé en outre : 1° pour frais d'exploitation, 2f,50 par stère; 2° pour le transport à 25 km., 0f,15 par kilomètre et par tonne, le poids du stère étant évalué à 8 q. On demande combien on devra vendre le décastère pour gagner 3f,50 par stère. (*B. E. Poitiers.*)

2722. — Un fermier vend 48 sacs de blé, contenant chacun 1 hl. 1/2, à raison de 29f,75 le quintal; il reçoit ainsi 1499f,40. Combien pèse l'hectolitre de blé? (*Lyc. et Coll.*)

2723. — Le lait de bonne qualité contient en crème les 4/25 environ de son poids. Dire : 1° la quantité de beurre que l'on pourrait produire avec 22 kg. de lait, sachant que le poids du beurre obtenu n'est que les 8/10 de celui de la crème; 2° le prix que l'on retirerait de ce beurre si les 750 g. de beurre se vendent 2f,75. (*B. E. Montpellier.*)

2724. — Sur une ligne de chemin de fer, le transport du vin coûte 0f,025 par myriamètre et par quintal. On a payé 1180f,50 pour le transport de Cette à Paris de 240 barriques de vin pesant chacune 250 kg. Calculer la distance de Cette à Paris par la voie ferrée. (*Lyc. et Coll.*)

2725. — Un tonneau rempli de vin pèse 245kg,25; s'il était rempli d'huile, il ne pèserait que 225 kg. Sachant qu'un litre de ce vin pèse 99 dag., et qu'un litre de cette huile pèse 9 hg., on demande : 1° la contenance du tonneau; 2° son poids lorsqu'il est vide. (*B. E. Seine.*)

2726. — Pour faire du pain, on mélange l'eau et la farine dans le rapport de 100 g. de farine pour 60 g. d'eau, et 120 kg. de la pâte ainsi obtenue donnent 96 kg. de pain. Si la farine vaut 52f,25 le sac de 159 kg., on demande à quel prix un boulanger devrait vendre le kilogramme de pain pour gagner 6500 fr. sur la fourniture annuelle d'un hospice qui compte en moyenne 235 pensionnaires à la ration de 750 g. par jour. (*B. E. Lyon.*)

2727. — Un tisserand a employé 9 jours pour faire une pièce de toile de 60m,75 de long. La quantité de fil nécessaire pour fabriquer 4m,50 de toile est de 1kg,125. Chaque écheveau de fil pèse 36 dag., et l'on a 34 écheveaux pour 36f,72. Le tisserand est payé à raison de 1f,65 par jour. A combien revient le mètre de toile? (*B. E. Dijon.*)

2728. — Une ménagère achète, pour en faire de la gelée, 17kg,5 de groseilles à 0f,15 le demi-kilogramme. Les groseilles lui donnent les 4/7 de leur poids de jus. Elle ajoute par kilogramme de jus 92 dag. de sucre valant 0f,75 le kilogramme. Le sirop ainsi obtenu perd 1/8 de son poids par la cuisson. Combien cette ménagère pourra-t-elle remplir de pots de 15 dag. et à combien lui reviendra le kilogramme de gelée? (*E. P. S.*)

2729. — Avec 6895 hg. de fer on a fait des plaques de 1 m. de long sur $0^m,70$ de large et $0^m,005$ d'épaisseur. Le décimètre cube de fer pesant $7^{kg},88$, dites le nombre de plaques. (*E. P. S.*)

2730. — Un boulanger a acheté de la farine commune à raison de 36 fr. le quintal métrique, et il a vendu $0^f,15$ le demi-kilogramme de pain provenant de cette farine. Sachant que 3 kg. de farine ont donné 4 kg. de pain, et que le bénéfice total réalisé par le boulanger a été de 300 fr., quel était le poids de la farine achetée? (*B. E. Clermont.*)

2731. — Le transport des charbons par chemin de fer coûte $0^f,097$ par tonne et par kilomètre. On paye, en outre, un droit fixe de $2^f,12$ par wagon contenant 124 hl. A combien reviendraient $28275^{hl},65$ de houille, achetés au prix de $2^f,85$ l'hectolitre du poids de 82 kg. et transportés par chemin de fer à $15^{Mm},97$? (*C. E. P. S.*)

***2732.** — Un commerçant a payé $280^f,44$ pour le transport de deux lots de marchandises pesant, l'un 6400 kg. et l'autre 3600 kg. Le parcours du 1er lot est de 522 km. et celui du 2e 630 km. Quel est le montant du port de chaque lot? et quel est le tarif du transport pour 1 t. à 1 km.? (*B. E. Seine.*)

***2733.** — On a ensemencé une pièce de $3^{ha},50$ moitié en blé, moitié en seigle, et l'on a employé par hectare 200 l. de graine. La semence a coûté en tout $93^f,87$. Le blé et le seigle pèsent respectivement 75 kg. et 62 kg. par hectolitre. On demande le prix du quintal de blé de semence et du quintal de seigle de semence, sachant qu'à poids égal le prix du seigle est les 45/82 de celui du blé. (*B. E. Caen.*)

***2734.** — Un marchand achète 350 q. de blé au prix de 18 fr. l'hectolitre pesant 80 kg. Pour le chargement et le déchargement, il paye $0^f,20$ par hectolitre. Pour le transport à 125 km., il paye en outre $0^f,006$ par quintal et par kilomètre. Etant donné que ce marchand retire à la mouture 0,92 du poids total en farine et 0,05 en son; qu'il vend le son $0^f,20$ le kilogramme et la farine à raison de $26^f,50$ le sac de 100 kg., on demande : 1° quelle est sa dépense totale; 2° quel poids de farine et quel poids de son il obtiendra; 3° quel est son bénéfice par quintal de blé. (*E. P. S.*)

***2735.** — Un agriculteur a du blé à vendre et on lui en offre $27^f,40$ par quintal métrique. Ayant refusé cette offre, il ne peut se défaire de son blé que 5 mois plus tard, à 26 fr. le quintal. A cette époque, le blé s'étant desséché a perdu 2 °/o de son poids. Combien cet agriculteur a-t-il perdu par quintal du poids primitif en refusant la 1re offre? On tiendra compte de l'intérêt de l'argent à 4 °/o. (*E. N. Basses-Alpes.*)

***2736.** — Un marchand achète un tas de bois ayant $35^m,8$ de long, $1^m,14$ de large et $3^m,50$ de haut, à raison de 75 fr. le décastère. Un stère de ce bois pèse 6 q. 1/2 et l'on a dû payer pour les frais de transport et de sciage $2^f,25$ par stère. Combien le marchand doit-il revendre la tonne de ce bois pour gagner $275^f,55$ sur le tout? (*Lyc. et Coll.*)

***2737.** — Dans un champ de $54^a,28$, l'épaisseur de la couche de terre arable est en moyenne de $0^m,28$; on y veut introduire 1/300 de chaux. Le prix de la chaux est de $0^f,95$ les 100 kg.; le transport coûte $0^f,45$ par tombereau contenant $0^{m^3},600$; l'épandage coûte $0^f,30$ par are. Calculer la dépense si le mètre cube de chaux pèse 1 t. 3/4. De combien doit s'augmenter la valeur moyenne de la récolte pendant 3 ans pour que cette augmentation couvre les frais? (*B. E. Clermont.*)

***2738.** — Deux villes, A et B, sont reliées par un chemin de fer de 472 km. Le quintal de farine coûte 32 fr. à A et $39^f,90$ à B. A quel point de la route est-il indifférent de faire venir la farine de A ou de B, si le transport revient à $0^f,60$ par tonne et par kilomètre? (*B. E. Lille.*)

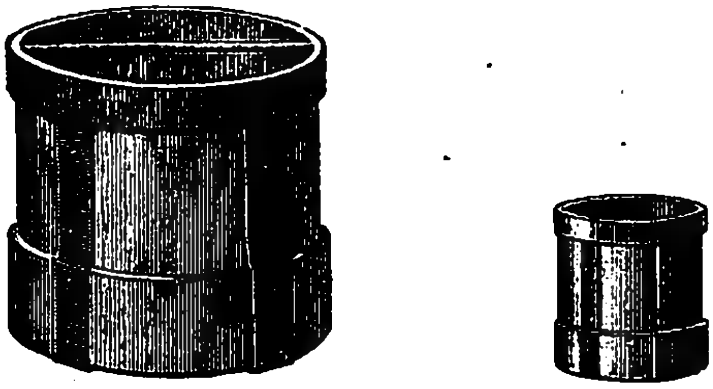
MESURES DE CAPACITÉ

300. — Tableau des mesures légales :

Kilolitre.....	Mille litres.	kl.
Hectolitre.....	Cent litres.	hl.
Décalitre.....	Dix litres.	dal.
Litre.....	(§ **279**).	**l.**
Décilitre.....	Dixième du litre.	dl.
Centilitre.....	Centième du litre.	cl.
Millilitre.....	Millième du litre.	ml.

301. — Les **mesures effectives de capacité** vont *du centilitre à l'hectolitre.*

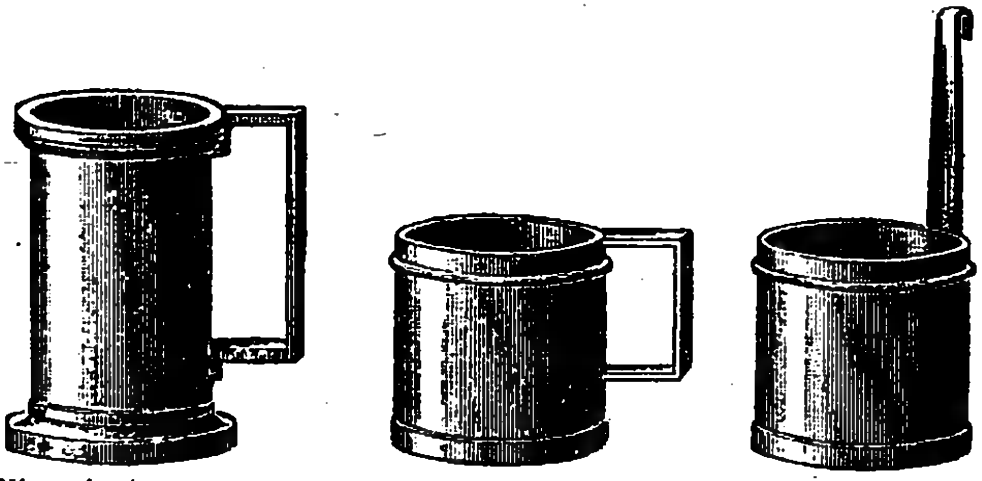
Elles ont toutes la forme d'un *cylindre* dont la *hauteur* est *égale au*



Mesures en bois.

diamètre, excepté les mesures en *étain* dont la *profondeur* est *double du diamètre.*

Les **mesures pour les matières sèches** (grains, légumes, etc.) sont en bois ; elles vont *du demi-décilitre à l'hectolitre*. Ce sont : 1/2 dl. ; 1 dl. ; 2 dl. ; 1/2 l. ; 1 l. ; 2 l. ; 1/2 dal. ; 1 dal. ; 2 dal. ; 1/2 hl. ; 1 hl.



Vin, vinaigre, etc.
Etain.

Huile.

Lait.
Fer blanc.

Les **mesures** en usage dans le *commerce au détail des* **liquides** sont en fer-blanc pour le lait et l'huile, en étain pour les autres liquides; elles vont du centilitre au double litre. Ce sont : 1 cl.; 2 cl.; 1/2 dl.; 1 dl.; 2 dl.; 1/2 l.; 1 l.; 2 l.

Les **mesures** en usage dans le *commerce en gros* des **liquides** sont en cuivre, en tôle ou en fonte étamés; elles vont du *demi-décalitre à l'hectolitre*. Ce sont : 1/2 dal.; 1 dal.; 2 dal.; 1/2 hl.; 1 hl.

Problèmes. — 2739. — Expliquer comment les mesures de capacité et les mesures de poids dérivent du mètre. (*B. E. Chambéry.*)

2740. — Les différentes séries des mesures effectives de capacité. Matière, forme, dimensions, usages. (*B. E. Besançon.*)

2741. — Un négociant a 820 hl. de blé qui lui ont coûté 4 fr. le double décalitre et pèsent en moyenne 75 kg. par hectolitre. Il vend ce blé à 31 fr. le quintal. Quel est son bénéfice? (*C. Compl.*)

2742. — Un marchand achète un tonneau d'huile d'olive de 240 l. à raison de $1^f,75$ le kilogramme. Il revend cette huile $1^f,80$ le litre. Combien gagne-t-il sur le tout, sachant qu'il a eu 6 l. de perte et que le décilitre de cette huile pèse $91^g,5$? (*Lyc. et Coll.*)

2743. — En 9 jours, deux ouvriers ont moissonné un champ de blé qui a 2 hm. 1/2 de long sur $7^{dam},24$ de large. Pour les payer, on leur donne 16 doubles décalitres de blé par hectare. Ce blé valant $19^f,75$ l'hectolitre, on demande combien chaque ouvrier a gagné par jour en moyenne. (*Lyc. et Coll.*)

2744. — On a versé dans un tonneau 1 hl. 2 l. d'un vin à $42^f,50$ l'hectolitre, puis $5^{dal},2$ du même vin. Le tonneau est alors rempli aux 7/10 de sa contenance. On demande quel serait le prix du vin qu'il contiendrait s'il était tout à fait plein. (*Collège Chaptal.*)

2745. — Une famille achetait son vin au litre et le payait $0^f,65$. Espérant obtenir de meilleures conditions chez un marchand en gros, elle fait venir du Midi une barrique de 225 l. qui lui coûte nue $67^f,50$. Le fût est facturé 8 fr. Le prix du transport s'élève à $3^f,50$ par hectolitre. Le vin est mis en bouteilles, sauf 8 l. de lie, et il se trouve que 6 °/₀ des bouteilles, dont la contenance est $0^l,80$, sont cassées et le vin perdu. En supposant que cette famille boive 5 bouteilles de vin en 2 jours, quelle est l'économie qu'elle fait par an en achetant son vin par barrique? (*B. E. Dijon.*)

2746. — On emploie pour faire 1 hl. de bière 500 g. de houblon à $2^f,70$ le kilogramme et 5 dal. d'orge pesant 63 kg. par hectolitre et coûtant 21 fr. le quintal métrique. Combien faut-il d'hectolitres d'orge et de kilogrammes de houblon pour faire 24 hl. de bière, et quel sera sur cette quantité de bière le gain brut du brasseur, s'il revend le décalitre $1^f,80$? (*E. P. S.*)

2747. — La graine de colza contient 47 °/₀ de son poids d'huile; mais on ne retirera par la pression que les 8/11 de cette huile. Le litre d'huile de colza pèse 92 dag. Combien devra-t-on presser de kilogrammes de graines pour avoir 1 hl. d'huile? (*B. E. Clermont.*)

2748. — Un cultivateur a récolté 1865 dal. de pommes de terre dont il trouve acheteur à $9^f,65$ le quintal. Il calcule qu'en les vendant à $6^f,30$ l'hectolitre, il gagnerait $18^f,65$ de plus. D'après cela, déterminer le poids moyen de l'hectolitre. (*E. P. S.*)

2749. — Un marchand a acheté des pommes de terre à $11^f,75$ l'hectolitre; il les revend à $2^f,70$ le double décalitre. Mais, comme 7 dal. ont été gâtés, il ne gagne que $22^f,40$. Combien avait-il acheté d'hectolitres de pommes de terre? (*C. Compl.*)

2750. — Un cultivateur vend 4 sacs de blé, contenant chacun 6 doubles décalitres, à raison de 16f,25 l'hectolitre, et 5 sacs d'avoine, contenant chacun 7 doubles décalitres, à raison de 0f,95 le décalitre. Avec l'argent résultant de cette vente, il achète une pièce de vin de 208 l. à 0f,45 le litre et 6m,25 de drap, puis il paye une dette s'élevant à 8f,75 et il lui reste 12f,15. Combien a-t-il payé le mètre de drap? (*E. P. S.*)

2751. — Un négociant en grains a acheté 150hl,75 de blé à raison de 2f,90 le double décalitre. Dans le transport, 50 hl. ont été avariés et il n'a pu les revendre que les 3/4 du prix auquel il a vendu le reste. Le bénéfice total s'étant élevé à 12 °/o du prix d'achat, dites à quel prix a été vendu : 1° l'hectolitre de bon blé; 2° l'hectolitre de blé avarié. (*E. P. S.*)

2752. — On achète, pour faire des confitures, 5 kg. de raisin, qui fournissent 5/7 de leur poids de jus. Ce jus est mêlé, à poids égal, à un sirop de sucre. Le mélange, chauffé et clarifié, perd les 3/100 de son poids. Avec cette confiture, combien pourra-t-on remplir de pots de 2 dl.? Le litre de confiture pèse 1kg,25. — (*E. N. Nièvre.*)

2753. — Deux marchands se présentent chez un cultivateur pour lui acheter son blé. L'un le lui payerait 17 fr. l'hectolitre et l'autre 24 fr. les 100 kg. Le cultivateur fait son calcul; il sait qu'un double décalitre de blé pèse 15 kg., et il trouve qu'en vendant son blé au poids il réalisera un bénéfice de 45 fr. Combien ce cultivateur avait-il d'hectolitres de blé à vendre? Combien le 1er marchand aurait-il dû payer un double décalitre de blé pour que le cultivateur n'eût eu aucun avantage à donner la préférence au 2e? (*B. E. Poitiers.*)

2754. — Une pièce de vin de 228 l. coûte 195 fr. d'achat, 5f,50 de transport et 14f,25 par hectolitre de droit d'entrée. La mise en bouteilles, la main-d'œuvre et les bouchons coûtent 3f,50 par 100 bouteilles et ces bouteilles coûtent 0f,19 pièce. Calculer le prix de revient d'une bouteille, verre compris, sachant que la capacité de chaque bouteille est de 3/4 de litre, qu'il y a 3 l. de déchet et que le fût a été revendu 5f,50. (*B. E. Bordeaux.*)

***2755.** — Pour ensemencer de blé un champ rectangulaire de 254 m. de long et 136 m. de large, il a fallu 172 doubles décalitres 72/100 de grains. Combien a-t-on mis d'hectolitres de ce blé par hectare? Si, au lieu de semer à la volée, on s'était servi du semoir, il n'aurait fallu que 121 doubles décalitres. Donner un rapport simple entre les nombres d'hectolitres dans les deux cas. (*E. P. S.*)

***2756.** — Un cultivateur s'engage à donner par an à son domestique 600 fr. et 8 doubles décalitres de blé. Au bout de 7 mois le domestique quitte la maison. On lui règle son compte. On lui a déjà donné tout le blé promis pour une année de service; on lui remet en outre 337f,50. A combien évalue-t-on l'hectolitre de blé? (*B. E. Montpellier.*)

***2757.** — Un sac contient un mélange de chaux et de sable pesant 330 kg. On enlève 1 dal. de ce mélange et on le remplace par 1 dal. de chaux; on constate alors que le poids du sac est de 322kg,5. Trouver la capacité du sac et le poids de la chaux contenue dans le mélange, sachant que l'hectolitre de chaux pèse 200 kg. et l'hectolitre de sable 300 kg. (*B. E. Clermont.*)

***2758.** — Un meunier a acheté à un cultivateur un méteil qui doit être composé de 2 volumes de blé et 1 volume de seigle. Il en pèse 1 hl. 1/2 et trouve un poids de 113kg,50. D'autre part, d'après les échantillons fournis, 75 cl. de blé pèsent 600 g., et 80 cl. de seigle 560 g. Y a-t-il fraude? En évaluer le montant en argent, si l'achat est de 24 hl. de méteil et si l'hectolitre de blé coûte 6 fr. de plus que l'hectolitre de seigle. (*B. E. Toulouse.*)

Volumes, Poids, Capacités.

302. — Pratiquement, on peut admettre que le litre et le décimètre cube sont égaux (§ **279**). On a donc les relations suivantes :

1 litre ou **1 dm³** d'eau pure pèse **1 kilogramme,**
1 *kilolitre* ou 1 *m³* d'eau pure pèse 1 *tonne,*
1 *millilitre* ou 1 *cm³* d'eau pure pèse 1 *gramme.*

Remarque. — Le **volume** et le **poids** d'une certaine quantité d'eau s'expriment par le **même nombre,** si on prend les *unités de volume et de poids correspondantes :* 1° **l, dm³, kg.**; 2° kl., m³, t.; 3° ml., cm³, g.

Problèmes. — **2759.** — Combien 3 m³ 1/4 valent-ils : 1° d'hectolitres; 2° de décalitres; 3° de litres; 4° de décilitres; 5° de centilitres?

2760. — En prenant pour unité le décimètre cube, quels sont les volumes d'eau distillée correspondant à 1 g.; 3 dag.; 5 hg.; 8 kg.?

2761. — Etablir les relations qui existent entre les mesures de volume et les mesures de capacité. (*B. E. Nancy.*)

2762. — Quelle différence faites-vous entre le décilitre, le décistère et le décimètre cube? (*E. P. S.*)

2763. — Montrer sur un exemple ce qu'il faut faire pour avoir la profondeur d'un fossé ayant la forme d'un parallélépipède, connaissant le nombre d'hectolitres d'eau nécessaires pour le remplir et la surface du fond exprimée en mètres carrés. (*B. E. Lyon.*)

2764. — Comment obtient-on le volume d'un corps solide? Comment pourrait-on obtenir le volume d'un caillou? (*B. E. oral, Paris.*)

2765. — Le décimètre cube de mercure pèse 13kg,5 et 1 kg. de ce métal vaut 7 fr. Une cuvette en contient 85 cl. Dites la valeur du contenu de cette cuvette. (*E. P. S.*)

2766. — Un réservoir cubique de 80 cm. de côté est à moitié rempli d'huile. Combien pourrait-on, avec cette huile, remplir de bouteilles de 2 l. chacune, et combien vaudrait toute cette huile à raison de 12 fr. le décalitre? (*E. P. S.*)

2767. — Un seau plein d'eau pèse 18kg,5. Quand on retire la moitié de l'eau qu'il contient, il ne pèse plus que 11kg,5. Quelle est sa contenance et que pèse-t-il quand il est vide? (*C. Compl.*)

2768. — Une fosse à purin a 3m,10 de longueur, 1m,40 de largeur et 1m,30 de profondeur. Combien contient-elle de tonneaux de 110 l.? Quelle surface peut-on fumer avec le purin qu'elle contient étant pleine, à raison de 80 l. par demi-are? (*E. P. S.*)

2769. — Une pompe fournit 2 l. 1/4 d'eau par coup de balancier et l'on donne 30 coups par minute. Combien de coups faudra-t-il pour remplir un bassin long de 2m,70, large de 2m,40 et profond de 2m,50? Combien de temps? (*E. P. S.*)

2770. — La poudre à canon est un mélange de 3/4 de son poids de salpêtre, et, pour le reste, de poids égaux de soufre et de charbon. Un litre de poudre pèse 904 g., dire combien de chacune de ces trois substances entre dans une boîte pleine de poudre qui a les dimensions suivantes : 32 cm., 23 cm. et 175 mm. (*B. E. Besançon.*)

2771. — Il est tombé pendant un orage une hauteur d'eau de 6 mm. 1/2. Combien d'hectolitres d'eau est-il tombé sur un terrain de 12 km²? (*E. P. S.*)

2772. — Un flacon plein d'huile pèse 549 g. On demande sa capacité en centimètres cubes, sachant que le poids du flacon est le tiers du poids total et que le litre d'huile pèse 915 g. (*C. Compl.*)

2773. — Un grenier rectangulaire de 2m,20 de long sur 1m,90 de large est rempli de blé jusqu'à une hauteur moyenne de 1m,35. Quelle est la valeur du double décalitre du blé qu'il contient si le tout est vendu 1 060 fr.? (*C. Compl.*)

2774. — Sachant que l'eau, en se congelant, augmente de 1/15 de son volume, 1° trouver le poids d'un bloc de glace rectangulaire de 0m,6 de long, de 0m,45 de large et de 0m,2 d'épaisseur; 2° exprimer en litres le volume d'eau provenant de sa fusion. (*B. E. Seine.*)

2775. — Un panier à fond carré a 1m,20 de profondeur. Quelles devront être ses autres dimensions pour qu'il puisse contenir 100 dal. d'avoine? (*C. Compl.*)

2776. — Un grenier est divisé au moyen de planches en compartiments de 4 m. de long sur 3m,20 de large. Combien pourra-t-on mettre d'hectolitres de blé dans chacun de ces compartiments, si on donne au tas une hauteur moyenne de 0m,65? Quel sera le poids supporté par chaque mètre carré de plancher, si l'hectolitre pèse 78 kg.? (*E. P. S.*)

2777. — Dans une cuve rectangulaire dont la longueur est 1m,20 et la largeur 0m,75, on a mis une certaine quantité d'eau de mer. Après évaporation complète, on a retiré 10 kg. de sel. On demande à quelle hauteur l'eau s'élevait dans la cuve, sachant que l'hectolitre d'eau de mer fournit 5kg,125 de sel. (*E. P. S.*)

2778. — Une barrique pèse 260 kg. 5 dag. pleine d'eau et 19kg,6 étant vide. Quelle est sa contenance en litres et combien faut-il de barriques semblables pour contenir l'eau d'un bassin ayant 3m,45 de long, 2m,75 de large et 3m,20 de profondeur? (*C. Compl.*)

2779. — Un bassin rectangulaire de 4m.75 de long et de 2m,55 de large contient de l'eau; on y puise 2l,35 d'eau; de combien cela fait-il baisser le niveau de l'eau? (*B. E. Rennes.*)

2780. — Deux robinets ont rempli une cuve de 4m³,560 en 18 heures. Le 1er a fourni pendant ce temps 785 l. de plus que le 2e. Combien chaque robinet donne-t-il de litres à l'heure? (*E. P. S.*)

2781. — Avec du mercure, on remplit aux 5/6 un vase rectangulaire dont les trois dimensions prises intérieurement ont 15 cm., 12 cm., 7 cm. On sait qu'un décilitre de mercure pèse 1kg,36. Calculer le volume d'un liquide qui a le même poids que le mercure contenu dans le vase et dont le mètre cube pèse 800 kg. (*B. E. Grenoble.*)

2782. — Un vase plein d'eau pèse 452 dag. Le même vase plein d'huile pèse 4kg,205. Sachant que 8l,75 d'huile pèsent 8 kg., quel est le poids du vase vide et quelle en est la capacité? (*B. E. Clermont.*)

2783. — Dans un vase cubique de 0m,64 de côté, on a versé 25 dal. d'eau. A quelle hauteur s'élève le liquide dans le vase? Combien de litres d'eau pourrait-on y mettre encore? (*E. P. S.*)

2784. — Un vase vide pèse 260 g.; plein d'huile, il pèse 1364 g., et plein d'eau 1460 g. Quelle est sa capacité, et quel est le poids d'un litre d'huile? (*B. E. Montpellier.*)

2785. — Un baril de 100 kg. d'huile est vidé dans une cuve dont la base est un rectangle de 0m,50 sur 0m,40. A quelle hauteur s'élèvera le liquide, si le litre d'huile pèse 920 g.? (*Ec. Diderot.*)

2786. — Un marchand a acheté du charbon à 35f,40 la tonne. Il paye 223f,60 de transport et de frais. Il revend ce charbon à raison de 4f,95 l'hectolitre en faisant, sur son prix de revient, un bénéfice de 20 °/o. Le mètre cube de charbon pesant 937kg,5, on demande le poids du charbon qu'il a acheté. (*B. E. Seine.*)

2787. — Un cultivateur met l'avoine destinée à ses chevaux dans un coffre ayant 2m,15 de long, 85 cm. de large et 1m,25 de haut. Combien faut-il de sacs d'avoine de chacun 1 hl. 1/2 pour remplir ce coffre jusqu'aux 3/4 de sa hauteur? Quelle est la valeur de l'avoine ainsi contenue dans le coffre si elle vaut 19f,50 le quintal et si elle pèse 49 kg. l'hectolitre? (*E. P. S.*)

***2788.** — Une bouche d'eau alimente un bassin. Au bout de 1 heure 24 min. elle en a rempli les 3/5. Elle coule encore pendant 5/6 d'heure, et il manque alors 54 dal. d'eau pour que le bassin soit plein. Combien de mètres cubes ce bassin peut-il contenir? Combien la bouche d'eau débite-t-elle de litres par minute? (*B. E. Seine.*)

***2789.** — Un bassin à parois verticales contient de l'eau jusqu'au quart de sa hauteur; il a 2 m. de long sur 1m,50 de large. On y fait couler pendant 31 min. 1/4 l'eau amenée par un robinet à raison de 6 l. par minute, et l'eau s'élève alors au tiers de la hauteur du bassin. On demande : 1° combien de temps encore on devra laisser couler l'eau du robinet pour que le bassin soit rempli; 2° la capacité en hectolitres de ce bassin; 3° sa profondeur. (*E. P. S.*)

***2790.** — Un réservoir alimenté par deux robinets a une contenance de 6 m³. Le 1er robinet débite 300 l. par heure et le 2e 200 l. Combien de temps faudra-t-il laisser couler chaque robinet séparément pour que le réservoir se trouve rempli en 25 h.? (*E. N. Seine-et-M.*)

***2791.** — Un réservoir a pour base un carré qui mesure 0m,99 de côté. Il est rempli de vin, dont le litre pèse 990 g. Son poids est alors de 245kg,25. S'il était rempli d'huile, dont le litre pèse 900 g., son poids ne serait plus que de 225 kg. On demande, d'après cela, de calculer : 1° la profondeur du réservoir; 2° son poids quand il est vide. Vérifier les résultats obtenus. (*B. E. Montpellier.*)

***2792.** — Une cuve a 0m,72 de profondeur et son fond a une surface égale à 5/8 de mètre carré. Elle ne peut être emplie qu'en 37 min. 1/2 par un robinet fournissant 125 dl. d'eau par minute, à cause d'une fuite qui existe à la cuve. Quelle est la quantité d'eau perdue par la fuite en 1 minute? (*B. E. Seine.*)

***2793.** — Un bassin de forme rectangulaire de 8m,40 de long, 7m,2 de large, 2m,40 de profondeur est alimenté par un robinet qui donne 15 l. par minute. Combien de temps faut-il laisser le robinet couler sans interruption pour que le bassin, d'abord vide, soit rempli à mi-hauteur? A quelle hauteur s'élèvera l'eau dans le bassin après que le robinet aura encore coulé pendant 6 h. 18 min.? (*B. E. Dijon.*)

***2794.** — Un réservoir a 4 m. de long et 3m,75 de large. Les parois latérales et le fond de ce réservoir ont été recouverts d'un enduit en ciment payé 1f,50 le mètre carré. La dépense étant de 55f,05, on demande quelle est la hauteur de ce réservoir. Dire aussi quelle en est la capacité en hectolitres. (*B. E. Bordeaux.*)

***2795.** — Un champ rectangulaire mesure 210 m. de long et sa largeur est les 2/7 de sa longueur. Avant de l'ensemencer en pommes de terre, on le recouvre d'une couche uniforme de fumier de 0m,012 d'épaisseur valant 6f,50 les 24 hl. Les frais de semence et de main-d'œuvre représentent les 7/3 de la dépense de fumure. Trouver le poids des pommes de terre récoltées si, en les vendant 10 fr. les 100 kg., on a réalisé un bénéfice de 555 fr. sur la culture. (*B. E. Poitiers.*)

DENSITÉ

303. — Le **poids spécifique** d'un corps est le *poids de l'unité de volume* de ce corps.

Ce poids s'exprime :

1° en **grammes,** quand l'unité de volume est **1 cm³**;

2° en **kilogrammes,** quand l'unité de volume est **1 dm³** ou **1 l.**;

3° en **tonnes,** quand l'unité de volume est **1 m³**.

Ex. : Le poids spécifique de l'eau est 1 kg., celui du fer est 7kg,8, celui de l'argent est 10kg,5, si on prend pour unité de volume 1 dm³.

304. — La **densité** d'un corps est le *rapport du poids de ce corps au poids d'un égal volume d'eau.*

Ex. : La densité du fer est 7,8, celle de l'argent est 10,5.

Remarque I. — La **densité des gaz** est prise *par rapport à l'air* à 0°, sous la pression de 760 mm.

Remarque II. — 1° Par les exemples précédents, on voit que le **poids spécifique** d'un corps solide ou liquide et sa **densité** *s'expriment par les mêmes nombres*, c'est ce qui explique qu'on les confonde dans la pratique.

2° Le poids P et le volume V d'un corps étant exprimés en unités correspondantes (§ **303**), la densité $\mathbf{D = \frac{P}{V}}$.

Problèmes. — 2796. — L'hectolitre d'huile pèse 92 kg., quelle est la densité de l'huile?

2797. — Un bouchon de liège a un volume de 6 cm³, et il en faut 7 pour peser 1 dag., quel est le poids spécifique du liège?

2798. — Un vase vide pèse 1kg,32; plein d'eau, il pèse 5kg,374; plein de vin, il pèse 5kg,354. Quelle est la densité du vin? (*C. Compl.*)

2799. — Une poutre de chêne qui a 4m,5 de long, 0m,50 de large et 0m,45 d'épaisseur pèse 941 kg. On demande de calculer la densité du bois de chêne. (*E. P. S.*)

2800. — Une barrique vide pèse 31kg,250, et pleine d'eau de mer 246kg,920. Pleine d'une huile pesant 900 g. par litre, elle ne pèse plus que 220kg,250. On demande la contenance de la barrique et la densité de l'eau de mer. (*B. E. Seine.*)

2801. — Un vase exactement rempli d'eau pure pèse 1865 g. On y plonge entièrement un objet en étain. On mesure l'eau qui s'est échappée et l'on trouve 24 cl. On pèse de nouveau le vase avec l'objet qu'il contient et l'on trouve 3375 g. Calculer quelle est la densité de l'étain. (*C. Compl.*)

2802. — Un vase plein d'eau et un objet en aluminium pèsent ensemble 885 g. L'objet seul pèse 65 g. On l'introduit dans le vase, puis, après avoir essuyé les parois, on pèse et on trouve 860 g. Calculer : 1° le volume de l'objet; 2° sa densité. (*C. Compl.*)

2803. — Une feuille rectangulaire de carton, ayant 1 m. de long, 75 cm. de large et 4 mm. d'épaisseur. pèse 900 g. On demande : 1° le

poids spécifique du carton; 2° le poids d'une boîte cubique de $0^m,25$ de côté, faite avec cette feuille de carton. Le couvercle de la boîte a également $0^m,25$ de côté. (*B. E. Rennes.*)

2804. — Une boule de laiton pesant $97^g,6$ est suspendue à un des plateaux d'une balance par un fil dont le poids et le volume sont négligeables. Le fléau est rendu horizontal par une tare placée dans l'autre plateau. On plonge la boule dans l'essence de térébenthine et il faut mettre 10 g. dans le plateau qui la surmonte pour rétablir l'horizontalité du fléau. La densité du laiton est 8,39, trouver la densité de l'essence de térébenthine. (*E. P. S.*)

2805. — Une poutre en chêne ayant la forme d'un parallélépipède rectangle pèse 1032 kg. et sa base a $0^m,40$ sur $0^m,375$. On demande la longueur de la poutre et la densité de ce chêne, sachant que la poutre a été vendue à 5 fr. le décistère et qu'elle a coûté $64^f,50$. (*E. P. S.*)

2806. — Un corps solide plongé dans l'eau pèse $17^g,25$. Dans l'air, ce même corps pèse $19^g,25$. Quelle est sa densité? (*C. Compl.*)

2807. — Dans un litre en fer-blanc destiné à mesurer le lait et ayant par conséquent $108^{mm},4$ de profondeur, on verse de l'eau jusqu'à la hauteur de 60 mm.; puis on y met un morceau de plomb pesant $2^{kg},7$, ce qui fait monter l'eau à une hauteur de 86 mm. Quelle est la densité du plomb? (*B. E. Seine.*)

2808. — La densité de l'argent est 10,47. La densité du cuivre est 8,85. On demande de calculer: 1° le volume et 2° la densité de la pièce de 1 fr. (*B. E. Bordeaux.*)

***2809.** — L'air est un mélange de deux gaz, l'oxygène et l'azote. On sait que 1000 l. d'air renferment 209 l. d'oxygène et 791 l. d'azote. On sait d'autre part que dans 1000 g. d'air il y a 231 g. d'oxygène et 769 g. d'azote. Le litre d'air pesant $1^g,293$ (à 0° et sous la pression de 760 mm.), on demande de calculer, à 0,001 près, les poids spécifiques de l'oxygène et de l'azote. (*B. E. Chambéry.*)

***2810.** — La densité du cuivre est 8,85, celle de l'étain est 7,29 et celle du zinc 7,15. On demande quelle est la densité de l'alliage des monnaies de bronze. (*E. P. S.*)

***2811.** — Un corps solide dont la densité est 2,17 pèse 525 g.; on l'attache à un fil et on le suspend au plateau d'une balance. Quel poids faudra-t-il mettre dans l'autre plateau pour maintenir la balance en équilibre: 1° si l'on plonge le corps dans l'eau; 2° si on le plonge dans l'alcool de densité 0,79? (*B. E. Paris.*)

***2812.** — Trois vases ont même capacité et même poids quand ils sont vides. On les remplit, le 1er avec de l'eau, le 2e avec une huile dont la densité est 0,92; le 3e avec de l'alcool. Le 1er pèse alors 6 kg. de plus que le 2e et 15 kg. de plus que le 3e. Calculer, d'après ces données: 1° la capacité de chaque vase; 2° la densité de l'alcool. Les trois vases étant remplacés par trois autres de poids inégaux et dont le poids total est de 45 kg. quand ils sont vides, calculer le poids de chacun d'eux, sachant que le poids du 1er est les 4/5 de celui du 2e et les 2/3 de celui du 3e. (*B. E. Lille.*)

***2813.** — On plonge un morceau de fer pesant 840 g. et de densité 7,8 dans un vase plein d'un mélange d'alcool et d'eau. Le liquide qui s'écoule du vase pèse 90 g. et représente les 4/5 de la totalité du mélange. On demande le volume du fer, celui du vase et la densité du mélange. (*B. E. Seine.*)

***2814.** — Dans l'air, un corps pèse 350 g. Dans l'eau pure, il ne pèse plus que 335 g. Dans un mélange d'eau et d'alcool, il pèse 337 g. Trouver la densité du mélange. (*B. E. Seine.*)

Densité : Poids et volume d'un corps.

Remarques : — 1° Le **poids** et le **volume** d'un corps doivent être *exprimés en unités correspondantes :* 1° kg., dm³, l.; 2° t., m³; 3° g., cm³.

2° Le **poids** d'un corps est égal au *produit de sa densité par son volume.*

3° Le **volume** d'un corps est le *quotient de son poids par sa densité.*

On a : $P = D \times V$; et $V = \frac{P}{D}$.

Problèmes. — 2815. — Définir le gramme. Indiquer la correspondance entre les unités de poids et celles de volume remplies d'eau distillée. En déduire le poids d'un corps de densité connue, par exemple de $4^{dm^3},25$ de plomb, dont la densité est 11,35. (*B. E. Aix.*)

2816. — Qu'appelle-t-on densité d'un corps? Les gaz ont-ils une densité? Comment trouver le volume d'un corps, connaissant son poids et sa densité? (*B. E. oral, Paris.*)

2817. — Calculer le volume et le poids d'une poutre de chêne ayant $5^m,40$ de longueur et $0^m,63$ sur $0^m,59$ d'équarrissage. La densité du chêne est égale à 0,93. (*P. T. T.*)

2818. — Un vase vide pèse 950 g.; rempli de benzine, il pèse $5^{kg},250$; la densité de la benzine est 17/20. Quelle est la capacité du vase? (*C. Compl.*)

2819. — On emplit un vase en y versant 5 kg. d'alcool dont la densité est 0,78. Quelle est la capacité de ce vase et combien pourrait-il contenir de kilogrammes d'acide sulfurique dont la densité est 1,843?

2820. — Le rendement par 100 kg. de la houille distillée dans des cornues à gaz est en moyenne de 30 m³ de gaz, 72 kg. de coke, 5 kg. de goudron. Combien retirera-t-on de mètres cubes de gaz, d'hectolitres de coke, de quintaux de goudron, de la distillation de 125 t. de houille? La densité du coke est 1,15. (*C. Compl.*)

2821. — Lorsque la pression atmosphérique est de 761 mm., quelle est, en kilogrammes, la pression exercée par l'atmosphère : 1° sur une surface de 1 cm²; 2° sur le corps d'un homme dont la surface est égale à 1 m² 1/2? La densité du mercure est 13,6. (*E. P. S.*)

2822. — Les feuilles de zinc pour la toiture ont $1^m,80$ de long sur $0^m,75$ de large et pèsent 8 hg. Quelle en est l'épaisseur, si la densité du zinc est 6,86? (*C. Compl.*)

2823. — On verse $8^{kg},5$ de mercure dans un décimètre cube. A quelle hauteur le mercure atteindra-t-il, sachant que la densité du mercure est 13,59? (*E. P. S.*)

2824. — On a une cuve à base rectangulaire dont la longueur est $0^m,63$ et la largeur $0^m,51$. On y a mis de l'eau de mer que l'on fait évaporer et dont on retire $4^{kg},1$ de sel marin. On sait que 1 kg. d'eau de mer contient 50 g. de sel et que la densité de l'eau de mer est 1,025. On demande quel est le volume de l'eau de mer et quelle est la hauteur de cette eau dans la cuve. (*E. P. S.*)

2825. — Un vase plein d'eau pèse 800 g.; le poids du vase seul est 1/7 du poids de l'eau qu'il contient; combien pèserait ce vase, s'il était plein d'alcool de densité 0,875? (*B. E. Seine.*)

2826. — On fabrique avec de l'or dont la densité est 19,362 des feuilles dont l'épaisseur est telle qu'il en faut 3000 pour faire 1 mm. Quelle surface pourrait-on recouvrir avec 1 kg. d'or? (*E. P. S.*)

2827. — On verse successivement dans un vase, et jusqu'aux 7/8 de sa capacité totale, du vin et de l'huile. On le pèse à chaque fois et l'on trouve que le résultat de la 1re pesée surpasse de 225 g. celui de la 2e. Sachant que la densité du vin est de 0,995 et celle de l'huile 0,920, on demande de déterminer : 1° la capacité totale du vase ; 2° le poids du vin et celui de l'huile qu'il peut contenir. (*B. E. Bordeaux.*)

2828. — On a acheté deux barils d'huile pesant ensemble, fûts compris, 1014kg,60. Le poids des fûts vides est 1/75 du poids de l'huile, dont la densité est 0,925. Le plus grand fût contient 1/2 hl. de plus que l'autre. Quelle est la valeur de l'huile contenue dans le plus petit tonneau à raison de 1f,80 le kilogramme? (*B. E. Seine.*)

2829. — Un vase plein d'eau pèse 12kg,650 ; rempli d'huile d'olive, il pèse 11kg,795 ; la densité de l'huile d'olive est 0,910. Quel est le poids du vase vide et quelle est sa capacité? (*B. E. Seine.*)

2830. — Une personne achète 3l,5 de lait, et trouve que ce lait pèse 3kg,578. La densité du lait pur étant de 1,03, on demande si le lait fourni est pur, et, s'il ne l'est pas, quel est le volume d'eau qu'il contient. (*B. E. Grenoble.*)

***2831.** — On verse dans un vase une certaine quantité de vin, puis de l'eau, et le vase est rempli jusqu'aux 8/15 de sa capacité. On sait : 1° que le vase après qu'on a eu versé le vin pesait 627g,3 ; 2° que, après addition de l'eau, il pèse 650 g. ; 3° que le volume du vin est triple de celui de l'eau ; 4° que la densité du vin est 0,985 ; déterminer la capacité du vase et son poids quand il est vide. (*E. N. Loiret.*)

***2832.** — Un vase plein d'huile pèse 1kg,69 ; plein d'alcool, il pèse 1kg,609. Sachant qu'à volume égal, le poids de l'huile est les 0,9 et celui de l'alcool les 0,84 du poids de l'eau pure, calculer : 1° les poids de l'huile et de l'alcool qui remplissent le vase ; 2° le poids du vase vide. (*B. E. Seine.*)

***2833.** — On a pesé une barre de fer successivement dans l'eau et dans l'huile. La différence des poids obtenus est de 21 g. Calculer la longueur de cette barre, sachant que les deux autres dimensions sont 0m,045 et 0m,008 et que la densité de l'huile est 0,900. (*B. E. Alger.*)

***2834.** — Le double litre en étain a une profondeur intérieure de 216mm,7. Quelle hauteur occuperait dans cette mesure 1 kg. d'alcool dont la densité est 0,815? (*B. E. Seine.*)

***2835.** — Un vase, dont la capacité est de 45 dm³, et qui pèse, vide, 2kg,8, avait été rempli de lait, dont la densité est 1,03. Mais une certaine quantité de lait ayant été enlevée et remplacée par de l'eau, le vase et son contenu ne pèsent plus que 48kg,955. Quelle est, en litres, la quantité de lait remplacée par de l'eau? (*B. E. Caen.*)

***2836.** — On a une feuille d'étain carrée de 15 cm. de côté et de 2 mm. d'épaisseur. Aux sommets des quatre angles on détache des carrés égaux, et l'on relève, à angle droit sur la feuille, les quatre rectangles ainsi déterminés, de manière à former une cuve ayant la forme d'un parallélépipède rectangle. On remplit la cuve d'alcool et l'on demande le poids total de la cuve et du liquide, sachant que le côté des carrés détachés est 1/6 du côté de la feuille. Densité de l'étain 7,18 ; densité de l'alcool 0,82. (*B. E. Seine.*)

***2837.** — Sur de l'huile, dont la densité est 0,915, on pose un morceau de liège ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont : 0m,075 pour la longueur ; 0m,032 pour la largeur, et 0m,02 pour l'épaisseur. Sachant que la densité du liège est 0,24, de combien émergera-t-il? — On pose sur ce liège 4 pièces de 20 fr., de combien émerge-t-il encore? (*B. E. Rennes.*)

LES MONNAIES

305. — L'*unité principale* des monnaies est le **franc** (**f.** ou **fr.**) (§ **280**)

Les *sous-multiples* décimaux du franc sont :

Le **décime** ou dixième du franc, $0^f,1$;

Le **centime** ou centième du franc, $0^f,01$.

Remarque. — Les mots *décafranc*, *hectofranc*, *kilofranc* ne sont pas employés ; on dit : 10 fr., 100 fr., 1 000 fr.

306. — Il y a en France *quatre espèces de monnaies* : les monnaies d'or, d'argent, de bronze et de nickel.

Les **pièces d'or** sont les pièces de **5 fr.**, **10 fr.**, **20 fr.**, **50 fr.** et **100 fr.** Il existe en outre d'anciennes *pièces de 40 fr.*, mais on n'en frappe plus de nouvelles.

Les **pièces d'argent** sont les pièces de **$0^f,20$**; **$0^f,50$**; **1 fr.**; **2 fr.** et **5 fr.**

Les **pièces de bronze** sont les pièces de **$0^f,01$**; **$0^f,02$**; **$0^f,05$** et **$0^f,10$**.

La **pièce de nickel** vaut **$0^f,25$**.

Remarque. — Quelle que soit son importance, un paiement peut être effectué en pièces d'or ou en pièces de 5 fr. en argent. Le **pouvoir libératoire** des pièces divisionnaires d'argent, illimité pour les caisses publiques, est de 50 fr., entre particuliers; celui des pièces de nickel et de bronze est limité à l'appoint de la pièce de 5 fr.

307. — Outre les monnaies métalliques, il existe des **billets de banque**, payables à vue, de **50 fr.**; **100 fr.**; **500 fr.** et **1 000 fr.** Ils sont mis en circulation par la **Banque de France**, établissement placé sous le contrôle de l'Etat.

308. — La *France*, la *Belgique*, la *Grèce*, l'*Italie* et la *Suisse* ont constitué une **union monétaire.** Ces pays admettent dans leurs caisses publiques les *pièces d'or* et *d'argent* fabriquées dans les conditions déterminées par la *Convention de* 1885. Cependant les *pièces d'argent italiennes et grecques*, à l'exception de la pièce de 5 fr., n'ont plus cours en France.

Remarque. — Toutes les pièces des **autres pays** sont refusées par nos caisses publiques, sauf les **pièces d'or** suivantes :

Autriche-Hongrie : Pièces de 10 fr. et de 20 fr. (4 et 8 florins).
Espagne : Pièces de 10 fr. et de 20 fr. (10 et 20 pesetas).
Monaco : Pièces de 20 fr. et de 100 fr.
Russie : Pièces de 20 fr. et de 40 fr. (5 et 10 roubles).

Poids et valeur des monnaies.

309. — **1 franc en argent** pèse **5 grammes;**
1 centime en bronze pèse **1 gramme;**
la pièce de nickel (0f,25) pèse **7 grammes;**
1 gramme d'or monnayé vaut **3f,10.**

Remarque. — **A poids égal,**
1° la monnaie d'or vaut **15 fois 1/2** la monnaie d'argent;
2° la monnaie d'argent vaut **20 fois** la monnaie de bronze.

Problèmes. — **2838.** — Une personne qui avait 38 fr. en monnaie de bronze et 762 fr. en monnaie d'argent échange le tout contre de la monnaie d'or. De quel poids s'est-elle déchargée? (*C. Compl.*)

2839. — Un sac contient une somme en argent et une somme en bronze. La somme en bronze pèse 1/5 du poids total des pièces. Le sac plein pèse 390 g.; vide, il ne pèse que 1 hg. Quelle somme renferme-t-il? (*C. Compl.*)

2840. — Un sac contenant différentes espèces de monnaie pèse 3190 g. Il contient 527 fr. de monnaie d'argent et 775 fr. de monnaie d'or. Vide, il pèserait 65 g. Combien renferme-t-il de monnaie de cuivre? (*E. P. S.*)

2841. — Un garçon de recettes a touché dans une maison 10000 fr., savoir : 2250 fr. en billets, les 2/5 du reste en or et le reste en argent. Quel est le poids de la somme qu'il a reçue en métal? (*B. E. Seine.*)

2842. — Deux rouleaux de monnaie, l'un de pièces de 20 fr., l'autre de pièces de 2 fr., pèsent ensemble 851g,6129. Ils ont la même valeur. Quel est le poids de chaque rouleau? (*E. P. S.*)

2843. — Une somme composée de valeurs égales d'or, d'argent et de bronze ferait équilibre à 16l,325 d'eau. On demande de calculer la valeur commune. (*B. E. Seine.*)

2844. — On met sur les plateaux d'une balance deux vases de poids inégaux; pour établir l'équilibre, on met dans un des plateaux 155 fr. en or, et dans l'autre 155 fr. en argent. On demande le poids de chaque vase, sachant qu'ensemble ils pèsent 4800 g. (*B. E. Dijon.*)

2845. — Un vase étant plein d'eau, on lui fait équilibre avec 26 pièces de 5 fr. en argent, 3 pièces de 2 fr. et 9 pièces de 0f,20. Lorsqu'il est vide, on lui fait équilibre avec 9 pièces de 5 fr. en argent, 3 de 0f,10 et 7 de 0f,01. Dire la contenance du vase. (*Ec. Nat. Prof.*)

2846. — Une somme de 4468f,50 se compose de poids égaux de monnaies de bronze, d'argent et d'or. On demande pour quelle valeur chacune de ces monnaies entre dans la somme proposée. (*E. P. S.*)

2847. — Quelles sont les règles, établies dans le système métrique, qui permettent de déterminer le poids des monnaies d'argent et d'or d'après leur valeur. Comme application, calculer, à 1/2 mg. près, le poids d'une pièce de 20 fr. (*B. E. Rennes.*)

***2848.** — Un sac contient des pièces d'or et des pièces d'argent. La somme totale vaut 2360 fr. et pèse 2375 g. Quelle est la somme en or et la somme en argent? (*B. E. Seine.*)

***2849.** — Une somme de 1545f,75 se compose de monnaies de cuivre, d'argent et d'or dont les poids sont proportionnels aux nombres 7, 3, 2. On demande quelle valeur représente chacune de ces monnaies dans la somme totale. (*B. E. Lille.*)

Monnayage.

310. — En France, l'*Etat* a seul le droit de **fabriquer des monnaies.** Son unique atelier monétaire, appelé **Hôtel de la Monnaie**, est situé à Paris.

La **monnaie d'or** est un *alliage d'or et de cuivre au titre de* **0,9**.

La **monnaie d'argent** est un *alliage d'argent et de cuivre*. La *pièce de* **5 fr.** est au *titre de* **0,9** et les *pièces divisionnaires* sont au *titre de* **0,835**.

La **monnaie de bronze** est un *alliage de cuivre, d'étain et de zinc*. Le *poids du cuivre* est les **0,95** du poids total, celui de l'*étain* en est les **0,04** et celui du *zinc* **0,01**.

La **monnaie de nickel** est formée de *nickel pur*.

Remarque. — Comme il est très difficile de donner aux pièces leur titre légal ainsi que leur poids légal, la loi accorde une **légère tolérance,** en plus ou en moins, sur ce titre et sur ce poids.

Problèmes. — **2850.** — Qu'appelle-t-on titre d'un alliage? Quels sont les titres des alliages monétaires? Un alliage d'argent pesant 5 kg. contient 825 g. de cuivre; peut-il servir à fabriquer des pièces de monnaie? Lesquelles? Pour quelle somme? (*E. P. S.*)

2851. — On a un lingot d'argent pur pesant 14^{kg},028. On demande quelle quantité de cuivre on devra y ajouter pour faire un alliage au même titre que les pièces de 2 fr. Quelle sera de plus la valeur de l'argent monnayé? (*E. P. S.*)

2852. — Quels poids de cuivre, d'étain et de zinc faut-il employer pour fabriquer 10000 fr. en monnaie de billon? (*E. P. S.*)

2853. — Les 5/12 de la valeur d'une somme de 240 fr. sont en bronze, le reste en pièces d'argent de 5 fr. Quel est le poids de cette somme et quel est le poids d'argent pur qu'elle contient? (*B. E. Seine.*)

2854. — Quel est le poids de l'argent pur contenu dans 1250 pièces de 5 fr.? Quelle somme en pièces divisionnaires pourrait-on faire avec cet argent? (*E. P. S.*)

2855. — On a 465 pièces de 20 fr. Quel est le poids du cuivre qu'elles contiennent, et quelle est la somme d'argent, en pièces divisionnaires, qui en contient le même poids? (*B. E. Paris.*)

2856. — Quelle somme ferait-on avec un lingot d'argent pur de 340 cm^3, la densité étant 10,47, en supposant : 1° que l'on fabrique des pièces de 5 fr.; 2° des pièces divisionnaires? (*B. E. Paris.*)

2857. — On a payé une somme de 60 fr. avec des pièces de 1 fr. et de 5 fr. en argent. Le nombre des premières est à celui des secondes comme 5 est à 2. Quelle est la quantité d'argent pur contenu dans l'alliage obtenu en fondant toutes ces pièces ensemble? (*B. E. Caen.*)

2858. — Une somme de 1158^f,50 est formée de poids égaux d'or, d'argent en pièces de 5 fr. et de cuivre. Quel est son poids et quel est celui de chacune des matières, or, argent, cuivre, étain et zinc, qu'elle contient? (*E. P. S.*)

2859. — En payant une certaine somme avec de la monnaie d'or, j'ai donné 180 g. d'or pur. Quel serait le poids d'argent pur que je donnerais en payant la même somme, moitié en pièces de 5 fr., moitié en pièces de 2 fr.? (*C. Compl.*)

2860. — Un lingot d'argent pur pèse 3kg,702; on veut le monnayer et en faire autant de pièces de 5 fr. que de pièces de 2 fr. Calculer le poids du cuivre qu'il faudra ajouter à ce lingot et la valeur totale des pièces fabriquées. (*E. P. S.*)

***2861.** — On a un lingot d'or pesant 2kg,790, un lingot d'argent pur pesant 2kg,505 et un lingot de cuivre pesant 985 g. On emploie tout l'or pur et une partie du cuivre à la fabrication de pièces de 10 fr., tout l'argent pur et une autre partie du cuivre à la fabrication de pièces de 1 fr. On demande : 1° quel poids d'argent pur il faudrait pour fabriquer, avec le reste du cuivre, des pièces de 5 fr. en argent; 2° quel est le nombre des pièces de 10 fr., de 1 fr. et de 5 fr. ainsi fabriquées. (*B. E. Seine.*)

***2862.** — Combien pourrait-on fabriquer de pièces de bronze de 1, 2, 5 et 10 centimes avec une masse de cuivre pesant 2356 g. après y avoir ajouté l'étain et le zinc réglementaires? On impose cette condition que la valeur de l'ensemble des pièces de chaque espèce soit la même. (*B. E. Seine.*)

***2863.** — On fait fondre dans un creuset 167 pièces françaises, les unes de 5 fr. en argent et les autres de 2 fr. On obtient un alliage contenant 1847 g. 1/4 d'argent. Quel était le nombre des pièces de 5 fr.? (*B. E. Seine.*)

***2864.** — On veut fabriquer des pièces de 2 fr., de 1 fr. et de 0f,50 avec un lingot obtenu en fondant ensemble 1670 pièces de 5 fr. Quelle est la quantité de cuivre qu'il faut ajouter à ce lingot? Si l'on veut avoir 3 pièces de 1 fr. contre 2 pièces de 0f,50 et autant de pièces de 2 fr. que de pièces de 1 fr., combien avec le lingot obtenu pourra-t-on former de pièces de 2 fr., de 1 fr. et de 0f,50? (*B. E. Clermont.*)

***2865.** — Un certain nombre de pièces de 20 fr., de pièces d'argent de 5 fr. et de 1 fr. forment une somme de 966 fr. Le nombre des pièces de 5 fr. est à la fois les 6/5 de celui des pièces de 20 fr. et les 3/4 de celui des pièces de 1 fr. On demande : 1° le nombre des pièces de chaque espèce; 2° les poids de l'or, de l'argent et du cuivre contenus dans la somme. (*B. E. Lyon.*)

***2866.** — On a une somme de 54 fr. en monnaie divisionnaire d'argent et de bronze. Son poids total est de 650 g. Calculer la valeur de la monnaie de chaque espèce et les poids de l'argent pur, du cuivre, de l'étain et du zinc. (*B. E. Seine.*)

***2867.** — Une lame d'or pur a 4 dm. de longueur, 3 cm. de largeur et 1/2 mm. d'épaisseur. On la fond avec la quantité de cuivre nécessaire pour en faire de la monnaie d'or. Combien de pièces de 10 fr. pourra-t-on fabriquer avec cet alliage? On sait que la densité de l'or est 19. (*B. E. Besançon.*)

***2868.** — Un sac dont le contenu pèse 5 kg., renferme un nombre égal de pièces d'argent de 5 fr., de 2 fr. et de 1 fr. On demande le montant de la somme contenue dans le sac ainsi que le poids d'argent pur. Quel serait le titre du lingot obtenu en fondant toutes ces pièces et quelle somme pourrait-on obtenir en pièces de 1 fr., en ajoutant à ce lingot un poids convenable de cuivre? (*B. E. Chambéry.*)

***2869.** — Un lingot cylindrique d'or pur a 3 cm. de rayon et 7 dm. de hauteur. La densité du métal est 19. On demande : 1° le poids du lingot; 2° le nombre de pièces d'or de 10 fr. qu'on pourra faire avec ce lingot. On prendra : $\pi = 22/7$. (*B. E. Seine.*)

* *Valeur de l'or et de l'argent.*

311. — On appelle **valeur intrinsèque** ou **valeur au pair** d'un lingot, la *valeur du métal fin* contenu dans ce lingot calculée d'après la *valeur légale* des monnaies d'or et d'argent au titre de 0,9 (la valeur du cuivre est considérée comme nulle).

1° *Valeur intrinsèque du* **kilogramme d'argent pur :**
900 g. d'argent pur valent 200 fr., 1 kg. vaut :

$$\frac{200^f \times 10}{9} = \mathbf{222^f,222}.$$

2° *Valeur intrinsèque* du **kilogramme d'or pur :**
900 g. d'or pur valent 3 100 fr., 1 kg. vaut :

$$\frac{3\,100^f \times 10}{9} = \mathbf{3\,444^f,444}.$$

312. — On appelle **valeur au tarif** ou **valeur au change** d'un lingot, la *valeur* que procure la vente de ce lingot au *bureau du change à l'Hôtel des Monnaies*. Elle est égale à la *valeur intrinsèque diminuée des frais de fabrication* qui sont de **1f,50** par *kilogramme d'argent au titre de* 0,9 et de **6f,70** par *kilogramme d'or monnayé*.

1° *Valeur au tarif* du **kilogramme d'argent pur :**
900 g. d'argent pur valent 200f — 1f,50 ; 1 kg. vaut :

$$\frac{198^f,50 \times 10}{9} = \mathbf{220^f,56}.$$

2° *Valeur au tarif* du **kilogramme d'or pur :**
900 g. d'or pur valent 3 100f — 6f,70 ; 1 kg. vaut :

$$\frac{3\,093^f.30 \times 10}{9} = \mathbf{3\,437\ fr.}$$

Problèmes. — **2870.** — Calculer : 1° la valeur au pair ; 2° la valeur au tarif d'un lingot d'or au titre de 0,920 et pesant 1kg,7.

2871. — Un lingot d'or au titre de 0,840 a été vendu 830 fr. au change des Monnaies ; quel était le poids de ce lingot ?

2872. — Un lingot d'or pesant 560 g. a été payé 1 443f,54 au change des Monnaies, quel était le titre de ce lingot ?

2873. — Trouver la valeur d'une pièce d'or pesant 7g,988 au titre de 0,916. (*E. P. S.*)

2874. — La valeur intrinsèque d'un lingot obtenu en fondant des pièces d'or anglaises au titre de 11/12 est 1 870 fr. Que pèse ce lingot ?

2875. — On a un lingot d'argent au titre de 0,950 pesant 2kg,6. On le fond avec du cuivre de manière à obtenir un alliage au titre des pièces de 0f,50. Combien pourra-t-on, avec l'alliage obtenu, fabriquer de ces pièces ? L'argent pur a été payé 450 fr., quel bénéfice fera-t-on ? (On tiendra compte des frais de fabrication.) (*E. P. S.*)

*ANCIENNES MESURES

313. — Avant l'établissement du système métrique, on faisait usage en France de *mesures nombreuses, variables* d'une province à l'autre et même parfois, avec le temps, dans une même province. Voici les principales :

Mesures de longueur :

1° La **toise** (1^m,949) se divisait en 6 pieds, le *pied* (0^m,324) en 12 pouces, le *pouce* (0^m,027) en 12 lignes et la *ligne* en 12 points.

2° L'**aune** (1^m,188) avait 3 pieds 7 pouces 10 lignes 10 points et servait à mesurer les étoffes.

Remarque. — La **lieue commune** ou **lieue de poste** valait 2000 toises ou 3898 m. environ.

Mesures de surface :

Les unités étaient des carrés construits sur les unités de longueur. La **toise carrée** (3^{m2},7987) se divisait en *pieds carrés*, etc.

Mesures agraires. — La **perche carrée :** celle des *eaux et forêts* était un carré de 22 pieds de côté, celle de *Paris* était un carré de 18 pieds de côté. L'**arpent** valait 100 perches et se divisait en quatre quartiers. L'*arpent des eaux et forêts* valait environ 1/2 hectare et celui de *Paris* 1/3 d'hectare.

Mesures de volume :

Les unités étaient des cubes construits sur les unités de longueur. La **toise cube** (7^{m3},403) se divisait en pieds cubes, etc.

Bois de chauffage : la **corde** (3^s,839) se divisait en 2 voies et la *voie* valait 56 pieds cubes.

Bois de charpente : la **solive** valait 3 pieds cubes.

Mesures de capacité :

1° *Pour les liquides :* la pinte de Paris (0^l,93) valait 2 chopines ; le muid (2^{hl},68) se divisait en deux feuillettes ou 4 quartauts.

2° *Pour les matières sèches :* le **setier** valait 13 boisseaux et le *boisseau* (13 l. environ) valait 16 litrons.

Mesures de poids :

La **livre** (489^g,5) se divisait en 2 marcs, le *marc* en 8 onces, l'*once* en 8 gros et le *gros* en 72 grains.

Le *quintal* valait 100 livres.

Monnaies :

La **livre tournois** (0^f,987) se divisait en 20 sous, le *sou* en 4 liards et le *liard* en 3 deniers.

Les principales monnaies étaient :

En or : le double louis (48 livres), le louis (23^f,55), le demi-louis ;

En argent : l'écu de 6 livres, l'écu de 3 livres, les pièces de 30, 24, 15, 12 et 6 sous ;

En cuivre : les pièces de 2 sous, 1 sou, de 2 liards et 1 liard.

La pistole valait 10 livres : c'était une monnaie de compte.

*Revision générale.

Problèmes. — **2876.** — Définition du mètre, du gramme, du litre d'un alliage. Dire succinctement le procédé suivi pour fixer la longueur du mètre et quelle est sa valeur en toises. (*B. E. Nancy.*)

2877. — Qu'est-ce que l'Union monétaire? Quels sont les pays qui en font partie? (*B. E. oral, Paris.*)

2878. — Quel nom métrique pourrait-on donner à la pièce de 100 fr., à la pièce de 20 fr.? (*B. E. oral, Paris.*)

2879. — Connaissez-vous les noms de quelques anciennes mesures de poids? — Pourquoi l'unité usuelle de poids est-elle le kilogramme et non le gramme? (*B. E. oral, Paris.*)

2880. — Donner une idée générale du système métrique. Montrer que les diverses unités principales dérivent du mètre. Règle suivant laquelle se forment les multiples et les sous-multiples effectifs de chaque unité principale; prendre pour exemple les mesures de capacité. (*B. E. Paris.*)

2881. — Au chemin de fer de Paris à Lyon, les rails pèsent 38 kg. par mètre courant, la longueur d'un rail est de 5 m., 100 kg. de rails coûtent 37 fr. Sachant qu'il y a 512 km. de Paris à Lyon et que le chemin est à deux voies, on demande de calculer le poids total des rails, le volume qu'ils occupent et le prix total des deux voies. La densité du fer est 7,7. (*Ec. Nat. de céramique de Sèvres.*)

2882. — Un tonneau plein d'eau pèse 232 kg. Rempli de vin de Bourgogne, dont la densité est 0,991, il pèse $230^{kg},2$. Trouver la capacité du tonneau et son poids quand il est vide. (*C. Compl.*)

2883. — Une caisse de forme cubique dont le fond est horizontal et dont le côté a $0^m,12$ est pleine de mercure jusqu'aux 3/5 de la hauteur. Le mercure coûte 8 fr. le kilogramme et pèse $13^{kg},6$ par litre. Quel est le poids de la somme qui représente la valeur du mercure contenu dans la caisse, cette somme étant composée d'abord de pièces de 20 fr. en aussi grand nombre que possible, puis de pièces de 1 fr. et de $0^f,50$, et enfin de nickel et de bronze? (*C. Compl.*)

2884. — Un magasin est éclairé par 25 becs brûlant chacun 142 l. de gaz par heure et qui restent allumés 5 heures par soirée. Sachant que le gaz d'éclairage pèse, à volume égal, les 0,97 du poids du même volume d'air, et que 1 l. d'air pèse $1^g,293$, on demande le poids du gaz brûlé en 1 mois et la dépense par mois, si le gaz coûte $0^f,33$ le mètre cube. (*B. E. Caen.*)

2885. — 1° Exprimer en doubles décalitres la quantité de blé contenue dans un grenier rectangulaire qui a $2^m,50$ de long sur $1^m,80$ de large et $1^m,60$ de haut, si ce grenier est rempli aux 4/5 de sa hauteur. 2° Trouver la valeur de ce blé à 25 fr. l'hectolitre. 3° Dire quel serait le poids d'une pareille somme en argent; en or; en bronze. (*B. E. Seine.*)

2886. — On a payé 159 fr. avec un certain nombre de pièces d'argent de 5 fr., de 2 fr. et de $0^f,50$. Le nombre des pièces de 2 fr. est le dixième du nombre des pièces de 5 fr. et celui des pièces de $0^f,50$ est double du nombre des pièces de 2 fr. On demande de trouver le nombre de pièces de chaque espèce et le poids du cuivre contenu dans la somme totale. (*B. E. Montpellier.*)

2887. — La longueur totale des fils télégraphiques établis aujourd'hui en France est d'environ 195895 Mm. On demande quel est leur poids, sachant que la section de ces fils a 13 mm^2 de surface et que la densité du fer employé est de 7,788. (*B. E. Nancy.*)

2888. — Un coffre ayant $3^m,20$ de long, $0^m,75$ de large et $1^m,65$ de haut, est rempli de froment jusqu'aux 3/4 de sa hauteur. Sachant que l'hectolitre de ce froment pèse 76 kg., que 100 kg. de froment donnent 82 kg. de farine, et que 60 kg. de farine donnent 75 kg. de pain, trouver combien on pourra faire de pains de $1^{kg},5$ avec le froment contenu dans ce coffre. (*B. E. Caen.*)

2889. — Deux fontaines coulant ensemble ont rempli en 31 h. 45 min. un bassin d'une capacité de 141 m³ 3/4, et l'on sait que la 1re fontaine débite 93 hl. en 5 heures; trouver combien la 2e débite de mètres cubes d'eau par heure. (*B. E. Clermont.*)

2890. — La houille du commerce pèse 1/5 de moins que l'eau et produit, à la distillation, 250 l. de gaz par kilogramme. On perd 1/15 du gaz par l'épuration et par les fuites. Une usine qui doit fournir journellement 9800 m³ de gaz paye l'hectolitre de houille $5^f,40$. On demande : 1° quelle quantité de charbon l'usine emploie par jour; 2° combien elle dépense en achat de houille; 3° combien elle doit vendre le mètre cube de gaz pour réaliser 15 °/₀ de bénéfice sur le prix de revient. On suppose que les frais divers de l'usine sont couverts par la vente du coke et du goudron. (*E. N. Seine-Inférieure.*)

2891. — On doit employer 100 fr. en achat de bois de chauffage. On demande s'il vaut mieux, pour en avoir la plus grande quantité possible, acheter du bois à 22 fr. le stère ou le même bois à 58 fr. la tonne. On sait que le poids spécifique de ce bois est 0,88 et qu'un stère de bois ne fait que les 5/11 d'un mètre cube. On demande de déterminer la quantité de bois (en stères ou en tonnes) que l'on pourra se procurer aux conditions les plus avantageuses avec les 100 fr. destinés à l'achat. (*B. E. Dijon.*)

2892. — Trois charretiers ont entrepris de transporter 4840 m³ de pierre pour la construction d'une caserne. Le transport effectué, il est constaté que le 1er a transporté les 9/8 du volume transporté par le 2e et celui-ci les 10/9 du volume transporté par le 3e. Sachant que la densité de la pierre employée est 2,28 et que le prix du transport est de $0^f,60$ par quintal métrique, on demande : 1° combien de tonnes chaque charretier a transportées; 2° combien il a reçu pour son travail. (*B. E. Clermont.*)

2893. — Lorsque le baromètre marque $0^m,76$, quelle est la pression exercée par l'atmosphère sur l'eau d'un bassin circulaire qui a 6 m. de diamètre? La densité du mercure est 13,6. (*C. Compl.*)

2894. — Un négociant vend, pour la somme totale de 4752 fr. et à raison de $3^f,30$ le quintal, une certaine quantité de bois dont la densité, au moment de la vente, est 0,840. Il réalise ainsi un bénéfice de 32 °/₀ sur le prix d'achat. Il avait acheté ce bois au stère; le vide laissé entre les bûches est d'environ les 2/7 du volume total. Dire : 1° combien de stères de bois le marchand a vendus; 2° à quel prix il avait acheté le stère de bois. (*B. E. Nancy.*)

2895. — Sachant que l'eau, en se congelant, augmente de 1/15 de son volume, dites quel serait le volume de glace qui pèserait autant que 12400 fr. en or. (*B. E. Grenoble.*)

2896. — Un terrain rectangulaire ayant 275 m. de long et 109 m. de large a produit 560 gerbes de blé par hectare. Il faut 25 gerbes pour fournir 1 hl. de grain et 160 kg. de paille. Le fermier vend son blé $21^f,50$ les 100 kg. et la paille 32 fr. les 1000 kg. D'autre part, chaque hectare supporte un loyer de 60 fr. et a exigé 120 fr. d'engrais et $31^f,50$ de semences. Combien reste-t-il au cultivateur pour l'intérêt de ses avances, son travail et son bénéfice? (L'hectolitre de blé est supposé peser 75 kg.) (*B. E. Clermont.*)

2897. — Un tonneau plein d'eau pèse 344 kg. Plein d'huile, il ne pèse que 317^{kg},65. On a payé cette huile avec une somme en or pesant 250 g. Quel était le prix du litre d'huile, sachant que la densité de l'huile est 0,915? (*B. E. Caen.*)

2898. — Un jardin rectangulaire de 82 m. de long a été acheté pour 3845^{f},80, à raison de 7000 fr. l'hectare. On veut l'entourer d'une palissade; quelle sera la dépense, si la construction de cette palissade coûte 5 fr. par mètre linéaire? (*B. E. Rennes.*)

2899. — Poitiers et Blois sont distants de 17 Mm. Le quintal d'avoine coûte 20 fr. à Poitiers et 21^{f},47 à Blois. Les frais de transport par quintal et par kilomètre sont 0^{f},35. Déterminer entre les deux villes le point où l'avoine coûte le même prix, qu'on la prenne à Poitiers ou à Blois. (*E. N. Seine-et-Oise.*)

2900 — Cent kilogrammes de houille produisent autant de chaleur que 260 kg. de bois. Dans une maison où l'on brûle 20 s. de bois par an, quelle économie pourrait-on réaliser en brûlant de la houille à 4^{f},80 le quintal, au lieu de bois à 12^{f},50 le stère, sachant que la densité du bois est de 0,6 et que le poids du bois empilé n'est que les 0,70 du même volume en bois plein? (*B. E. Caen.*)

2901. — Dans un sac se trouvent des monnaies d'or, d'argent et de bronze. L'ensemble des monnaies d'or a une valeur 10 fois plus grande que l'ensemble des monnaies d'argent, et l'ensemble des monnaies d'argent a une valeur 10 fois plus grande que l'ensemble des monnaies de bronze. Le tout pèse autant que l'eau qui serait contenue dans un récipient rectangulaire ayant 10 cm. de long, 5 cm. de large et 11^{cm},3 de haut. On demande quelle est la valeur de la somme renfermée dans le sac. (*B. E. Seine.*)

2902. — Calculer la longueur de l'aune de Paris qui valait 3 pieds 7 pouces 10 lignes 10 points. (*E. N. Somme.*)

2903. — On veut couper des serviettes dans une pièce de toile ayant 0^{m},60 de large. Si on donne à ces serviettes 0^{m},72 de long, il reste un morceau de toile de 0$^{m^2}$,0960. Tandis que si on leur donne 0^{m},04 de plus de longueur, il ne reste rien, mais on obtient 3 serviettes de moins. Trouver : 1° le nombre de serviettes dans chaque cas; 2° la longueur de la pièce. (*E. N. Lot-et-Garonne.*)

2904. — On dissout 12 g. de sel dans 110 cl. d'eau; on enlève alors 318 cm^3 du liquide et on les remplace par de l'eau pure; on fait la même opération une 2e fois. Combien restera-t-il de sel dans le liquide? (*B. E. Grenoble.*)

2905. — On a introduit de l'eau de mer dans un bassin rectangulaire de 68^{m},3 de long sur 39 m. de large. Après complète évaporation, on recueille 40754^{kg},61 de sel. Calculer la hauteur à laquelle s'élevait l'eau dans le bassin, sachant que cette eau contenait 2 °/₀ de son poids de sel et que sa densité était 1,02. (*B. E. Montpellier.*)

2906. — Une personne vend une propriété dont la superficie est de 39^{a},49. L'acheteur en payant comptant obtient un rabais de 3 °/₀ sur le prix convenu et paye le reste 3/4 en monnaie d'or et 1/4 en monnaie d'argent. Sachant que la somme pesait au total 12^{kg},950, quel était le prix du mètre carré de la propriété? (*B. E. Nancy.*)

2907. — Un propriétaire a préparé, pour sulfater sa vigne, une bouillie bordelaise dont la densité est 1,09. La trouvant trop concentrée, il y ajoute de l'eau jusqu'à ce que le litre de mélange ne pèse plus que 1075 g. Il peut alors, avec la solution obtenue, traiter une vigne de 2 ha. 3/7, à raison de 175 l. à l'hectare Quelle a été la quantité d'eau ajoutée? (*B. E. Toulouse.*)

2908. — Une somme de 2863 fr. est composée de monnaie d'or et de monnaie d'argent. Son poids total est de 1265 g. Calculer le poids et la valeur de chaque espèce de monnaie. (*B. E. Paris.*)

2909. — On propose de payer une somme de 36300 fr. avec des poids égaux d'or et d'argent. Calculer combien on devra prendre de pièces de 20 fr., combien de pièces de 5 fr. en argent. Vérifier les résultats. (*B. E. Seine.*)

2910. — Un vase plein d'eau pèse $9^{kg},387$. Le poids du vase seul est 1/8 du poids de l'eau qu'il contient. Combien pèserait ce vase si, au lieu d'être plein d'eau, il était exactement rempli avec de l'huile dont la densité serait 0,917 ? (*B. E. Dijon.*)

2911. — Un lingot d'argent fin, ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, a 25 cm. de long, 8 cm. de large et $0^{m},06$ d'épaisseur. Combien pourra-t-on faire de pièces de 1 fr. avec ce lingot? La densité de l'argent est 10,5. (*B. E. Seine.*)

2912. — Un terrain de 60 arpents de Paris a été payé à raison de 3000 livres tournois l'arpent, avant l'établissement du système métrique; sa valeur a doublé depuis cette époque. On demande quelle est, en francs, sa valeur actuelle et ce que vaut l'hectare de ce terrain, sachant : 1° que 80 fr. valent 81 livres tournois; 2° que l'arpent de Paris valait 100 perches carrées, dont chacune était un carré de 18 pieds de côté; 3° que le pied égale 1/6 de la toise; 4° enfin que 10000000 de mètres valent 5130740 toises. (*B. E. Rennes.*)

2913. — Deux pièces de drap d'inégales longueurs sont de même qualité; les 3/4 de la longueur de la 1re égalent les 5/6 de celle de la 2e, et, si on les vendait toutes deux à 12 fr. le mètre, on recevrait une somme d'argent dont le poids serait égal à celui de $6^{l},84$ d'eau distillée. Quelle est la longueur de chaque pièce? (*E. P. S.*)

2914. — Un vase qui pèse vide 140 g. et qui contient 28 cl. d'eau pure est placé dans l'un des plateaux d'une balance. On lui fait équilibre au moyen de pièces d'argent et en se servant autant que possible de pièces de 5 fr. Calculer le nombre de pièces de 5 fr. employées et le poids d'argent pur contenu dans toutes les pièces. (*Coll. Chaptal.*)

2915. — Un chemin de fer prend pour le transport $0^{f},97$ par tonne et par myriamètre. On paye en outre $2^{f},12$ par wagon contenant 124 hl. L'hectolitre de charbon pèse 82 kg. Cela posé, on sait que le chef d'une usine paye annuellement au chemin de fer 2580 fr. pour le transport de ses charbons, le parcours étant de 25 km. 3/4. Calculer le nombre d'hectolitres transportés. (*B. E. Clermont.*)

2916. — Une citerne a pour base un carré de $1^{m},95$ de côté. Cette citerne contient de l'eau jusqu'aux 2/5 de sa hauteur; mais, en ouvrant un robinet, on y fait arriver une nouvelle quantité d'eau à raison de $7^{l},5$ par minute pendant 27 min. 15 sec. Après ce temps, le robinet étant fermé, on constate que la citerne contient de l'eau jusqu'aux 3/7 de sa hauteur. On demande de calculer : 1° la capacité de la citerne; 2° sa profondeur. (*B. E. Dijon.*)

2917. — Une salle de spectacle est éclairée par 237 becs de gaz consommant en moyenne chacun 124 l. de gaz par heure. Cette salle est éclairée 4 jours par semaine, de 6 heures du soir à minuit et demi. On sait qu'un hectolitre de houille, qui pèse 76 kg., donne $18^{m^3},548$ de gaz à la distillation, et que le gaz est payé par le public $0^{f},23$ le mètre cube. On demande : 1° le prix du gaz consommé en une semaine pour l'éclairage de cette salle, s'il est fait à l'administration une remise de 7 % sur le prix du public; 2° le nombre de tonnes de houille qu'il faudrait distiller pour assurer l'éclairage de cette salle pendant une période de 18 semaines consécutives. (*B. E. Dijon.*)

2918. — Un vase en argent, plein d'eau pure à 4°, pèse $9^{kg},68$; plein d'huile dont la densité est 0,91, il pèse $9^{kg},266$. On demande : 1° la capacité du vase; 2° son poids lorsqu'il est vide; 3° le titre de l'alliage avec lequel il est fait, sachant qu'il contient 127 dag. de cuivre. (*E. P. S.*)

2919. — Un vase exactement plein d'eau pure pèse $2^{kg},125$. On introduit dans ce vase 14 pièces de 5 fr. en argent. Quelle augmentation de poids le vase subit-il? On admettra que 1 dm^3 d'argent monnayé pèse $10^{kg},5$. (*E. N. Somme.*)

2920. — Une salle rectangulaire de $12^m,50$ de long, $6^m,40$ de large et $3^m,25$ de haut doit servir à une classe de 65 élèves à chacun desquels on veut donner 4850 l. d'air. Le cube actuel étant insuffisant, on l'augmente en exhaussant les murailles. Calculer la surélévation à 1 cm. près. (*B. E. Seine.*)

2921. — Un lingot de cuivre pèse 351 g. de plus dans l'air que dans l'eau : on l'emploie à la fabrication de pièces de $0^f,50$. Combien faut-il y ajouter d'argent et combien de pièces pourra-t-on fabriquer? La densité du cuivre est 8,8. (*B. E. Seine.*)

2922. — Un champ a la forme d'un trapèze dont les bases ont respectivement 420 m. et 320 m. et dont la hauteur a 240 m. Il a été acheté à raison de 15 fr. l'are. Ensemencée en froment, cette terre fournit en tout $310^q,8$ de paille; elle produit 25 hl. de blé par hectare. L'hectolitre de blé pèse 75 kg. La paille est vendue 12 fr. les 500 kg., et le blé vaut 24 fr. les 100 kg. Les frais de culture se sont élevés à 45 °/₀ du produit brut. On demande la surface du champ et le taux du placement. (*B. E. Nancy.*)

2923. — Calculer la valeur du kilogramme d'or monnayé et celle du kilogramme d'or pur. Les frais de fabrication du kilogramme d'or monnayé sont de $6^f,70$. (*B. E. Clermont.*)

2924. — Combien d'hectolitres d'olives sont nécessaires pour fabriquer 906 litres d'huile, sachant que l'olive donne 12 °/₀ de son poids d'huile, que l'hectolitre d'olives pèse $45^{kg},3$ et que 912 l. d'eau pèsent autant qu'un mètre cube d'huile? (*Lyc. et Coll.*)

2925. — Un cultivateur achète pour en faire de l'engrais un monceau d'os de $52^{m^3},6$ à raison de $3^f,75$ les 5/6 de mètre cube. Il paye pour broyer ces os $1^f,50$ par hectolitre mesuré après broyage. Par cette opération, le volume a augmenté de 15 °/₀. On demande le prix total de l'engrais obtenu et à combien reviendrait la fumure de $6^{ha},25$ de terre à raison de 36 hl. d'os broyés par hectare. (*B. E. Caen.*)

2926. — On paye une somme de 7750 fr. de la manière suivante 1/20 de cette somme est payé en monnaie de billon; les 3/4 en monnaie d'argent et le reste en monnaie d'or. On demande : 1° d'exprimer en grammes le poids total de la somme, 2° quels seraient les poids d'or pur et de cuivre si la somme était payée tout entière en monnaie d'or. (*B. E. Seine.*)

2927. — Un vase plein d'eau pèse $2^{kg},650$; plein de mercure, il pèse $25^{kg},080$. Quelle est sa capacité, sachant que la densité du mercure est 13,59? Quel devrait être le poids du vase plein d'eau pour que, les autres données restant les mêmes, la capacité de ce vase fût de 1 l. 1/2? (*B. E. Alger.*)

2928. — On fond 1 dm^3 d'argent avec un volume de cuivre suffisant pour former un alliage au titre de 0,900. Calculer en centimètres cubes et millimètres cubes le volume du cuivre, sachant que 1 dm^3 d'argent pèse $10^{kg},47$ et 1 dm^3 de cuivre $8^{kg},85$. Calculer le plus grand nombre de pièces de 5 fr. que l'on peut fabriquer avec le lingot résultant de cet alliage. (*B. E. Aix.*)

2929. — Un sol renferme 75 °/₀ d'argile, ce qui le rend impropre à la culture; on veut ramener la proportion d'argile à 70 °/₀ en y ajoutant une terre légère qui n'en renferme que 26 °/₀. Combien faudra-t-il transporter de terre légère par hectare sur le sol à amender, en admettant qu'on ne veuille modifier qu'une couche de 1 dm. de profondeur de ce terrain? Chaque mètre cube transporté revient à 3f,50. La récolte représentait dans le 1er sol, dont la valeur était de 1 000 fr. l'hectare, un revenu de 1f,50 °/₀ du capital d'acquisition du terrain; la récolte a quintuplé. Combien rapporte-t-il pour cent du capital engagé? (*B. E. Clermont.*)

2930. — Trouver à 1 mm³ près le volume d'une pièce de 5 fr. en admettant que 1 cm³ d'argent pèse 10g,47, et que 1 cm³ de cuivre pèse 8g,85. (*B. E. Seine.*)

2931. — On achète, à raison de 850 fr. l'are, un terrain pour lequel on paye, 18 mois après l'achat, la somme totale de 15 623f,34 y compris les intérêts du prix d'achat à 4 °/₀. Sur ce terrain, on édifie des bâtiments qui occupent les 2/17 de la superficie totale; on réserve une cour rectangulaire de 35 m. sur 22, et le reste est converti en jardin. Quelle est la surface de ce jardin? (*B. E. Nancy.*)

2932. — Un terrain rectangulaire a une longueur de 35m,70 et une largeur de 23m,45. On construit sur ce terrain un mur de clôture de 0m,30 d'épaisseur qui l'entoure entièrement et qui, fondations comprises, a 2 m. de hauteur. On demande de calculer : 1° la contenance en ares et centiares du terrain qui reste à l'intérieur du mur de clôture; 2° le prix de revient de ce mur, sachant qu'il est payé à l'entrepreneur à raison de 12f,50 le mètre cube. (*B. E. Clermont.*)

2933. — On met dans un plateau d'une balance un poids P et dans l'autre plateau un poids triple 3P. On rétablit ensuite l'équilibre en plaçant dans un plateau 3 l. d'huile contenus dans un récipient et dans l'autre 620 fr. en or. Le récipient qui contient l'huile pèse vide 400 g. et la densité de l'huile est 0,915. On demande quelle est la valeur du poids P. (*B. E. Toulouse.*)

2934. — En vendant son blé 19 fr. l'hectolitre, un fermier pourrait acheter un champ rectangulaire et il aurait 34 fr. de reste; mais, en vendant ce blé 17f,50 l'hectolitre, il lui faudrait emprunter 62 fr. pour faire l'acquisition du champ. 1° Combien a-t-il de blé? 2° Quelle est la surface du champ, dont l'hectare vaut 788 fr.? 3° Quelle en est la longueur si la largeur est de 75 m.? (*E. P. S.*)

2935. — Une personne a acheté 4l,5 de lait dont la densité, s'il était pur, serait de 1,03. Elle pèse ce lait et trouve un poids de 4kg,608. Quelle est la quantité d'eau qu'il renferme? (*B. E. Alger.*)

2936. — Deux sommes, l'une en argent, l'autre en or, ont le même poids. La somme en argent placée à 3 °/₀ est devenue au bout de 8 mois, capital et intérêts compris, 8 313 fr. L'autre somme a servi à acheter une propriété de 34 ha. 8 a. 5 ca. Calculer le prix de l'are de cette propriété. (*B. E. Montpellier.*)

2937. — On fabrique avec de l'or, dont le décimètre cube pèse 19kg,26, des feuilles qui ont 1/800 de mm. d'épaisseur. Quelle surface couvrirait, si elle était réduite à une feuille d'or aussi mince, la quantité d'or pur que contient une pièce de 100 fr.? (*B. E. Besançon.*)

2938. — Un particulier place une somme à intérêt simple au taux de 3 °/₀. Après 1 an 8 mois, il retire 8 820 fr., capital et intérêts réunis, et il achète avec cette somme un terrain rectangulaire dont le tiers vaut 2 fr. le mètre carré, et le reste 180 fr. l'are. On demande : 1° la somme placée; 2° la surface du terrain; 3° sa largeur, sachant que la longueur vaut 140 m. (*B. E. Montpellier.*)

2939. — On place sur un des plateaux d'une balance 12 fr. en monnaie de bronze, 15 fr. en monnaie d'argent, 12 pièces de 20 fr. en or. Sur l'autre plateau on place un vase cubique de 8 cm. d'arête et dans lequel on verse du mercure pour rétablir l'équilibre. Jusqu'à quelle hauteur s'élèvera le mercure dans le vase, sachant que celui-ci pèse 110 g. et que la densité du mercure est de 13,6? (*B. E. Lille.*)

2940. — Un champ triangulaire qui mesure 250 m. de base a coûté 14500 fr. L'acquéreur estime que, par le produit de la dernière récolte, son argent lui a rapporté 6 °/₀. On demande la hauteur du champ, sachant qu'il a donné, par are, 2 doubles décalitres de froment estimé à raison de 15 fr. l'hectol., que la valeur de la paille s'élève au dixième de la valeur du grain, et que les frais de culture atteignent 80 fr. par hectare. (*B. E. Poitiers.*)

2941. — Pour faire équilibre à un vase plein d'huile, on met sur le plateau d'une balance une somme de 6200 fr. en or et une autre de 100 fr. en argent. On remplace l'huile par du lait, et il faut alors ajouter, pour rétablir l'équilibre, $1^f,61$ en cuivre à l'or et à l'argent qui étaient déjà sur le plateau. Sachant que la densité de l'huile est 0,915 et celle du lait 1,030, on demande la capacité du vase et son poids quand il est vide. (*B. E. Poitiers.*)

2942. — Le fond d'un bassin, qui a la forme d'un parallélépipède rectangle, est un carré de $4^m,50$ de côté. Un 1er robinet mettrait 21 h. 1/4 à remplir tout le bassin; un 2e robinet, qui donne par minute 24 l. de plus que le 1er, mettrait 11 h. 1/4 à le remplir. On demande la contenance du bassin et sa profondeur. (*B. E. Seine.*)

2943. — Un propriétaire achète, à raison de 5000 fr. l'hectare, une vigne de forme rectangulaire mesurant 124 m. de long sur 71 m. de large, dans laquelle les ceps sont espacés de $0^m,75$ dans la longueur du terrain et de $1^m,25$ dans le sens de la largeur. De plus, il existe un intervalle de $0^m,50$ entre le bord du terrain et les ceps. Chaque cep rapporte 2 l. 8 cl. de vin vendu au prix de 9 fr. l'hectolitre. Sachant que les frais de culture et les impôts absorbent les 7/9 du produit annuel, on demande de calculer à quel taux le propriétaire a placé son argent. (*B. E. Chambéry.*)

2944. — Plein de vin, un vase ferait équilibre à une somme composée de 7750 fr. en or et 4 fr. en argent. Plein d'huile, il pèse $2^{kg},42$. Or, on sait qu'à volume égal le vin contenu dans le vase pèse les 0,95 et l'huile les 0,90 de l'eau pure. Calculer : 1° la capacité du vase ; 2° le poids du vin ; 3° le poids de l'huile. (*B. E. Clermont.*)

2945. — Une bouteille de $0^l,75$ pèse vide 250 g. et, pleine d'alcool jusqu'aux 2/3 de sa capacité, elle pèse 650 g. On achète 24 bouteilles de cet alcool, dont le poids brut est de $21^{kg},165$. D'après cela, on demande s'il y a fraude. Dans l'affirmative, combien de litres d'eau a-t-on substitués à de l'alcool pur? (*B. E. Seine.*)

2946. — Dans une fabrique, on extrait du froment les 13/25 de son poids d'amidon. Combien pourrait donner de quintaux d'amidon la récolte d'un terrain qui produit $13^l,5$ de froment par are? Ce terrain est rectangulaire; la somme de sa longueur et de sa largeur est 496 m., et sa longueur est égale aux 16/15 de sa largeur. De plus, le poids de l'hectolitre de froment qu'il produit est égal aux 5/8 de celui de l'eau qui remplit un cube de $0^m,5$ de côté. (*B. E. Lyon.*)

2947. — Rendu à pied-d'œuvre, le mille de tuiles plates coûte 40 fr. Ces tuiles ont 257 mm. sur 183 mm. et se recouvrent aux 2/3. Combien coûtera la tuile nécessaire à la couverture de 320 m² de toiture? Pour la casse et les mauvaises tuiles, on augmentera le nombre de 1/20. (*E. P. S.*)

2948. — Un terrain a la forme d'un trapèze dont la base inférieure a 24 m. de plus que la base supérieure ; sa hauteur est de 75 m. Ensemencé de colza, il a produit 40 hl. de graine à l'hectare ; la graine, qui pesait 65 kg. à l'hectolitre, a donné 32 °/₀ de son poids d'huile. Cette huile, vendue 125 fr. le quintal, n'a été payée qu'après 125 jours, avec l'intérêt à 6 °/₀ par an. Le propriétaire ayant reçu 414f,05, on demande les deux bases du trapèze. (*B. E. Clermont.*)

2949. — Une somme de 2317 fr. se compose de poids égaux de monnaies d'or, d'argent et de bronze. On demande quelle somme représente chacune de ces trois espèces de monnaie. Sachant que la partie qui est en monnaie d'argent est formée de pièces de 5 fr., quelle quantité de cuivre faudrait-il y ajouter pour obtenir un alliage d'argent au titre de 0,835 ? (*B. E. Bordeaux.*)

2950. — Deux vases de même capacité pèsent ensemble vides 6760 g. ; mais le poids du 1er n'est que les 6/7 de celui du 2e. Le 1er plein de lait pèse 415 g. de plus que le 2e plein d'huile. La densité du lait étant 1,03 et celle de l'huile 0,92, on demande le poids de chaque vase vide et leur capacité commune. (*B. E. Seine.*)

2951. — Une personne achète deux terrains qui lui coûtent ensemble 29988 fr. Les 2/5 du prix du 1er égalent les 4/7 du prix du 2e. On demande : 1° le prix de chaque terrain ; 2° la surface du 2e terrain, sachant que le 1er est un trapèze ayant pour bases 127 m. et 83 m., et pour hauteur 42 m., et que l'hectare du 1er coûte 4000 fr. de plus que l'hectare du 2e. (*B. E. Caen.*)

2952. — D'un vase rempli aux 3/4 d'alcool, on retire 0l,75 de ce liquide. On met alors le vase dans l'un des plateaux d'une balance, et on lui fait équilibre en mettant dans l'autre plateau une somme de 340 fr. en monnaie d'argent. Le poids du vase vide est de 26dag,5 et le poids de l'alcool est les 0,82 du poids de l'eau sous le même volume. Quelle est la capacité de ce vase ? (*B. E. Seine.*)

2953. — Une fontaine donne 7 l. d'eau en 8 secondes. On commence à la faire couler à 10 h. 20 min. du soir. On demande de calculer : 1° à quelle heure il faudra faire cesser l'écoulement pour obtenir 54m3,6 d'eau ; 2° à quelle hauteur s'élèverait cette eau dans un vivier circulaire qui a 6m,30 de diamètre et dont la profondeur est de 1m,90 ; 3° jusqu'à quelle heure devrait couler la fontaine pour remplir complètement le vivier. (*B. E. Montpellier.*)

2954. — On expédie à Bordeaux des tonneaux pleins d'alcool. De Bordeaux, on a renvoyé les mêmes fûts, dont 13 vides et les autres pleins de vin. Les poids des deux chargements sont exactement les mêmes dans les deux cas. Sachant que la densité de l'alcool est 0,795 et celle du vin 0,990 ; que chacun des chargements pèse 13530 kg. et un fût vide 23kg,74, on demande : 1° combien on avait expédié de tonneaux d'alcool ; 2° quelle est la contenance de chaque fût. Vérifier les résultats. (*B. E. Paris.*)

2955. — On fond ensemble 1250 g. de pièces de 5 fr. et 480 g. de pièces de 1 fr. Quelle quantité d'argent ou de cuivre faut-il ajouter pour que le titre soit de 0,860 ? Que vaut l'alliage obtenu au change des Monnaies ? (*E. N. Rhône.*)

2956. — Je possédais un verger et un jardin mesurant ensemble 4 ha. 520 ca. J'ai vendu le jardin, qui a 1 ha. 80 ca. de plus que le verger. Le prix de cette vente placé à 4 °/₀ me donne un revenu de 759 fr. Je trouve aujourd'hui à vendre le verger à 0f,25 de plus par mètre carré. Sur le montant de cette 2e vente, je réserve 2590 fr. et j'achète avec le reste de la rente 3 °/₀ au cours de 102f,50. Quel sera alors mon revenu annuel ? (*B. E. Seine.*)

2957. — On fond ensemble 6 couverts d'argent du poids de 135 g. l'un, et au titre de 0,950, 24 pièces de 5 fr. et 100 pièces de 1 fr. On demande : 1° le titre de l'alliage ; 2° la longueur qu'aurait une règle de $3^{mm},5$ d'épaisseur et 47 mm. de largeur faite avec cet alliage, sachant que la densité de l'argent est 10,51 et celle du cuivre 8,85 ; 3° la quantité de cuivre qu'il faudrait ajouter à cet alliage pour le ramener au titre de 0,900. (*B. E. Rennes.*)

2958. — Une boîte cubique qui a 1 dm. de côté pèse, pleine d'eau, 1010 g. On y met un certain nombre de pièces de 5 fr. en argent, une partie de l'eau s'écoule et le poids de la boîte est alors 1990 g. On demande : 1° quelle est la somme d'argent qui a été glissée dans la boîte ; 2° à quelle hauteur s'élèverait le niveau de l'eau si on retirait les pièces. (Densité de l'argent monnayé : 10,5.) (*B. E. Bordeaux.*)

2959. — Une personne, qui a placé à intérêts simples le tiers de son capital à 3 °/₀ et le reste à 5 °/₀ par an, touche la totalité de ses intérêts au bout de 6 ans 8 mois de la manière suivante : les 0,7 en monnaie d'or, et le reste en monnaie d'argent. Sachant que la somme reçue pèse 6955 g., on demande : 1° la totalité des intérêts ; 2° le montant de la fortune. (Opérer sur les fractions ordinaires pour arriver à des résultats exacts.) (*B. E. Seine.*)

2960. — On porte à la Monnaie un lingot d'or pur ayant la forme d'un cylindre, dont la hauteur est 9 cm. et le diamètre de base également 9 cm. Quelle somme recevra-t-on en échange, sachant que la densité de l'or pur est 19,4 ? (*B. E. Caen.*)

2961. — Un propriétaire touche comme revenu d'une maison une somme telle qu'évaluée en pièces de 1 fr. en argent, la différence entre le poids de l'argent pur et le poids du cuivre pur qu'elle renferme est de 14740 g. Il y a trois locataires : le loyer du 2e est les 5/6 de celui du 1er et le loyer du 3e est le tiers de la somme des 2 premiers. Trouver : 1° le revenu du propriétaire ; 2° les loyers des 3 locataires. (*B. E. Montpellier.*)

2962. — Un négociant présente à l'escompte deux billets payables, le 1er dans 5 mois et le 2e dans 2 mois 1/2 ; la valeur nominale du 2e billet est les 2/3 de celle du 1er et l'escompte est de 6 °/₀. Avec la somme qu'il reçoit, ce négociant achète un terrain rectangulaire dont le périmètre est de 462 m. et la largeur les 4/7 de la longueur. Le terrain ayant été payé à raison de 2500 fr. l'hectare, on demande quelles étaient les valeurs nominales des deux billets. (*B. E. Lyon.*)

2963. — Quel est, à 1 cm^3 près, le volume de l'eau pure qui contient autant d'oxygène qu'il y en a dans l'air d'une salle rectangulaire ayant 5 m. de long, 4 m. de large et $2^m,8$ de haut ? On sait que l'air renferme les 21/100 de son volume d'oxygène, que l'eau en contient les 8/9 de son poids et que 1 l. d'oxygène pèse $1^g,437$. (*B. E. Seine.*)

2964. — Un bloc de glace a la forme d'un parallélépipède rectangle à base carrée. Si on le plonge dans l'eau en le chargeant d'un poids de 75 kg., les 19/20 du volume de ce bloc sont alors immergés. On demande de déterminer la hauteur de ce bloc, sachant que la densité de la glace est 0,92 et que la base a $1^m,20$ de côté. (*B. E. Grenoble.*)

2965. — Un tube cylindrique droit, en or pur, a un diamètre extérieur de $2^{cm},5$, un diamètre intérieur de 2 cm. et $1^{dm},5$ de hauteur. On remplit exactement ce tube avec du cuivre. On demande : 1° le poids du lingot d'or et de cuivre ainsi obtenu ; 2° ce qu'il faudrait ajouter d'or ou de cuivre au lingot si on voulait le fondre pour le transformer en pièces de 20 fr. ; 3° combien enfin après cette opération on pourrait avec la masse obtenue fabriquer de pièces de 20 fr. Densité de l'or : 19,5 ; densité du cuivre : 8,8. (*B. E. Dijon.*)

2966. — Une somme de 113f,75 est formée au moyen de pièces de 2 fr., de 0f,50 et de 0f,05. Quels sont les nombres de ces différentes pièces qui composent la somme, sachant que le poids des pièces de 2 fr. est les 8/3 de celui des pièces de 0f,50 et que ce dernier est les 2/5 du poids des pièces de 0f,05? (*Arts et Métiers.*)

2967. — On plonge un morceau de cuivre ayant la forme d'un cylindre de 1 cm. de rayon dans un vase entièrement plein d'un mélange d'eau et d'alcool qui pèse 840 g. par litre. Le liquide qui s'échappe pèse 26g,88 et représente les 4/17 du poids total du mélange. On demande ; 1° la capacité du vase ; 2° la hauteur du cylindre de cuivre ; 3° les quantités d'eau et d'alcool qui entrent dans la composition du mélange, sachant que le litre d'alcool pèse 780 g. (*B. E. Lille.*)

2968. — Une cuve ayant la forme d'un parallélépipède rectangle a 75 cm. de long sur 40 cm. de large et 50 cm. de haut. On y verse de l'eau jusqu'à une hauteur de 30 cm. 1° De combien s'élèvera le niveau de l'eau, si l'on met dans la cuve un bloc de pierre imperméable ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont 30 cm., 20 cm. et 10 cm.? 2° Dire quelle devrait être la largeur de la cuve, la hauteur étant de 50 cm. et la longueur de 75 cm., pour que le volume augmente de 325 dm³ lorsque la longueur devient 3 fois plus grande et la largeur 2 fois plus grande. 3° De combien s'enfoncerait dans l'eau un bloc de liège ayant la forme d'un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont : 30 cm. de long, 20 cm. de large et 10 cm. de haut? Densité du liège : 0,24. (*B. E. Rennes.*)

2969. — Une statuette en argent est creuse intérieurement. Son poids dans l'air est de 395g,45 ; dans l'eau son poids est de 348g,50. Dire le volume de la cavité intérieure. (La densité de l'argent est 10,5.) Si on faisait fondre cette statuette et qu'on ajoutât du cuivre en quantité suffisante, combien, avec le lingot obtenu, pourrait-on fabriquer de pièces de 0f,50? (*B. E. Dijon.*)

2970. — Un bassin a la forme d'un parallélépipède rectangle, dont la longueur est 3m,25, la largeur 2m,85. Il contient de l'eau jusqu'aux 4/9 de sa hauteur supposée verticale. On y fait couler de l'eau, durant 41 min. 3 sec., par une source qui débite 170 l. à la minute. L'eau s'élève alors aux 11/12 de la hauteur. Pendant combien de temps encore devrait-on laisser couler le robinet pour achever de remplir le bassin? Quelle est la profondeur du bassin? (*B. E. Alger.*)

2971. — Trouver la plus petite valeur de coton qui soit exprimée par un nombre entier de livres sterling, de marcs, de roubles et de francs. La livre sterling vaut 25f,20 ; le marc, 1f,25 ; le rouble, 4 fr. Trouver les droits de douane à prélever sur cette quantité de coton, sachant qu'ils sont proportionnels à la racine carrée de la valeur du coton et que 100 fr. de coton payent 6f,21. On donnera le résultat à 0f,01 près. (*B. E. Lille.*)

2972. — Un terrain rectangulaire a une largeur de 354m,20. Il est vendu à raison de 15f,50 l'are et soldé avec un billet payable à 80 jours. Le vendeur négocie ce billet le jour même de la vente à un banquier qui le lui escompte à 4 1/2 °/₀ et lui donne 3541 fr. Quelle est la surface du terrain et quelle est sa longueur? (*E. N. Ardèche.*)

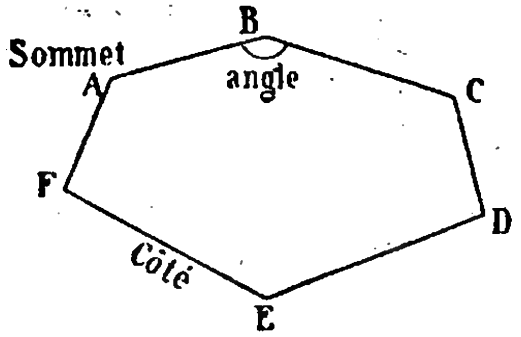
2973. — Un vase contient le tiers de sa capacité de mercure ; on met de l'eau dans les 5/6 du reste et on achève de remplir le vase avec de l'huile. Le poids du vase est alors de 97 kg. Vide, il pesait 3kg,600. On demande la capacité totale de ce vase, sachant que 1 cm³ de mercure pèse 13g,6, et 1 cm³ d'huile, 0g,90. Indiquer ensuite avec quels poids effectifs on devrait faire équilibre au vase vide, pour n'avoir besoin que d'un nombre minimum de poids. (*B. E. Lille.*)

GÉOMÉTRIE

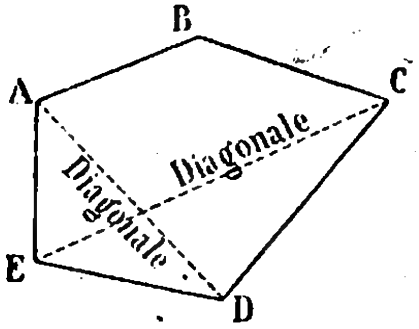
Polygones.

314. — Un **polygone** est une *figure plane* limitée par des *lignes droites*.

Parmi les polygones, on distingue : le **triangle**, qui a **3** *côtés*; le **quadrilatère**, qui a **4** *côtés*; le **pentagone**, qui a **5** *côtés*; l'**hexagone**, qui a **6** *côtés*; l'**octogone**, qui a **8** *côtés*; le **décagone**, qui a **10** *côtés*; etc.



Hexagone.

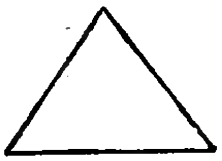


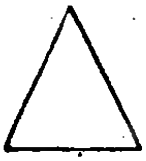
Pentagone.

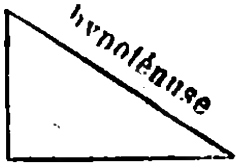
Parmi les **triangles**, on distingue :

Le triangle **équilatéral**, qui a les 3 *côtés égaux*;
Le triangle **isocèle**, qui a 2 *côtés égaux*;
Le triangle **rectangle**, qui a *un angle droit*.

Remarque. — Dans le triangle rectangle, le *côté opposé à l'angle droit* s'appelle **hypoténuse**.

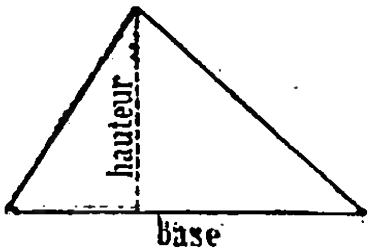

Tr. équilatéral.

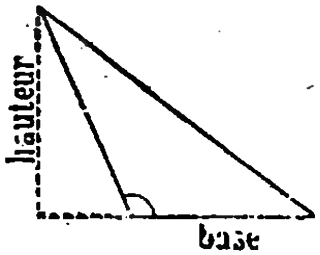

Tr. isocèle.

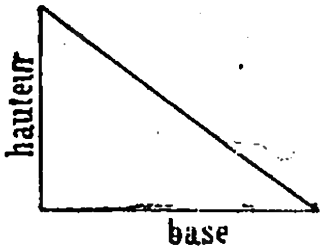


Tr. rectangle.

315. — La **base** d'un triangle est l'*un quelconque de ses côtés*. Sa **hauteur** est la *perpendiculaire* abaissée du sommet opposé *sur la base*.



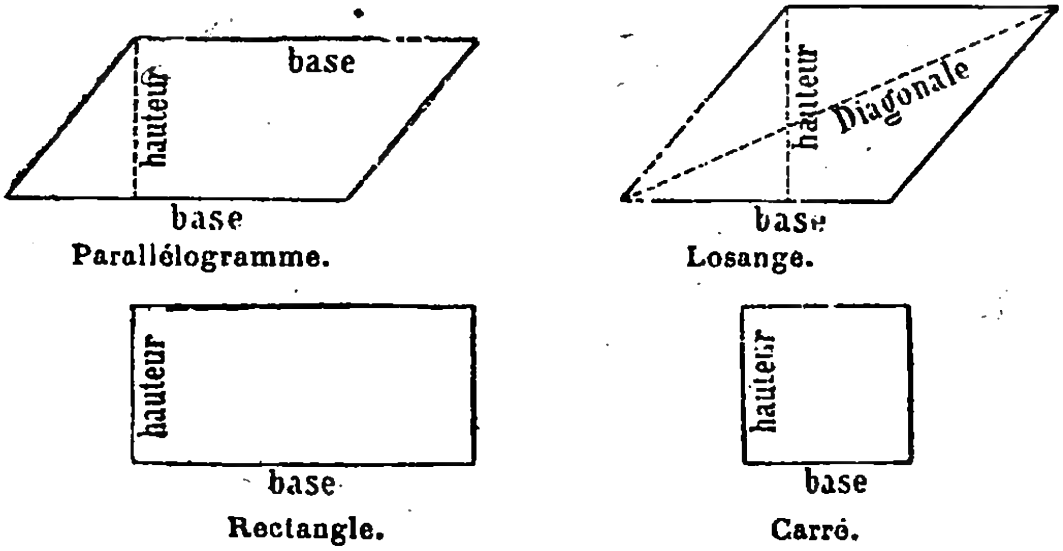




316. — Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les *côtés* sont *parallèles deux à deux.*

Le **losange** est un parallélogramme qui a les 4 *côtés égaux.*
Le **rectangle** est un parallélogramme qui a 4 *angles droits.*
Le **carré** est un rectangle qui a les 4 *côtés égaux.*

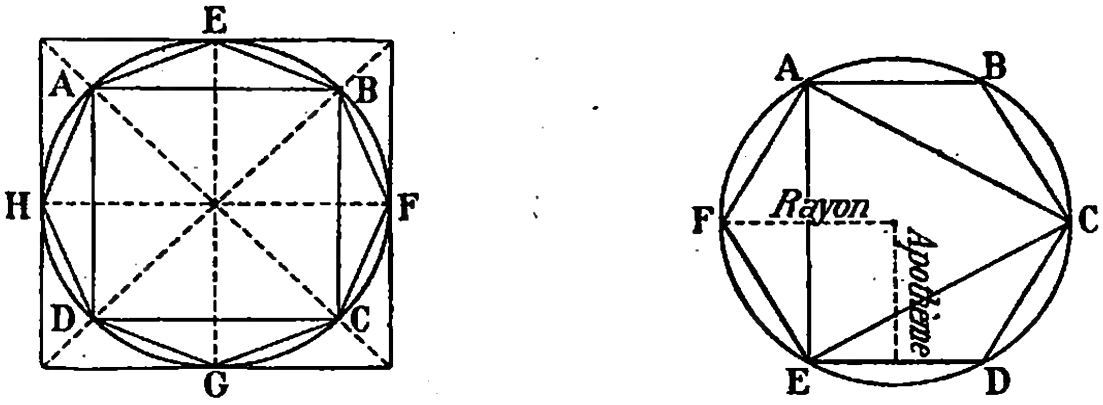
317. — La **base** d'un parallélogramme est l'*un quelconque de ses côtés.* Sa **hauteur** est la *perpendiculaire* abaissée d'un point du côté opposé *sur la base.*



318. — Un **polygone** est **régulier** lorsqu'il a ses *côtés égaux* et ses *angles égaux.*

Le carré et le triangle équilatéral sont des polygones réguliers.

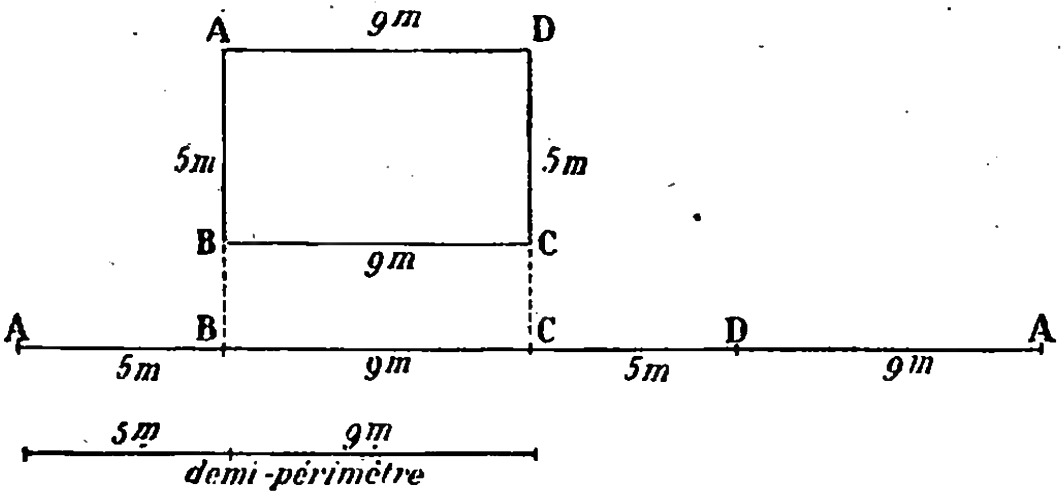
319. — Un **polygone** est **inscrit** dans un cercle lorsque tous ses *sommets* sont situés *sur la circonférence;* il est **circonscrit** à un cercle, lorsque ses *côtés* sont *tangents à ce cercle.*



L'apothème d'un polygone régulier est la *perpendiculaire abaissée du centre sur l'un des côtés.* C'est le *rayon du cercle inscrit.*

Rectangle et Carré (*Périmètre. Surface*).

Problème I. — Calculer le périmètre d'une salle rectangulaire qui a 9 m. de long sur 5 m. de large.



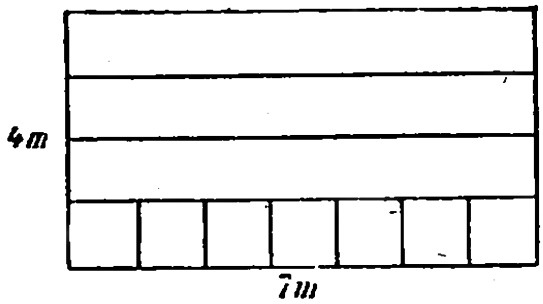
Solution. — Le **périmètre** est égal à la *somme des deux dimensions* (demi-périmètre) *répétée deux fois.*

1. Demi-périmètre : $5^m + 9^m = 14$ m.
2. **Périmètre :** $14^m \times 2 = 28$ m.

320. — Le **contour** ou **périmètre d'un rectangle** est égal à **2 fois** *la longueur* plus **2 fois** *la largeur* ou à **2 fois** la *somme des deux dimensions.*

321. — Le **contour** ou **périmètre d'un carré** est égal à **4 fois** *le côté.*

Problème II. — Trouver la surface d'un rectangle qui a 7 m. de long et 4 m. de large.



Solution. — La **surface de ce rectangle** est égale à celle de **4** rectangles comprenant chacun **7 m²**.

Cette **surface** est donc : $7^{m2} \times 4 = 28$ **m²**.

322. — La **surface d'un rectangle** a pour mesure le *produit de ses deux dimensions.*

$$S = b \times h.$$

323. — La **surface d'un carré** a pour mesure le *carré de son côté.*

$$S = c \times c = c^2.$$

Problèmes. — **2974.** — Un rectangle a 5 cm. de largeur et 6 cm. de longueur, démontrer que sa surface est égale à (5×6) cm². — Faire exactement la figure. (*B. E. Clermont.*)

2975. — On donne un rectangle de 3 dm. de hauteur et 70 cm. de base. Quelle est sa surface? Démonstration. (*B. E. Clermont.*)

2976. — Une cuisine a $4^m,5$ de long sur $4^m,25$ de large. Pour la paver, combien faudra-t-il de carreaux de 1 dm. 1/4 de côté. Quelle sera la dépense si le mille de ces carreaux se vend 85 fr. et si l'ouvrier prend $0^f,65$ par mètre carré pour la pose? (*E. P. S.*)

2977. — Un tapis rectangulaire a un périmètre de $6^m,80$. Calculer sa surface. Sa largeur est les 2/3 de sa longueur. (*C. Compl.*)

2978. — A combien reviendra la peinture d'un mur qui a $6^m,75$ de long sur $3^m,40$ de haut, sachant qu'il faut en déduire trois croisées rectangulaires ayant chacune $0^m,95$ de large et $1^m,87$ de haut, et que la peinture coûte $3^f,75$ le mètre carré? (*E. P. S.*)

2979. — Un jardin rectangulaire dont la largeur est les 3/5 de la longueur est entouré d'une palissade qui revient à $634^f,80$, à raison de $2^f,30$ le mètre linéaire. On demande ses deux dimensions et sa superficie. (*E. P. S.*)

2980. — Une chambre rectangulaire a $5^m,25$ de long et sa largeur vaut les 4/5 de la longueur. Le tapis qui couvre le plancher a coûté $176^f,40$, on demande le prix du mètre carré de ce tapis. (*B. E. Seine.*)

2981. — Un jardin rectangulaire a $86^m,40$ de long et $62^m,80$ de large. On le partage en deux rectangles, puis on fait poser, à raison de $1^f,95$ le mètre, un treillage qui clôture le tout et sépare les deux parties. Dans quel sens faut-il faire le partage du jardin pour réduire le plus possible la dépense et quelle est alors cette dépense? (*C. Compl.*)

2982. — Deux ouvriers avaient à labourer chacun un champ. Le 1er champ a 45 m. de large sur 168 m. de long; le 2e a des dimensions égales aux 2/3 de celles du 1er. L'ouvrage total ayant été payé 143 fr., que revient-il à chaque ouvrier? (*C. Compl.*) 99f 44f

2983. — Un terrain rectangulaire a une longueur double de la largeur; une personne faisant 124 pas de $0^m,75$ par minute en a fait le tour complet en 6 minutes. Quel bénéfice a-t-on réalisé en vendant ce terrain 3000 fr., s'il avait été acheté $12^f,75$ l'are? (*B. E. Toulouse.*) 794f,505

2984. — Un champ rectangulaire a 132 m. de long et 76 m. de large; mais le décamètre qui a servi à mesurer ses dimensions n'a que 975 cm. Quelle est la surface réelle du champ? (*B. E. Caen.*)

2985. — Un terrain de forme rectangulaire ayant 203 m. de périmètre, et dont la largeur est les 2/5 de la longueur, a été partagé en deux parcelles dont la 1re contient 648 m² de plus que la 2e. Trouver la superficie de chaque parcelle et la valeur de la 2e au prix de 240 fr. l'are. (*B. E. Seine.*)

2986. — Une feuille de papier rectangulaire a $1^m,92$ de périmètre. On détache sur chacun de ses côtés une bande de 2 cm. de largeur; de combien la surface de la feuille de papier a-t-elle diminué? (*E. P. S.*)

2987. — Autour d'un pâturage rectangulaire de 136 m. de long sur 96 m. de large, on plante des pieux espacés de 8 m. et valant 25 fr. le cent, puis on place une triple rangée d'un fil de fer qui coûte 35 fr. les 100 m. Quelle sera la dépense? (*C. Compl.*) 501f,70

2988. — Une personne qui avait acheté, à raison de 65f,70 l'are, une propriété rectangulaire de 288 m. de périmètre, l'a revendue 2f,25 le mètre carré. Combien a-t-elle gagné °/₀ sur cet achat, et combien en tout? — On sait d'ailleurs que la largeur de la propriété égale 1/5 de sa longueur. (*B. E. Bordeaux.*)

2989. — Un entrepreneur a exécuté le carrelage d'une salle rectangulaire de 25m,80 de long et dont la largeur n'est que les 2/3 de la longueur. Il a employé des carreaux carrés qui ont 18 cm. de côté et qui coûtent 140 fr. le mille. Par mètre carré, la main-d'œuvre est comptée à 1f,75 et la fourniture du ciment à 2f,50. Pour être payé comptant, l'entrepreneur fait un rabais de 4 1/2 °/₀. Combien doit-on lui verser? (*B. E. Paris.*)

2990. — On veut border un tapis dont la largeur est les 3/5 de la longueur avec une frange qui coûte 0f,75 le mètre. Le prix de la frange nécessaire est les 3/20 du prix d'achat du tapis, la façon coûte 3 fr. Sachant que le tapis une fois bordé reviendrait à 72 fr., on demande d'en calculer les dimensions. (*E. P. S.*)

2991. — Un terrain carré de 78 m. de côté est bordé intérieurement sur son pourtour par un chemin dont la largeur est de 12m,50. Combien payera-t-on pour le pavage de ce chemin à raison de 3f,40 par mètre carré? (*B. E. Seine.*)

2992. — On achète un champ rectangulaire dont la largeur est les 5/8 de la longueur. On l'entoure d'un treillage qui revient, à raison de 0f,40 le mètre, aux 11/260 du prix d'achat du terrain. La dépense totale pour l'achat du terrain et du treillage s'élève à 7046 fr. On demande les deux dimensions du champ. (*B. E. Montpellier.*)

2993. — En mesurant un champ de forme rectangulaire, on a trouvé 182 m. de long sur 41 m. de large. Ce champ a été acheté au prix de 20 fr. l'are. Sachant que la chaîne d'arpenteur dont on s'est servi mesure 10m,012 au lieu de 10 m., on demande à combien revient réellement l'are de ce terrain. (*B. E. Dijon.*)

2994. — Une personne achète un jardin rectangulaire dont la largeur est les 7/11 de la longueur, à raison de 120 fr. l'are. Elle fait entourer ce jardin d'une palissade qu'elle paye à raison de 1f,15 par mètre et qui lui revient à 621 fr. Combien doit-elle revendre ce jardin pour gagner 20 °/₀ sur ce qu'elle a déboursé? (*B. E. Seine.*)

2995. — Une personne veut faire broder des rideaux pour 4 fenêtres. Chaque fenêtre aura 2 rideaux de 1m,60 de long sur 60 cm. de large. Les rideaux seront divisés en carrés de 20 cm. de côté, et il y aura un dessin sur chaque carré. Une brodeuse demande 0f,20 par dessin si on lui laisse faire le travail chez elle, ou 2f,75 par journée de 8 heures de travail. Sachant que chaque dessin exige 2/3 d'heure, chercher quelle est la condition la plus avantageuse pour la personne qui fait broder les rideaux, quel est le bénéfice dans ce cas. (*B. E. Poitiers.*)

2996. — Un bâtiment rectangulaire de 15 m. de long sur 8 m. de large est entouré d'un pavage de 1 m. de large. Ce pavage revient à 4f,50 le mètre carré. Combien coûte-t-il? (*C. Compl.*)

2997. — Une propriété rectangulaire a 876 m. de long et 650 m. de large. Elle est traversée par deux chemins parallèles aux côtés qui se croisent à angles droits au milieu de la propriété et qui ont l'un et l'autre 4 m. de largeur. Quelle est la surface cultivable de ce jardin et quelle en est la valeur, à 28 fr. l'are de terre cultivable? (*E. P. S.*)

2998. — Une salle dont la superficie est de 71 m² est pavée avec des dalles ayant toutes 0m,50 sur une dimension, mais les unes sont carrées et les autres ont 0m,80 de long. Il y en a en tout 200. Combien y en a-t-il de chaque sorte? (*E. P. S.*)

***2999.** — Dans un terrain rectangulaire ayant 323 m. de long, on plante des arbres distants les uns des autres de $4^m,25$ en longueur et en largeur. Les lignes extrêmes sont également à $4^m,25$ de la clôture. Sachant que l'achat des arbres et les frais de plantation ont coûté ensemble 15750 fr., que les frais de plantation forment les 2/5 du prix d'achat des arbres et que chaque arbre coûte 5 fr., dire : 1° combien il y a d'arbres ; 2° quelle est la largeur du terrain. (*B. E. Chambéry.*)

***3000.** — Deux personnes ont mis dans une entreprise, la 1re 15000 fr. pendant 5 ans ; la 2e 10000 fr. pendant 10 ans. Le bénéfice est consacré à l'acquisition d'un terrain rectangulaire ayant 35 m. de base et 18 m. de hauteur. Le terrain ayant été partagé entre les deux associés par une parallèle à la hauteur, donner les dimensions de chaque parcelle. (*E. N. Rhône.*)

***3001.** — On a doublé un tapis de 24 dm. de long sur $1^m,75$ de large avec une étoffe dont la valeur est les 2/7 de celle du tapis, et on l'a bordé d'une frange qui coûte $1^f,20$ le mètre. La dépense totale est de $40^f,20$. Calculer à quel prix on avait acheté le mètre carré de tapis non doublé. (*Lyc. et Coll.*)

***3002.** — Un jardin rectangulaire a $65^m,50$ de long et $26^m,5$ de large. A 2 m. du bord on plante une ligne de rosiers sur le pourtour, et à l'intérieur de cette bordure deux lignes en croix se coupant au centre du jardin. Les rosiers sont espacés de $1^m,50$. Combien coûteront-ils en tout, au prix de 9 fr. la douzaine ? (*B. E. Grenoble.*)

***3003.** — Dans un champ rectangulaire mesurant 725 m. sur 547 m., on plante des pieds de betterave distants du bord de $1^m,50$ et espacés les uns des autres de $0^m,25$. Chaque pied de betterave pèse en moyenne 725 g. et fournit les 21/300 de son poids de sucre. Calculer le poids du sucre de la récolte annuelle. (*B. E. Seine.*)

***3004.** — On a planté 324 arbustes sur un terrain rectangulaire ABCD. Ces arbustes forment des rangées équidistantes parallèles à AB, la 1re étant sur AB et la dernière sur DC, et aussi des rangées équidistantes parallèles à BC, la 1re sur BC et la dernière sur DA. La distance de deux rangées parallèles consécutives est de 4 m. et l'un des côtés du rectangle est de 32 m. Trouver l'autre côté et la surface de ce rectangle. Peut-il se faire que la distance de deux arbustes consécutifs soit de $0^m,80$, et, si cela est possible, combien le terrain contiendra-t-il d'arbustes ? (*B. E. Seine.*)

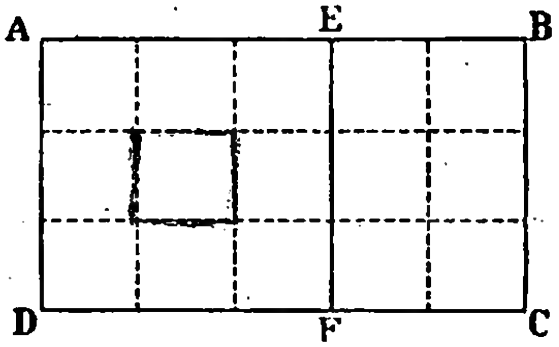
***3005.** — Tout autour d'un champ rectangulaire dont la longueur et la largeur ont ensemble 160 m., on veut planter, à 5 m. en dedans du bord, des arbres espacés de 4 m. La largeur du champ est les 7/9 de la longueur. Trouver le nombre d'arbres que cette plantation exigera, et la superficie de la portion du champ comprise entre les rangées d'arbres et les bords extérieurs. (*B. E. Poitiers.*)

***3006.** — On fixe un tapis sur un mur à l'aide d'une bande coûtant $0^f,80$ par mètre qui le limite sur tout son contour. Ce tapis a la forme d'un rectangle dont la largeur est les 13/17 de la longueur. La façon et la pose ont coûté les 5/7 du prix de la bande, qui est lui-même les 4/27 du prix du tapis brut. Quelles sont les dimensions de ce tapis, sachant que, tout préparé, il revient à $113^f,76$? (*B. E. Alger.*)

***3007.** — Le toit à deux pentes d'un hangar est constitué par deux rectangles ayant chacun $7^m,10$ de long sur $4^m,25$ de large. Pour couvrir ce hangar, on emploie des tuiles plates rectangulaires dont les dimensions sont $0^m,35$ et $0^m,25$. En se recouvrant, les tuiles perdent les 2/7 de leur surface. La dépense totale est de 225 fr. Les frais de transport se sont élevés à 1/8 et les frais de pose à 1/9 du prix d'achat. Calculer le prix d'achat du cent de tuiles. (*E. N. Pyrénées-Orientales.*)

Rectangle. Carré. (*Calcul d'une dimension.*)

Problèmes. — **3008.** — Calculer les dimensions d'un jardin qui a une superficie de 2160 m² et dont la largeur est les 3/5 de la longueur.



Explication. — En partageant la longueur en 5, la largeur en 3 parties égales et menant ensuite par les points de division des parallèles aux côtés, on **partage le rectangle en $5 \times 3 = 15$ carrés égaux.**

Le côté d'un de ces carrés est égal à $\sqrt{\frac{2160}{15}}$.

Autre solution. — Le **carré AEFD** est les **3/5 du rectangle ABCD;** la **largeur** du terrain est égale au côté de ce carré : $\sqrt{\frac{2160 \times 3}{5}}$.

Autre solution. — On a : $B \times H = B \times (B \times 3/5) = B^2 \times 3/5$; c'est-à-dire que **le rectangle est les 3/5 du carré de la base.**

3009. — La surface d'une salle rectangulaire est de 134m²,56. Sachant que la longueur est le quadruple de la largeur, on demande les dimensions de cette salle. (*C. Compl.*)

3010. — La superficie d'un rectangle est de 64m²,75. Sa longueur est de 8m,75. Quel est le périmètre de ce rectangle? (*E. P. S.*)

3011. — On échange un jardin carré contre un jardin rectangulaire de même superficie qui a 54m,45 de long sur 33m,80 de large. Calculer le côté du jardin carré. (*E. P. S.*)

3012. — Deux pièces de terre contiguës ayant une même longueur de 85 m. contiennent l'une 27a,37 et l'autre 28a,73. Quelle quantité faut-il prendre sur la largeur de la plus grande pour qu'en l'ajoutant à l'autre les deux pièces soient égales? (*E. P. S.*)

3013. — On a un carré de 7056 m² de surface. Si l'on diminue ses côtés de 12 m., quelle sera la superficie du carré obtenu? (*E. P. S.*)

3014. — Pour border un tapis dont la longueur a 0m,75 de plus que la largeur, on a employé 24m,50 de bordure. Quelles sont les dimensions de ce tapis et combien faudrait-il de mètres de toile de 0m,90 de largeur pour le doubler sur toute la surface? (*B. E. Lille.*)

3015. — Pour carreler une pièce carrée de 4m,50 de côté, il a fallu 729 carreaux de forme carrée. Quelles sont les dimensions de ces carreaux? (*E. P. S.*)

3016. — Un jardin rectangulaire a 75m,60 de long sur 47m,25 de large. De combien faut-il diminuer la longueur et augmenter la largeur pour qu'il soit carré tout en ayant la même surface? (*E. P. S.*)

3017. — La surface d'un tapis est de $14^{m2},40$. On enlève sur toute la largeur une bande de $0^m,45$ et la superficie n'est plus alors que les 9/10 de ce qu'elle était. Quelles étaient les dimensions du tapis? Si on avait doublé le tapis primitif avec une étoffe ayant $0^m,75$ de large et coûtant $1^f,30$ le mètre, combien aurait-on dépensé? (*B. E. Aix.*)

3018. — Un tapis dont la longueur est 9 m. a une surface de $67^{m2},50$. 1° Quelle longueur de bordure faut-il acheter pour l'entourer complètement? 2° De combien la surface de ce tapis serait-elle diminuée si, de chaque côté, dans le sens de la longueur d'abord, puis dans le sens de la largeur, on détachait une bande de $0^m,25$ de large? (*E. P. S.*)

3019. — On veut faire un jardin dont la largeur soit les 3/4 de la longueur et qui ait une surface de 576 m². Quelles seront les dimensions de ce jardin? (*E. P. S.*)

3020. — Un jardin rectangulaire de $95^m,5$ de long a été acheté $5497^f,80$ à raison de 7500 fr. l'hectare. On veut l'entourer d'une clôture; quel sera le prix de cette clôture, sachant qu'elle revient à $3^f,75$ le mètre linéaire? (*E. P. S.*)

3021. — Pour faire une robe, on a employé $7^m,80$ d'une étoffe ayant $0^m,70$ de large, et, pour la doubler entièrement, une autre étoffe ayant $0^m,60$ de large. Sachant que toute la doublure employée a coûté $7^f,30$, on demande le prix du mètre de cette doublure. (*B. E. Paris.*)

3022. — La superficie d'un rectangle est de $1^{ha},1340$. Les deux dimensions sont entre elles comme 5 est à 7. Dites la longueur et la largeur de ce rectangle. (*B. E. Clermont.*)

3023. — On demande de calculer le côté d'un carré, sachant que, si ce côté avait 1 m. de plus, la surface du carré serait augmentée de 43 m². (*C. Compl.*)

3024. — Un cultivateur possède un champ carré d'une superficie de 64 a. et valant 40 fr. l'are. On lui propose de céder ce champ contre un autre de forme rectangulaire ayant 56 m. de large, de même périmètre que le carré et valant 46 fr. l'are. Combien le cultivateur gagnera-t-il à cet échange? (*E. P. S.*)

3025. — Un terrain carré ayant une surface de $823^{m2},69$ doit être entouré d'un grillage valant $0^f,65$ le mètre. Les pieux coûtent $0^f,45$ l'un et sont placés de $4^m,10$ en $4^m,10$ de façon qu'il y en ait un à chaque sommet. On demande le prix de cette clôture. (*E. N. Hérault.*)

3026. — Pour recouvrir le parquet d'une chambre rectangulaire, on achète un tapis à raison de $12^f,50$ le mètre carré. On le double ensuite avec une étoffe ayant $1^m,20$ de large et coûtant $1^f,40$ le mètre. Le tapis ainsi doublé revient à $393^f,60$. On sait que la chambre a 6 m. de long, quelle est sa largeur? (*Lyc. et Coll.*)

3027. — Une feuille rectangulaire a une superficie de 7920 cm². On en coupe une longueur telle que la partie restante soit un carré. Sachant que la partie retranchée a une surface de 2736 cm², trouver les dimensions de la feuille. (*E. P. S.*)

3028. — Une étoffe, après avoir été mouillée, est réduite de 1/15 de sa longueur et de 1/16 de sa largeur. Quelle longueur de cette étoffe faut-il employer pour avoir $101^{m2},25$ après le lavage, sachant qu'elle a $0^m,80$ de large avant le lavage? (*B. E. Grenoble.*)

3029. — Un jardin de forme carrée et d'une superficie de $16^a,4025$ est traversé par deux allées larges de $2^m,50$ réunissant les milieux des côtés opposés du terrain. Les carreaux ainsi formés doivent être entourés de tous les côtés par un grillage coûtant $2^f,40$ le mètre linéaire. Calculer : 1° la surface occupée par les chemins; 2° ce que coûte le grillage. (*E. P. S.*)

3030. — Le diamètre d'une pièce de 5 fr. en argent est de 37 mm. On dispose 100 de ces pièces en un carré toutes se touchant. Calculer la surface du carré ainsi déterminé. (*C. Compl.*)

3031. — Un jardin carré, ayant été entouré d'un mur de $0^m,4$ d'épaisseur, a diminué de 84 m². Trouver le côté du carré. (*C. E. P. S.*)

3032. — Un tapis de forme carrée a 10 m. de tour. Pour le réparer, on est obligé d'enlever sur chacun des côtés une bande de 10 cm. de largeur; puis on double ce qui reste avec une étoffe ayant $0^m,92$ de largeur et coûtant $1^f,05$ le mètre; enfin on borde avec un galon valant $3^f,75$ la pièce de 25 m. Combien coûte la réparation, et de combien a-t-on diminué la surface du tapis? (*E. P. S.*)

3033. — Les dimensions d'une salle rectangulaire sont $4^m,25$ et $3^m,75$. On veut recouvrir le parquet d'un tapis distant de $0^m,15$ de chacun des 4 murs. La moquette employée a $0^m,75$ de large et vaut $12^f,75$ le mètre courant. Le tapis est en outre doublé et bordé. La doublure vaut $0^f,75$ le mètre et sa largeur est les 4/5 de celle de la moquette. La bordure vaut $2^f,50$ la pièce de 50 m. Sachant en outre que la façon a été payée $3^f,75$, on demande : 1° le prix de revient du tapis; 2° le prix moyen du mètre carré de ce tapis. (*B. E. Aix.*)

***3034.** — On achète deux tableaux ardoisés ABCD et CEFG. Les hauteurs des deux rectangles sont $AB = 0^m,60$ et $CG = 1$ m. La somme des bases est égale à $2^m,80$. Les deux tableaux ont été payés à raison de $0^f,125$ le décimètre carré, et la somme de leurs prix d'achat est égale à 31 fr. Trouver les longueurs BC et CE des bases des deux tableaux. Vérifier les résultats. (*B. E. Paris.*)

***3035.** — Le tapis qui recouvre une table rectangulaire de 2 m. de long sur $1^m,40$ de large retombe tout autour de $0^m,25$. Il a été acheté au prix de $18^f,50$ le mètre carré. On le double avec une étoffe de $0^m,60$ de large, coûtant $1^f,20$ le mètre linéaire, et on le borde d'une frange à $1^f,25$ le mètre. Quel est le prix de revient de ce tapis? (*B. E. Alger.*)

***3036.** — On se propose de doubler et de border un tapis rectangulaire de 40 m², dont la largeur est les 2/5 de la longueur. Quelle sera la dépense, sachant que la doublure qui a $0^m,75$ de large coûte $1^f,10$ le mètre et que la bordure revient à $0^f,40$ le mètre? (*B. E. Seine.*)

***3037.** — Au milieu d'un terrain carré on a construit un pavillon carré. La distance entre la construction et la limite de la propriété est de 4 m. Sachant que l'espace qui n'est pas occupé par le pavillon a 200 m², on demande l'étendue totale de la propriété. (*C. Compl.*)

***3038.** — Une ouvrière emploie, pour la doublure d'un tapis de forme carrée, un tissu coûtant $0^f,80$ le mètre courant, en $0^m,50$ de large. Pour la bordure, qui doit avoir $0^m,20$ de large, il faut $1^{m^2},44$ d'étoffe à 5 fr. le mètre carré. Le prix de la façon étant les 3/10 du prix de ces deux étoffes, quelle sera la dépense totale? (*E. P. S.*)

***3039.** — On veut former un carré plein avec des pièces d'argent de 5 fr. mises en contact et disposées par files parallèles. On essaye deux dispositions. Pour la première, il reste 39 pièces; pour la seconde, obtenue en mettant une pièce de plus par file, il en manque 50. Dire : 1° combien on avait de pièces; 2° les surfaces des carrés formés en joignant les centres des 4 pièces extrêmes dans les deux dispositions. Le diamètre d'une pièce de 5 fr. est de 37 mm. (*B. E. Seine.*)

***3040.** — Un champ rectangulaire a été acheté pour une somme de 1440 fr. à raison de 25 fr. l'are. On veut l'entourer d'une rangée d'arbres placés à 2 m. en dedans des bords extérieurs et à 4 m. les uns des autres. Sachant que la largeur est les 5/8 de la longueur, on demande : 1° le nombre des arbres; 2° la surface comprise entre la rangée d'arbres et les bords extérieurs. (*B. E. Aix.*)

Plan. Echelle.

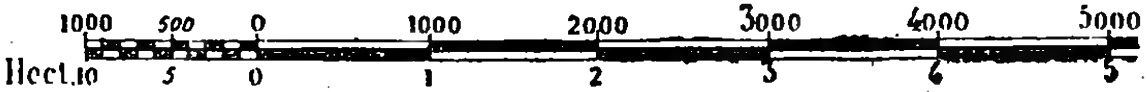
324. — On appelle **plan** d'un terrain *un dessin* qui est la *représentation en petit* de ce terrain.

Sur le plan, toutes les droites du terrain sont reproduites avec les angles qu'elles forment, mais leurs longueurs sont toutes réduites dans la même proportion.

325. — Lorsqu'on convient qu'*un mètre* sur le terrain sera *représenté par* 1 *cm.* sur le dessin, on dit que le plan est à l'**échelle** *de* 1 *cm. par mètre* ou de **1/100.** Chaque ligne du dessin est alors le centième de la ligne correspondante du terrain.

Echelle de 1 : 100.000. (Carte du Ministère de l'Intérieur.)

Echelle de 1 : 80.000. (Carte de l'Etat-Major.)



Echelle de 1 : 6.000.000.

Carte de France.

(Géographie Lanier.)

Problèmes. — 3041. — Sur la carte du Ministère de l'Intérieur, la distance entre deux villes est de 238 mm.; dire la distance réelle.

3042. — Quelle est l'échelle d'une carte sur laquelle la distance de deux villes égale à 70 km. est représentée par 875 mm.?

3043. — Sur la carte de l'Etat-Major, la distance de deux villes est de 186 mm., quelle est leur distance réelle?

3044. — La France a environ 960 km. du nord au sud et 880 km. de l'est à l'ouest, combien mesurera-t-elle dans les deux sens sur une carte à l'échelle de 1/1100000?

3045. — Faire à l'échelle de 1/100 le plan d'une salle de classe qui a $8^m,60$ de long sur $5^m,20$ de large.

3046. — Sur la carte au 1/80000, quelle surface de terrain représente un carré de 75 mm. de côté? (*Ec. Milit. Versailles.*)

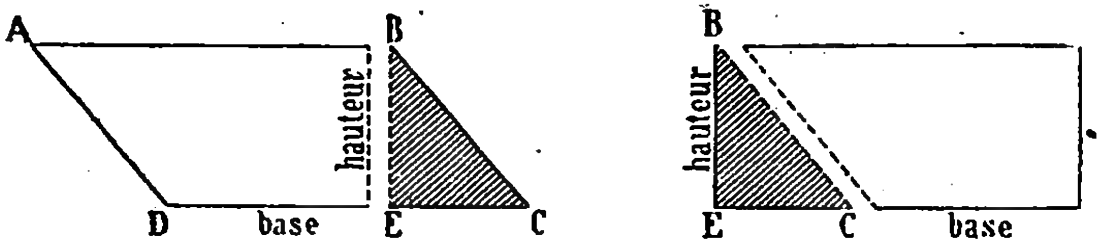
***3047.** — Sur le plan d'une école dressé à l'échelle de 1/500, la cour est représentée par un rectangle de 118 mm. de long sur 72 mm. de large. Quelle est la superficie réelle de cette cour? Quel est le rapport de cette superficie à celle du plan? (*C. Compl.*) 4 m², 2480 0,02

***3048.** — Un terrain rectangulaire a une superficie de $42^a,20$, par quelle surface sera-t-il représenté à l'échelle de 1/2500? Inversement quelle est la surface réelle d'un terrain représenté à l'échelle de 1/1000 par une surface de $6^{cm^2},33$?

***3049.** — Le plan cadastral d'une commune étant à l'échelle de 1 m. pour 2500 m., on demande la contenance d'un champ rectangulaire qui a sur ce plan 48 mm. de long sur $6^{mm},5$ de large. (*E. P. S.*

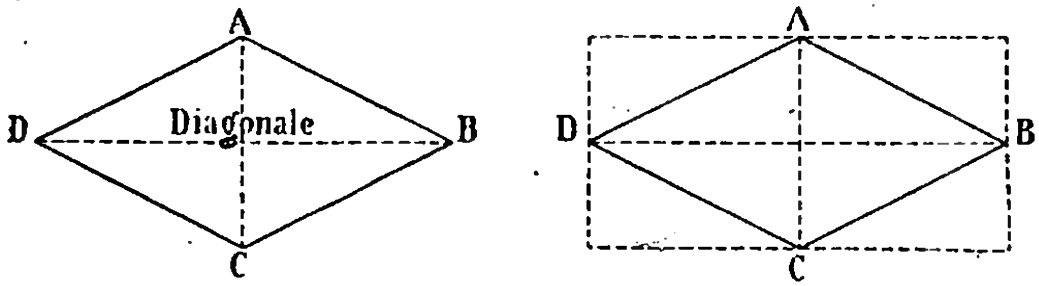
Parallélogramme. Triangle.

La **surface d'un parallélogramme** est *équivalente* à celle d'un *rectangle* qui a *même base* et *même hauteur*.



326. — La **surface d'un parallélogramme** a pour mesure le *produit de sa base par sa hauteur.*

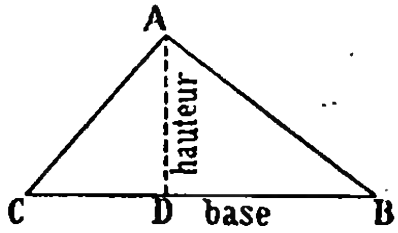
$$S = b \times h.$$



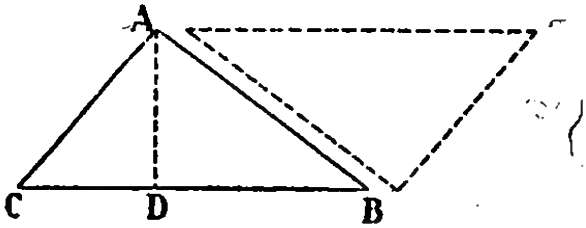
Les **diagonales d'un losange** sont *perpendiculaires* l'une sur l'autre et *se coupent en leur milieu.*

La **surface d'un losange** est la *moitié* de celle d'un *rectangle* qui a pour dimensions les *deux diagonales* de ce losange.

327. — La **surface d'un losange** a pour mesure le *demi-produit de ses diagonales.*



Triangle.



Parallélogramme double du triangle.

La **surface d'un triangle** est la *moitié* de celle d'un *parallélogramme* qui a *même base* et *même hauteur.*

328. — La **surface d'un triangle** a pour mesure la *moitié du produit de sa base par sa hauteur.*

$$S = \frac{b \times h}{2}, \quad \text{ou} \quad S = b \times \frac{h}{2}, \quad \text{ou} \quad S = \frac{b}{2} \times h.$$

Problèmes. — **3050.** — Trouver la surface d'un parallélogramme dont la base a 113m,20 et la hauteur 65m,60 Quelle serait la surface du triangle qui aurait même base et même hauteur?

3051. — Un champ de forme irrégulière se compose d'un parallélogramme ayant 125 m. de base et 96 m. de hauteur, et d'un triangle ayant 125 m. de base sur 72 m. de hauteur. Trouver sa valeur à raison de 21f,50 l'are. (*C. Compl.*)

3052. — Un panneau de porte est un rectangle qui a 75 cm. de long sur 4 dm. de large. Il porte en saillie un losange obtenu en joignant les milieux des côtés. Quelle est la surface de ce losange? Calculer le rapport de cette surface à celle du panneau entier. (*E. P. S.*)

3053. — Un terrain ayant la forme d'un triangle est estimé 3003 fr. à raison de 28f,60 l'are. Trouver la base de ce terrain, sachant que la hauteur est de 150 m. (*E. P. S.*) 140m

3054. — On échange un terrain triangulaire qui a 48 m. de base sur 27 m. de hauteur contre un terrain rectangulaire qui a la même surface et la même base; calculer la hauteur de ce terrain. Construire le triangle à l'échelle de 1/1000, puis, sur la même base, le rectangle équivalent. (*C. Compl.*)

3055. — J'ai acheté un terrain triangulaire dont la hauteur est le tiers de la base. Celle-ci a 120 m. Sachant que je paye ce terrain sur le pied de 35f,80 l'are, dites combien j'ai à débourser. (*E. P. S.*)

3056. — Les douze vitraux d'un bâtiment se composent de 732 losanges dont les diagonales ont respectivement 0m,20 et 0m,12. Calculer la surface d'un vitrail. (*C. Compl.*)

3057. — J'ai vendu à raison de 50 fr. l'are un terrain de forme triangulaire dont la hauteur est 90 m. J'ai placé le produit de cette vente à 4 1/2 °/₀ et je touche 357f,75 de rente. Calculer : 1° la superficie du terrain; 2° la longueur de la base. (*E. P. S.*)

3058. — Calculer la surface d'un losange qui a 141 m. de périmètre et 28m,50 de hauteur.

3059. — Calculer le côté d'un carré équivalent à un triangle dont la base a 256m,5 et la hauteur 57 m. (*C. Compl.*)

3060. — Quelle est la surface d'un losange dont les diagonales sont doubles de celles d'un autre losange qui a 252 m²?

3061. — La vente d'un terrain donne un bénéfice de 475 fr., lequel représente 12,5 °/₀ du prix d'achat. Ce terrain, de forme triangulaire, coûtait 1f,25 le mètre carré. La hauteur du triangle étant 48 m., trouver la longueur de la base. (*B. E. Seine.*)

3062. — La superficie d'un triangle est 1134 m². On sait que la hauteur est égale aux 4/7 de la base. Calculer la base et la hauteur de ce triangle. (*E. P. S.*)

***3063.** — Trouver les deux diagonales d'un losange, sachant que l'une est les 3/7 de l'autre et que la surface de ce losange est de 1512 m². (*E. P. S.*)

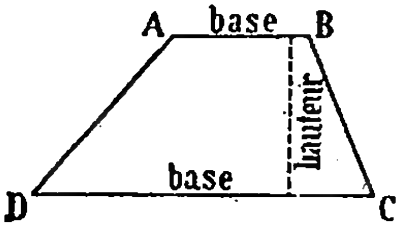
***3064.** — On a acheté une propriété de forme triangulaire à 400 fr. l'are. La base du triangle qui forme cette propriété est de 129 m., et sa hauteur est les 2/3 de cette base. Dans ce terrain, on a fait bâtir une maison qui a coûté 12000 fr. Combien doit-on louer la propriété pour qu'elle produise un revenu net de 4 °/₀? Les impôts et l'entretien de la maison exigeront une dépense annuelle de 68 fr. (*E. P. S.*)

***3065.** — Un terrain triangulaire a été vendu 1188 fr. à raison de 3520 fr. l'hectare. Calculer la base de ce triangle, sachant qu'elle est à la hauteur comme 6 est à 5. (*E. P. S.*)

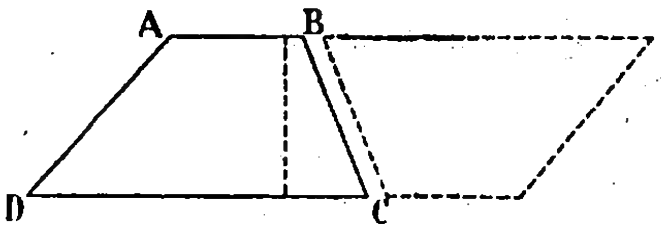
Trapèze.

329. — Le **trapèze** est un *quadrilatère* qui a *deux côtés parallèles.*

Les *deux côtés parallèles* sont les **bases** du trapèze. Sa **hauteur** est la *perpendiculaire entre les deux bases.*



Trapèze.



Parallélogramme double du trapèze.

La **surface d'un trapèze** est la *moitié* de celle d'un *parallélogramme* qui a *même hauteur* et dont la *base* est la somme des bases du trapèze.

330. — La **surface d'un trapèze** a pour mesure la *moitié du produit de la somme des bases par la hauteur.*

$$S = \frac{(B+b)\,h}{2}, \text{ ou } S = \frac{B+b}{2} \times h, \text{ ou } S = (B+b)\,\frac{h}{2}.$$

Problèmes. — **3066.** — Un champ ayant la forme d'un trapèze a pour bases 400 m. et 225 m. et pour hauteur 120 m. Quelle est la valeur de ce champ à raison de 4000 fr. l'hectare? (*C. Compl.*)

3067. — Un champ dont la superficie est de $23^{a},04$ a la forme d'un trapèze dont la hauteur est de 36 m. L'une des bases a 42 m., calculer l'autre base.

3068. — Construire un trapèze qui ait 4 cm. de hauteur, 6 cm. à la grande base et 5 cm. à la petite base; puis prolonger la grande base d'une quantité suffisante pour faire un triangle ayant même hauteur et même surface que ce trapèze.

3069. — Un champ ayant la forme d'un trapèze a été acheté 1674 fr. à raison de 30 fr. l'are. Quelle est la hauteur de ce champ, sachant que sa petite base mesure 62 m., et que la grande base dépasse la petite de 28 m.? (*C. Compl.*)

3070. — Deux propriétés ont la même surface; la 1re est un trapèze dont la grande base a $86^{m},50$, la petite base $67^{m},50$ et la hauteur 43 m. La 2e est un rectangle ayant même hauteur que le trapèze. Calculer le périmètre de ce rectangle. (*E. P. S.*)

3071. — Les deux bases d'un trapèze ont $1^{m},25$ et $0^{m},80$; la hauteur a $0^{m},75$. Quelle est la base d'un triangle équivalent à ce trapèze et ayant la même hauteur? Vérifier. (*C. E. P. S.*)

3072. — La surface d'un trapèze est de 905625 cm², et sa hauteur est de $3^{m},45$. Calculer la longueur de chacune de ses bases, sachant que l'une est la moitié de l'autre. (*E. P. S.*)

3073. — Un emplacement a la forme d'un trapèze dont la hauteur est de 14 m. La somme des bases est de $44^m,30$. On divise cet emplacement en deux lots dont le 1er est vendu 9 fr. le mètre carré et le 2e $7^f,50$. Le prix total de vente est de $2633^f,25$. Calculer la superficie de chaque lot. (*B. E. Clermont.*)

3074. — Avec le produit de la vente, à $13^f,50$ l'are, d'un champ dont la forme est celle d'un trapèze, on achète $10^{hl},80$ de blé à $3^f,60$ le double décalitre. Calculer : 1° la surface du champ; 2° ses bases, si l'une est double de l'autre et si la hauteur a 12 m. (*E. P. S.*)

3075. — Un champ ayant la forme d'un trapèze vaut $4504^f,50$, à raison de 35 fr. l'are. La hauteur du trapèze étant de 104 m., calculer les bases, sachant que leur rapport est 4/7. (*B. E. Seine.*)

3076. — Trouver le côté d'un carré de même surface qu'un trapèze dont les bases ont $47^m,40$ et $36^m,80$ et la hauteur $20^m,10$. (*E. P. S.*)

3077. — Pour l'alignement d'une rue de Paris, on a besoin d'une portion de terrain ayant la forme d'un trapèze dans lequel la somme des deux bases et de la hauteur est de $45^m,5$; la hauteur est égale à 1/12 de la somme des bases. Ce terrain a été payé 25 725 fr., ce qui représente les 7/10 du prix demandé par le propriétaire. A combien ce dernier estimait-il le mètre carré de son terrain? (*B. E. Seine.*)

***3078.** — Une pièce de terre a la forme d'un trapèze dont la hauteur est 1 hm. 4 m., et les bases respectivement 95 m. et 80 m. Le terrain a été acheté 800 fr. les $36^a,40$. Les frais se sont élevés en outre à 7,25 °/₀ du prix d'achat. On demande : 1° combien a coûté ce terrain; 2° quelle serait la base d'un triangle équivalent dont la hauteur serait la même que celle du trapèze. (*B. E. Seine.*)

***3079.** — Un trapèze a 125 m. de hauteur et une surface de $71^a,39$. On le divise par une diagonale en deux parties dont l'une a 925 m^2 de plus que l'autre. Trouver les deux bases. (*E. P. S.*)

***3080.** — Un trapèze rectangle dont les dimensions sont B = 76 m., b = 54 m., H = 35 m., doit être partagé en deux parties équivalentes par une droite partant d'une des extrémités de la petite base. A quelles distances des extrémités de la grande base aboutira cette droite? Faire la figure. (*C. Compl.*)

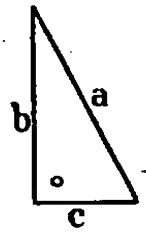
***3081.** — Une personne achète un champ ayant la forme d'un trapèze dont la grande base a 127 m., la petite 89 m. et la hauteur 21 m. Au bout de quelque temps, elle vend à une compagnie de chemin de fer une bande perpendiculaire aux bases, de 20 m. de large, au prix de 5 fr. le mètre carré, et elle trouve à revendre le reste à raison de 3 fr. le mètre carré. Dans ces conditions, elle réalise un bénéfice de 8 °/₀ sur le prix d'achat. Combien avait-elle payé le mètre carré de terrain? (*B. E. Lille.*)

***3082.** — Un champ a la forme d'un trapèze ABCD dont les bases ont respectivement 35 dam. 4 cm. et 4 hm. 67 dm. et dont la hauteur a 188 m. On prend deux points E, F sur la grande base DC de sorte que DE = 190 m. et DF = 196 m., et l'on mène deux parallèles EG, FH déterminant les bords d'un chemin qui partage le champ en deux parties équivalentes. On demande : 1° la surface primitive du champ; 2° la surface du chemin EFGH; 3° la surface de chacune des deux parties restantes du champ; 4° la distance AG. (*B. E. Poitiers.*)

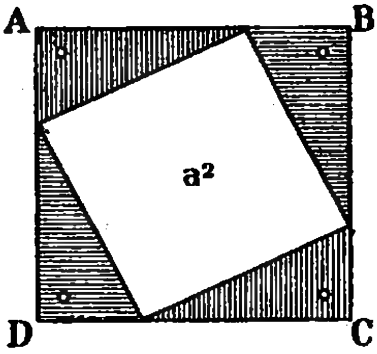
***3083.** — Un terrain, ayant la forme d'un trapèze de 64 m. de hauteur et dont la différence des bases est le tiers de la plus grande, a été payé 5040 fr. à raison de 3500 fr. l'hectare. On revend ce terrain en deux lots. Sur le 1er lot, on fait un bénéfice de 25 °/₀; sur le 2e, un bénéfice de 10 °/₀, et le bénéfice total s'élève à 840 fr. Trouver : 1° les deux bases du trapèze; 2° la surface de chaque lot. (*B. E. Toulouse.*)

Carré de l'hypoténuse.

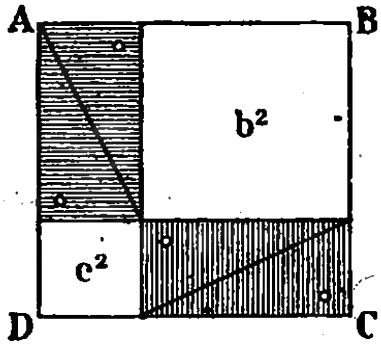
331. — Dans un triangle rectangle, le **carré** construit sur l'**hypoténuse** est équivalent à la *somme des carrés construits sur les autres côtés.*



Triangle rectangle.



Carré de l'hypoténuse.



Somme des carrés.

Dans un carré ABCD on peut placer 4 équerres égales de façon à former le carré a^2 construit sur l'hypoténuse. Dans le même carré ABCD on peut aussi disposer les équerres de façon à former les 2 carrés b^2 et c^2 construits sur les côtés de l'angle droit.

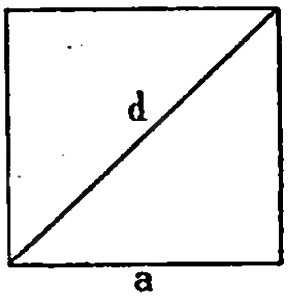
On a ainsi : carré ABCD $= a^2 + 4$ équerres
$= b^2 + c^2 + 4$ équerres.

Donc : $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$, ou $\mathbf{a = \sqrt{b^2 + c^2}}$;

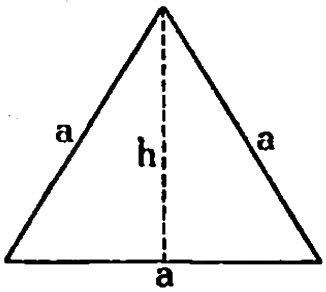
et : $\mathbf{b = \sqrt{a^2 - c^2}}$, $\mathbf{c = \sqrt{a^2 - b^2}}$.

Applications. — I. La **diagonale d'un carré** est égale au *produit du côté du carré par* $\sqrt{2}$.

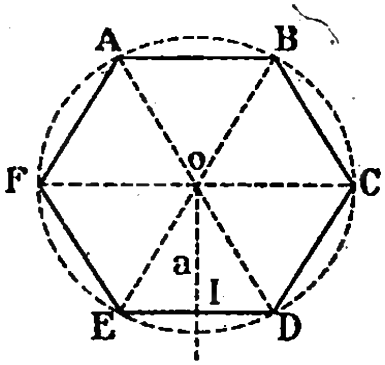
On a, en effet : $d^2 = a^2 + a^2$, ou $\mathbf{d = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}}$.



Carré.



Triangle équilatéral.



Hexagone.

II. La **hauteur d'un triangle équilatéral** est égale au *produit de la moitié du côté par* $\sqrt{3}$.

On a, en effet : $h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$ ou $\mathbf{h = \frac{a}{2}\sqrt{3}}$.

III. La **surface d'un triangle équilatéral** est égale au *quart du carré de son côté multiplié par* $\sqrt{3}$.

$$S = \frac{a \times h}{2} = \frac{a \times \frac{a}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{a^2}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

332. — La **surface d'un polygone régulier** a pour mesure la *moitié du produit de son périmètre par son apothème.*

$$\text{S. hexagone ABCDEF} = \text{S. EOD} \times 6 = \frac{ED \times OI}{2} \times 6 = \frac{6\,ED \times OI}{2}$$

$$S = \frac{P \times a}{2}.$$

Problème. — Calculer la **surface d'un hexagone inscrit** dans une circonférence de rayon R.

Solution : 1° Le rayon R de l'hexagone est égal au côté.
Le *périmètre* P égale donc 6R.
2° L'*apothème a* est la hauteur du triangle équilatéral EOD.

Il est égal à : $a = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ (Voir **Application II.**)

3° La formule $S = \frac{P \times a}{2}$ devient :

$$S = \frac{6R \times \frac{R\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{6R^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}.$$

Problèmes. — **3084.** — Qu'est-ce qu'un triangle rectangle? Donnez la surface d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont 300 m. et 400 m. Calculez la longueur de l'hypoténuse.

3085. — Une échelle de 5 m. de long est dressée contre un mur; son pied étant à $1^m,50$ de ce mur, on demande à quelle hauteur elle atteint. (*C. Compl.*)

3086. — Un carré a un périmètre de $128^m,90$. Quelle est la longueur d'un grillage qui joint deux sommets opposés et quel est le prix de ce grillage à $12^f,45$ le décamètre? (*B. E. Poitiers.*)

3087. — Les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle ont 3 m. et 4 m. Montrez que l'hypoténuse a 5 m.

3088. — Dites le prix, à 28 fr. l'are, d'un terrain rectangulaire dont le petit côté a 33 m. et l'une des diagonales 55 m. (*C. Compl.*)

3089. — Un carré a 18 m. de côté, quel est le côté du carré qui a une superficie double?

3090. — Le périmètre d'un triangle isocèle a 96 m. Sachant que la base a 36 m., calculer la surface du triangle. (*C. Compl.*)

3091. — Pour recouvrir une table ronde, je veux acheter un tapis carré. La table ayant 1 m. de diamètre, et chaque pointe du tapis devant tomber de 35 cm., que devra coûter ce tapis, à raison de 10 fr. le mètre carré? (*C. Compl.*)

3092. — Calculer l'apothème d'un hexagone régulier de 36 m. de périmètre.

***3093.** — Calculer l'aire d'un hexagone régulier dont le rayon a $0^m,535$. (*C. Compl.*)

***3094.** — Quel est le rayon de la circonférence circonscrite à un carré dont la surface est de 3969 dm^2? (*C. Compl.*)

***3095.** — Quelle est la surface du carré inscrit dans un cercle de 13 m. de rayon? (*C. Compl.*)

***3096.** — Calculer la surface d'un trapèze composé d'un parallélogramme et d'un triangle équilatéral de même hauteur. La grande base du trapèze a 100 m. de long, la petite a 20 m. de moins. (*C. Compl.*)

***3097.** — Dans un trapèze symétrique, on connaît $B = 100$ m., $b = 40$ m.; l'un des côtés non parallèles a 50 m. Trouver la surface du trapèze. (*E. P. S.*)

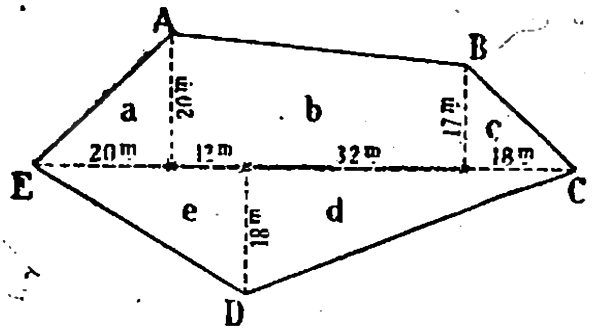
***3098.** — Un jardin en forme de losange a 384 m^2. L'une des diagonales ayant 24 m., quelle serait la dépense pour entourer ce jardin d'une clôture coûtant, toute posée, $2^f,50$ le mètre? (*E. P. S.*)

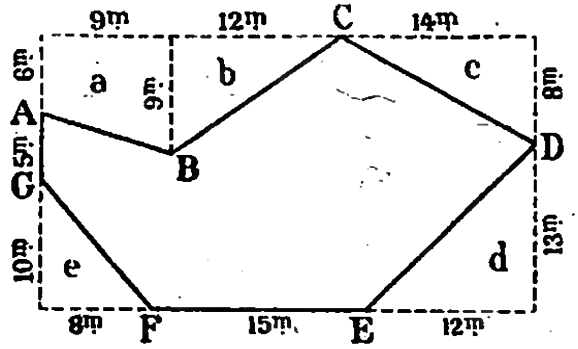
***3099.** — Une échelle a 11 barreaux. La distance de l'extrémité inférieure au 1er barreau est de $0^m,23$; celle du dernier barreau à l'extrémité supérieure est de $0^m,18$, et celle d'un barreau au suivant, de $0^m,25$. Cette échelle est placée de manière que l'extrémité supérieure atteigne le faîte d'un mur, la distance du pied de l'échelle au pied du mur est de $1^m,40$. Quelle est la hauteur du mur? (*E. P. S.*)

***3100.** — Inscrire un hexagone régulier et un triangle équilatéral dans un cercle. Prouver que la surface du 1er est double de celle du 2e. Calculer ces deux surfaces à 1 dm^2 près, en supposant le rayon du cercle égal à $3^m,5$. (*E. P. S.*)

Surface d'un polygone quelconque.

333. — Un **polygone quelconque** peut toujours être *décomposé en parties* dont on sait calculer la surface : triangles rectangles, rectangles, trapèzes, etc.





Surf. du polygone ABCDE = S. tr. rect. $a + c + d + e +$ S. trap. b.
Surf. du polyg. ABCDEFG = S. rect. — Surf. $(a + b + c + d + e)$.

Problèmes. — 3101. — Calculer la surface du pentagone ABCDE.

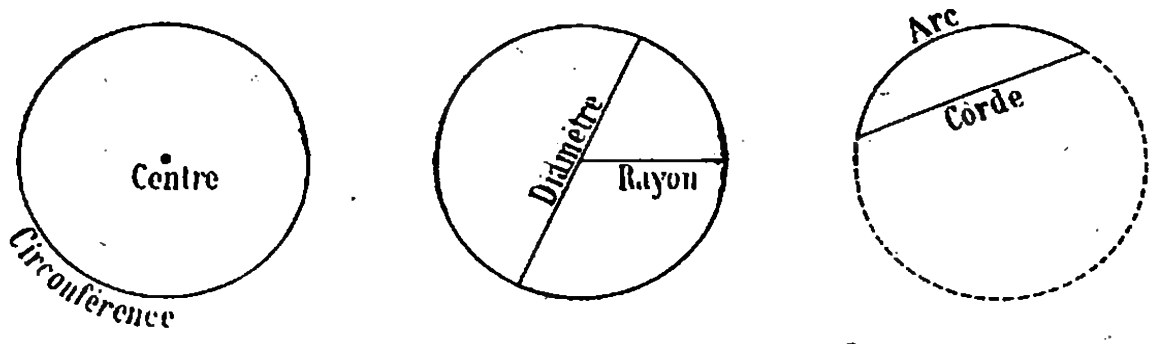
3102. — Calculer la surface de l'étang ABCDEFG figuré plus haut.

***3103.** — Une pièce de terre a la forme d'un quadrilatère irrégulier dont les diagonales sont perpendiculaires. Faire voir que, pour obtenir l'aire de ce quadrilatère, il suffit de mesurer les longueurs de ses diagonales. Application au cas où les diagonales ont 43 m. et $102^m,80$. (*B. E. Dijon.*)

Cercle.

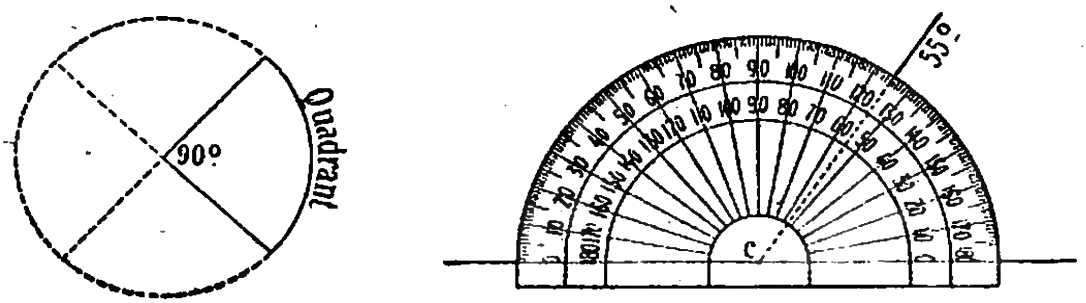
334. — Le **cercle** est la *surface limitée par la circonférence.*

La **circonférence** est une ligne *courbe* plane et fermée dont tous les *points* sont *à la même distance* d'un point appelé *centre.*



Dans un cercle, un **angle au centre** est l'*angle formé par deux rayons.* Cet angle a la même mesure que l'arc compris entre ses côtés.

L'*unité d'arc* est le **quadrant,** l'*unité d'angle* est l'**angle droit,** on les a partagés en 90°. (Voir § **210**)



Mesure d'un angle.

On *mesure les angles* à l'aide du **rapporteur.**

Problèmes. — **3104.** — On sait que la somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180°. D'après cela, quelle est : 1° la valeur de chacun des angles d'un triangle équilatéral ; 2° la valeur de chacun des angles aigus d'un triangle rectangle isocèle ?

3105. — Deux angles d'un triangle valent l'un 72° 43', l'autre 57° 47'; quelle est la valeur du 3e angle ?

3106. — Quelle est la longueur d'un arc : 1° de 75°; 2° de 28° 45' dans une circonférence de $94^m,248$?

3107. — Dans un losange, l'une des diagonales est égale au côté. Quelle est, en degrés, la mesure de chacun des angles de ce losange ?

3108. — Calculer la surface d'une équerre à 60°, le petit côté ayant $0^m,20$. (*C. Compl.*)

3109. — Un arc de 8° 29' d'une circonférence mesure $3^m,90$. Quelle est : 1° la longueur de cette circonférence, 2° la valeur, en secondes, de l'angle qui correspond aux 3/11 de cette circonférence ? (*B. E. Lille.*)

Longueur de la circonférence.

335. — La **longueur d'une circonférence** est égale au *produit de son diamètre par* **3,1416**.

Le nombre 3,1416 se représente par π (*pi*).

$$C = D \times \pi = 2R\pi \text{ ou } 2\pi R.$$

$$D = \frac{C}{\pi} = C \times \frac{1}{\pi} = C \times 0{,}3183098. \quad (\S\ 273)$$

Problèmes. — 3110. — Quelle est la longueur de la circonférence d'une pièce de 5 fr. en argent? Le diamètre de cette pièce a 37 mm.

3111. — Une corde s'enroule sur un rouleau dont le diamètre a 15 cm. Quelle sera approximativement la longueur de la corde enroulée après le 20e tour?

3112. — En supposant la Terre rigoureusement sphérique, calculer le rayon du méridien terrestre.

3113. — Combien un arc de 20 m. de long qui a un rayon de $8^m,30$ vaut-il de degrés?

3114. — De combien augmenterait ou diminuerait la longueur du méridien si le rayon de la Terre augmentait ou diminuait de 1 km.? De combien faut-il augmenter ou diminuer le rayon de la Terre pour que la circonférence du méridien augmente ou diminue de 1 km.?

3115. — Calculer la distance parcourue par une voiture dont les petites roues ont $0^m,70$ de diamètre et les grandes $1^m,20$, lorsque les 1res ont fait 2500 tours de plus que les autres. (*Ec. Milit. de Versailles.*)

3116. — Un chemin décrit un arc de 45°. En suivant le bord extérieur du chemin, on compte 425 pas. La largeur du chemin étant de 15 pas, combien ferait-on de pas en suivant le bord intérieur du chemin? (*C. Compl.*)

3117. — Une circonférence a $3^m,45$ de rayon; calculer la longueur d'un arc de 18° 35′ 24″ pris sur cette circonférence. (*E. P. S.*)

3118. — Quelle est, en kilomètres et en lieues, la distance de la Terre au Soleil, sachant qu'elle équivaut à 12000 fois le diamètre de la Terre ($\pi = 22/7$)? (*B. E. Seine.*)

3119. — Deux circonférences concentriques sont espacées de 5 m. Dire la longueur de la plus grande, si l'autre a $157^m,08$. (*E. P. S.*)

3120. — Calculer la longueur de l'arc sous-tendu par le côté du carré inscrit dans un cercle, ce côté ayant 2 m. de long. (*C. Compl.*)

***3121.** — Avec une bicyclette dont la roue a $0^m,76$ de diamètre, on veut parcourir une distance de 50 km. en 3 h. 45 min. Calculer le nombre de tours et la fraction de tour en degrés que la roue devra faire par seconde. (*B. E. Seine.*)

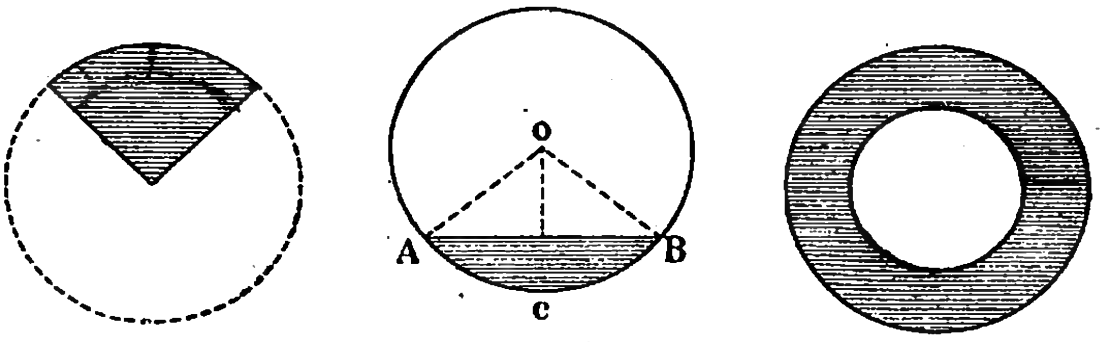
***3122.** — Un bassin a la forme d'un rectangle terminé sur ses deux petits côtés par un demi-cercle. La longueur totale du bassin est de 62 m. La longueur de chaque demi-circonférence est de $31^m,416$. Si l'on établit autour de ce bassin, et à $3^m,50$ du bord, une petite grille, quelle sera la longueur de cette grille? (*E. P. S.*)

***3123.** — Sur une circonférence, un arc de 60° a une longueur de $13^m,09$. Quel est le rayon de cette circonférence? (*C. Compl.*)

Surface du cercle.

336. — La **surface d'un cercle** est égale à la *moitié du produit de sa circonférence par son rayon.* Elle est encore égale au *produit du carré de son rayon par* **3,1416**.

$$\textbf{S. cercle} = \frac{\textbf{Circ.} \times \textbf{R}}{2} = \frac{2\pi R \times R}{2} = \pi \mathbf{R}^2.$$



Secteur. Segment. Couronne.

Secteur. — 1° La **surface d'un secteur** est égale au *produit de la surface du cercle* par le *rapport de la longueur de l'arc* de ce secteur *à la longueur de la circonférence* du cercle.

$$\textbf{Surface secteur} = \frac{\text{Circ.} \times \text{R}}{2} \times \frac{\text{Arc}}{\text{Circ.}} = \textbf{Arc} \times \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{2}}.$$

2° La **surface d'un secteur** est encore égale au *produit de la longueur de son arc par la moitié du rayon.*

Segment. — La **surface du segment** ACB est la *différence entre le secteur* AOBC et la *surface du triangle* AOB.

Couronne. — La **surface d'une couronne** est la *différence* entre les *surfaces des deux cercles* qui la comprennent.

Si on désigne par R le rayon du grand cercle et par r le rayon du petit cercle, on a :

$$\textbf{Surface couronne} = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(\mathbf{R}^2 - \mathbf{r}^2).$$

Problèmes. — 3124. — Un bassin circulaire a 136 m. de diamètre. Quelle est sa superficie? (*P. T. T.*)

3125. — Au milieu d'un terrain carré de 48m,60 de côté, on a tracé un cercle de 15m,70 de rayon. Quelle surface de terrain reste-t-il en dehors du cercle? (*C. Compl.*)

3126. — Quel est le diamètre d'un bassin circulaire dont la circonférence égale 75m,82? En outre, faites connaître la superficie totale de ce bassin. (*C. Compl.*)

3127. — Combien coûtera un tapis de toile cirée destiné à couvrir une table ronde de 1m,50 de diamètre, si le mètre carré de ce tapis coûte 2 fr. et la bordure 1f,25 le mètre courant? (*C. Compl.*)

3128. — Calculer le côté du carré équivalent à un cercle de $4^m,75$ de rayon.

3129. — On a fait faire par un menuisier une porte cochère cintrée. La partie rectangulaire a $3^m,28$ de large et $5^m,5$ de haut. Le cintre forme un demi-cercle. On paye le menuisier à raison de $32^f,75$ le mètre carré, le peintre à raison de $3^f,25$ le mètre carré pour l'extérieur et $2^f,40$ pour l'intérieur. Combien coûtera cette porte s'il faut payer en outre 84 fr. pour le ferrement? (*E. P. S.*)

3130. — Calculer la superficie de la couronne comprise entre deux circonférences qui ont, l'une $5^{dm},8$ et l'autre $2^{dm},4$ de rayon.

3131. — On demande la surface d'un secteur dont l'arc a 45°, la circonférence ayant une longueur de 5 m. (*E. P. S.*)

3132. — Les vitraux d'une fenêtre rectangulaire de $2^m,10$ sur $3^m,01$ sont taillés en forme de petits cercles ayant $3^{cm},5$ de rayon. Combien y a-t-il de ces petits cercles dans la fenêtre et quelle est la surface non comprise dans les cercles? (*C. Compl.*)

3133. — Sur les deux plus grands côtés d'un rectangle comme diamètres, on décrit une demi-circonférence. La figure a une surface totale de $249^{cm2},7326$ et dépasse de $132^{cm2},7326$ celle du rectangle. Calculer les dimensions de ce rectangle. (*C. Compl.*)

3134. — Un carré a 25 m. de côté. Quelle est la longueur du côté d'un carré double? Quel serait le diamètre d'un cercle de même surface que ce dernier carré? (*B. E. Alger.*)

3135. — Un parterre de fleurs a la forme d'un cercle dont le diamètre est de 4 m. et il est entouré d'un sentier large de 1 m. On demande : 1° la longueur du contour du parterre; 2° la longueur du contour extérieur du sentier; 3° la surface du sentier. (*E. P. S.*)

***3136.** — Le dessus d'une table est formé d'un rectangle prolongé par un demi-cercle à chacune de ses extrémités; les diamètres des deux demi-cercles sont égaux à la largeur de la table, qui est de $1^m,20$. La plus grande longueur de cette table se trouve ainsi être de $2^m,60$ (rectangle et demi-cercles ensemble). On demande : 1° combien de personnes pourraient prendre place à cette table si, pour chacune, il faut un espace de $0^m,50$; 2° combien coûterait un tapis recouvrant exactement le dessus de la table, si le tapissier compte $6^f,20$ par mètre carré pour le tapis et $1^f,40$ par mètre linéaire pour la frange qu'il met en bordure. (*B. E. Nancy.*)

***3137.** — A un carré de 4 cm. de côté on circonscrit un cercle. Quelle est la surface comprise entre le cercle et le carré? (*E. P. S.*)

***3138.** — Pour un travail de tapisserie, on est conduit à inscrire et circonscrire un carré à un cercle de $0^m,2$ de rayon; calculer la surface du cercle et celles des deux carrés. (*B. E. oral, Seine.*)

***3139.** — Trouver la surface du segment circulaire compris entre un arc de 90° et sa corde dans un cercle de 2 m. de rayon. (*E. P. S.*)

***3140.** — Quelle est la différence entre la surface d'un cercle de $0^m,55$ de diamètre et la surface de l'hexagone régulier inscrit dans ce cercle? (*E. P. S.*)

***3141.** — Un bassin circulaire est entouré d'une pelouse dont la largeur est uniformément de $7^m,50$. Le bord extérieur de cette pelouse mesure $73^m,83$, calculer la superficie du bassin. (*C. Compl.*)

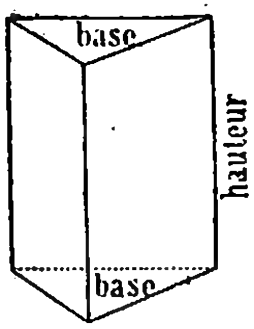
***3142.** — On veut recouvrir d'un tapis carré une table de $0^m,75$ de rayon de manière que les pointes du tapis tombent chacune à $0^m,32$ du bord de la table. Calculer : 1° la surface de la table; 2° le prix du tapis à raison de $12^f,25$ le mètre carré. (*C. Compl.*)

Prisme. Parallélépipède. (*Surface.*)

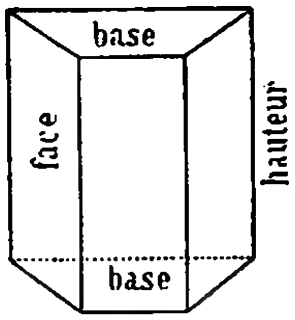
337. — Un **prisme** est un *polyèdre* limité par *deux polygones égaux et parallèles*, qui sont les *bases*, et par des *faces latérales* qui sont des *parallélogrammes*.

Un **polyèdre** est un *volume limité* de toutes parts par des *surfaces planes*.

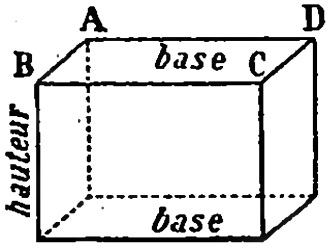
Le prisme est **triangulaire, quadrangulaire, hexagonal,** suivant qu'il a pour bases des *triangles*, des *quadrilatères* ou des *hexagones*. Il est **droit** lorsque ses faces latérales sont des *rectangles*.



Prisme triangulaire.



Prisme.

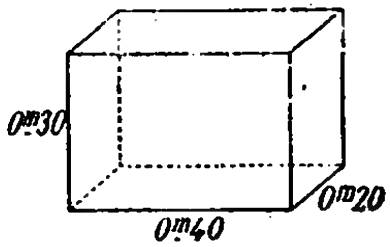


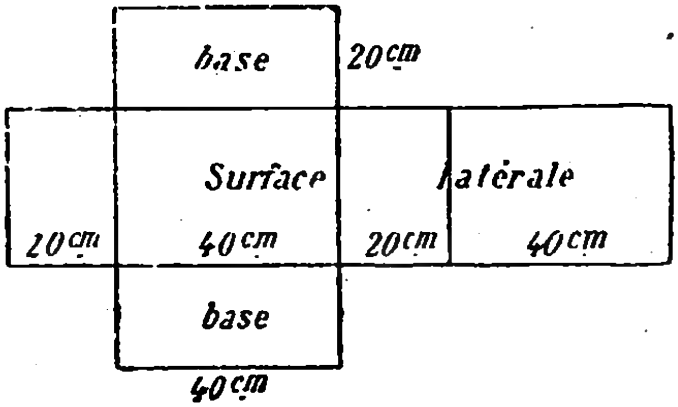
Parallélépipède.

338. — La **hauteur** d'un prisme est la *perpendiculaire commune aux deux bases*.

339. — Un **parallélépipède** est un *prisme* dont les *bases* sont des *parallélogrammes*.

Un *parallélépipède* **rectangle** est limité par *six rectangles*.
Un **cube** est un parallélépipède rectangle limité par *six carrés égaux*.





340. — La **surface latérale d'un prisme droit** a pour mesure le *produit du périmètre de la base par la hauteur* du prisme.

La **surface totale d'un prisme droit** est la *somme* de la *surface latérale* et de la *surface des deux bases*.

Problèmes. — 3143. — Une chambre rectangulaire mesure 6 m. de long, $3^m,60$ de large et 3 m. de hauteur. On veut la tapisser avec des rouleaux de papier mesurant $0^m,60$ de large et 9 m. de long. Quel est le nombre des rouleaux nécessaires? (*E. P. S.*)

3144. — Une chambre a $5^m,40$ de long, $4^m,20$ de large et $2^m,50$ de haut. On veut la tapisser de cretonne ayant 8 dm. de large et valant $0^f,95$ le mètre. A combien s'élèvera la dépense? (*Lyc. et Coll.*)

3145. — Une pierre cubique a $1^m,25$ de côté. Que coûte la taille de toutes ses faces à raison de $0^f,025$ le décimètre carré? (*C. Compl.*)

3146. — On veut tapisser une chambre de $8^m,50$ de long, $5^m,50$ de large et 3 m. de haut avec des rouleaux de papier dont la surface est de 4 m^2. Quelle sera la dépense, sachant que chaque rouleau coûte 5 fr.? On tiendra compte de la surface de deux fenêtres de $2^m,50$ de haut sur $1^m,50$ de large et d'une porte de 2 m. de haut sur 1 m. de large. (*E. P. S.*)

3147. — Combien faudra-t-il de planches de 3 m. de long sur $0^m,15$ de large pour lambrisser jusqu'à une hauteur de $1^m,50$ les quatre murs d'une salle à manger qui a $5^m.40$ de long sur $3^m,60$ de large et $3^m,80$ de haut? Quelle sera la dépense à $4^f,50$ le mètre carré? (*B. E. Caen.*)

3148. — Aux quatre angles d'une salle, on établit des placards en encoignure dont les parois aboutissent sur les murs à $0^m,75$ du coin. On veut peindre les deux parois intérieures et le plafond de chaque placard. La hauteur de la salle est de $3^m,25$. Quelle sera la dépense si la peinture revient à $2^f,65$ le mètre carré? (*E. P. S.*)

3149. — Quelle longueur d'un papier ayant $0^m,65$ de large faudrait-il pour couvrir les quatre murs d'une chambre qui a $5^m,85$ de long, $4^m.55$ de large et $3^m,80$ de haut? On en prendra 1/20 en plus pour les cas imprévus. (*E. P. S.*)

3150. — Une salle à manger a $6^m,50$ de long sur $4^m,25$ de large et $3^m,40$ de haut. On veut en tapisser les murs à partir d'une plinthe située à $0^m,80$ du sol avec du papier qui a $0^m,50$ de large. Chaque rouleau de papier a 8 m. de long et coûte, tout posé, $3^f,25$. Sachant que les ouvertures enlèvent $15^{m2},90$ de la surface comprise au-dessus de la plinthe, on demande le prix de revient du papier tout posé. (*E. P. S.*)

3151. — On veut entourer un jardin qui a $6^{dam},5$ de long sur $48^m,20$ de large avec un treillage en fil de fer qui a 1 m. de haut. Ce treillage est vendu $38^f,50$ le quintal et pèse $3^{kg},5$ par mètre carré. Quelle sera la dépense? (*E. P. S.*)

3152. — On veut tapisser une chambre avec du papier à $0^f,75$ le rouleau. Le rouleau a 8 m. sur $0^m,50$; la pose est payée $0^f,30$ le mètre carré. La bordure à placer en haut et en bas revient à $0^f,20$ le mètre toute posée. On demande quelle sera la dépense, sachant que la chambre a $5^m,75$ de long, $3^m,90$ de large et $2^m,90$ de haut, et qu'elle est percée d'une fenêtre ayant $2^m,10$ sur $1^m,15$ et d'une porte ayant $1^m,90$ sur $1^m,15$. (*E. N. Somme.*)

3153. — Un salon a $8^m,10$ de long sur 72 dm. de large et 4 m. 2/3 de haut. On fait tapisser les quatre murs avec du papier à $4^f,80$ le rouleau de 12 m. de long sur 55 cm. de large, et l'on paye, pour l'achat du papier, la somme de 96 fr. Les murs présentent quatre baies sur lesquelles n'a pas été posé de papier. On demande quelle est la superficie totale de ces quatre baies, sachant que l'équivalent de 10/11 de rouleau n'a pas été employé. (*B. E. Seine.*)

3154. — Un prisme droit a pour base un triangle rectangle isocèle dont l'hypoténuse égale $3^m,25$. La hauteur du prisme est $6^m,25$. On demande la surface totale de ce prisme. (*C. Compl.*)

3155. — On veut peindre une pièce de $5^m,30$ de long, sur $4^m,20$ de large et $3^m,45$ de haut. La pièce comporte deux fenêtres de $1^m,30$ sur $2^m,10$ et une porte de 1 m. sur $2^m,50$; elle est entourée d'un soubassement de $0^m,80$ de haut. On demande le prix que le peintre devra demander pour faire sur son travail un bénéfice de 10 °/₀, sachant que la peinture employée pour les murs vaut $0^f,50$ le mètre carré, celle du plafond, $0^f,70$, celle du soubassement $0^f,80$. Chaque porte coûte 3 fr. de peinture et chaque fenêtre $0^f,50$. (*Ec. de maistrance.*)

3156. — Que payera-t-on pour faire peindre le plafond et pour faire tapisser les quatre murs d'une salle qui a $6^m,20$ de long, $5^m,40$ de large et 3 m. de haut, sachant que le mètre carré de peinture est payé $0^f,90$, que le papier peint tout posé revient à $0^f,50$ le mètre carré et que la bordure placée tout autour du plafond et le long de la plinthe du plancher vaut $0^f,10$ le mètre linéaire? (*C. Compl.*)

***3157.** — On a tapissé deux pièces de $3^m,40$ de hauteur avec des rouleaux de papier de $0^m,50$ de largeur et 7 m. de longueur. La 2e a la même longueur que la 1re, mais elle est plus large et a deux fenêtres au lieu d'une. Ces fenêtres ont $1^m,20$ de large sur $2^m,50$ de haut. On demande de combien la 2e pièce est plus large que la 1re, sachant qu'il a fallu pour la tapisser 3 rouleaux 5/14 de plus. (*B. E. Caen.*)

***3158.** — Une salle, qui a 8 m. de long, $4^m,50$ de large et $3^m,50$ de haut, présente cinq ouvertures, portes et fenêtres, d'égale grandeur, ayant chacune $0^m,80$ de largeur. Sachant que le papier employé pour tapisser complètement cette salle a coûté $166^f,95$ à raison de $2^f,10$ le mètre carré, dire la hauteur de chacune des ouvertures. (*B. E. Seine.*)

***3159.** — On entoure un terrain de $49^m,50$ de long sur $38^m,50$ de large d'un treillis de fil de fer de $1^m,20$ de haut valant $2^f,80$ le mètre carré. Aux quatre angles et tous les $5^m,50$, on met des supports pesant $3^{kg},2$ et valant 320 fr. la tonne. La main-d'œuvre revient à $0^f,25$ le mètre courant. Combien a-t-on dépensé pour clore ce terrain? (*E. P. S.*)

***3160.** — On a payé $10^f,80$ pour la taille d'une pierre cubique à $1^f,25$ par mètre carré. Quel est le côté de cette pierre? (*E. P. S.*)

***3161.** — On a acheté pour 504 fr. un jardin rectangulaire dont la longueur a 12 m. de plus que la largeur, et on l'a entouré d'une palissade de $1^m,50$ de hauteur que l'on a payée $0^f,50$ le mètre carré, pose comprise. La palissade étant revenue à 108 fr., on demande : 1° la longueur et la largeur du jardin ; 2° le prix de revient de l'are y compris les frais de clôture. (*E. P. S.*)

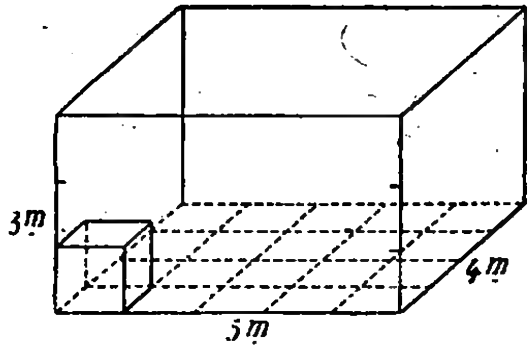
***3162.** — Un jardin a 42 m. de long et 18 m. de large. Les murs qui l'entourent ont $2^m,50$ de haut; on veut couvrir leur face interne d'un treillage fait avec des lattes de $0^m,04$ de largeur, disposées de telle sorte qu'il y ait $0^m,16$ d'intervalle entre celles qui sont verticales et $0^m,37$ entre celles qui sont horizontales, et qu'il y en ait une le long des bords supérieurs et inférieurs des murs. Quelle sera la dépense à faire en supposant que la latte coûte $3^f,50$ les 100 m., et que la main-d'œuvre s'élève à 40 °/₀ du prix de la latte? (*E. P. S.*)

***3163.** — Un jardin a la forme d'un rectangle dont la largeur est les 3/5 de la longueur. On l'entoure d'une palissade ayant $1^m,50$ de hauteur et qui revient, une fois posée, à $0^f,50$ le mètre carré. La dépense ainsi faite est de 180 fr. Quels sont : 1° la longueur et la largeur du jardin ; 2° le prix de l'are, y compris les frais de clôture, sachant que le prix d'acquisition a été de 660 fr.? (*B. E. Seine.*)

***3164.** — Un prisme triangulaire a $2^m,60$ de haut, et chaque côté de la base a $0^m,80$. Ce prisme est mis en couleur à raison de $0^f,18$ le décimètre carré. Combien coûte cette peinture? La base sur laquelle le prisme repose n'est pas mise en couleur. (*E. P. S.*)

Prisme. Parallélépipède. (*Volume.*)

Problème. — Calculer le volume d'un parallélépipède rectangle qui a 5 m. de long, 4 m. de large et 3 m. de haut.



Solution. — Le **volume de ce parallélépipède** est égal à celui de **3** *couches* ayant pour base celle du parallélépipède et pour hauteur 1 m.

1. *Volume d'une couche :* $5^{m^3} \times 4$.

2. Le **volume du parallélépipède** est donc : $5^{m^3} \times 4 \times 3 = \mathbf{60\ m^3}$, ou encore : $20^{m^3} \times 3 = \mathbf{60\ m^3}$.

341. — Le **volume d'un parallélépipède rectangle** est égal au *produit de ses trois dimensions* ou encore au *produit de sa base par sa hauteur.*

$$\mathbf{V = B \times H.}$$

342. — Le **volume du cube** est égal au *produit de trois facteurs égaux à l'arête,* c'est-à-dire au *cube de cette arête.*

$$\mathbf{V} = c \times c \times c = \mathbf{c^3}.$$

Remarque. — Le **volume du prisme** s'obtient comme celui du parallélépipède rectangle, en *multipliant la base par la hauteur.*

Problèmes. — 3165. — Qu'est-ce qu'un cube? On triple la grandeur des arêtes d'un cube; que devient le volume de ce cube? Expliquer. (*E. P. S.*)

3166. — Combien y a-t-il d'arêtes dans un cube? On a un cube qui a $0^m,25$ de côté, combien de fois sera-t-il contenu dans le mètre cube? (*B. E. oral, Paris.*)

3167. — On veut recouvrir une cour d'une couche de gravier de 2 cm. d'épaisseur. La cour ayant $25^m,75$ de long sur $20^m,45$ de large, on demande combien il faudra de gravier et quelle sera la dépense si le mètre cube de gravier revient à $3^f,25$. (*C. Compl.*)

3168. — Quel est le volume d'un cube dont chaque face a une surface de 25 m^2? (*P. T. T.*)

3169. — Quel est le poids de l'air contenu dans une chambre qui a 5 m. de long, 4 m. de large et $3^m,20$ de haut? On sait d'ailleurs que le litre d'air pèse $1^g,293$. (*Saint-Maixent.*)

3170. — Une rivière est encaissée entre deux murs distants de 26 m. L'eau a $2^m,50$ de profondeur et coule avec une vitesse de 2 m. par seconde. Combien de mètres cubes d'eau passe-t-il par heure à cet endroit de la rivière? (*E. P. S.*)

3171. — Un champ ayant la forme d'un trapèze a des bases de 207 m. et 35 m. et une hauteur de 46 m. Combien faudra-t-il de mètres cubes d'engrais pour le couvrir d'une épaisseur de 8 mm. et combien devra-t-on débourser par hectare, si l'engrais coûte $1^f,50$ le quintal et si le mètre cube pèse 850 kg.? (*E. P. S.*)

3172. — Une cour rectangulaire a 80 m. de pourtour et sa largeur est les 7/9 de sa longueur. Quelle sera la somme nécessaire pour la recouvrir d'une couche de sable de rivière de $0^m,08$ d'épaisseur, si le mètre cube de ce sable revient à 9 fr.? (*B. E. Seine.*)

3173. — L'une des faces d'un cube a une surface de 841 cm^2. Quel est le volume de ce cube exprimé en décimètres cubes? (*C. Compl.*)

3174. — On a un terrain rectangulaire de 75 m. de long sur 25 m. de large. On l'entoure d'un mur de $2^m,25$ de hauteur sur $0^m,45$ d'épaisseur, dans lequel on a ménagé une porte de $3^m,20$ de large. On demande : 1° la surface de la terre labourable; 2° le prix de la maçonnerie à raison de 8 fr. le mètre cube. (*E. N. Orne.*)

3175. — On achète un bloc de marbre de $1^m,45$ de long, $1^m,10$ de large et $0^m,55$ d'épaisseur à raison de 135 fr. le mètre cube. On fait polir les faces à raison de $0^f,015$ le décimètre carré. A combien reviendra le bloc, polissage compris? (*B. E. Poitiers.*)

3176. — On entoure un jardin de $72^m,40$ de long et $27^m,50$ de large par un mur de $0^m,40$ d'épaisseur et de $2^m,10$ de hauteur. Les fondations ont $0^m,75$. Quel est le volume de la maçonnerie : 1° dans le cas où le mur est construit dans l'intérieur de la limite; 2° dans le cas où le mur est construit à l'extérieur de la limite? (*E. N. Doubs.*)

3177. — Un emballeur demande $22^f,50$ pour la fabrication d'une caisse cubique fermée, à raison de $2^f,40$ le mètre carré. Dites le volume de la caisse. (*C. Compl.*)

***3178.** — Une boîte cubique ouverte a extérieurement 5 cm. de côté; ses parois en fer ont 1 mm. d'épaisseur. Elle contient la moitié de son volume d'eau et le reste d'huile. Dire le poids de la boîte pleine. La densité du fer est 7,8 et celle de l'huile 0,915. (*B. E. Paris.*)

***3179.** — Un jardin rectangulaire de 52 m. de long sur 43 m. de large est entouré extérieurement par un mur de $3^m,20$ de hauteur et $0^m,50$ d'épaisseur. Ce mur est revêtu sur ses deux faces d'un crépissage au mortier. Sachant que le mètre cube de maçonnerie coûte $7^f,50$ et que le mètre carré de crépissage coûte $2^f,20$, on demande le prix de la construction de ce mur. (*E. P. S.*)

***3180.** — Trouver les dimensions et la capacité d'une boîte rectangulaire en fer-blanc, sans couvercle, sachant : 1° que le fond de cette boîte est un rectangle ayant un côté double de l'autre et que la profondeur est égale au plus petit côté du rectangle; 2° que le fer-blanc dont la boîte est formée pèse 2 dag. par décimètre carré et que le poids total de la boîte vide est de 90 g. (*B. E. Montpellier.*)

***3181.** — Un jardin rectangulaire a 32 a. de superficie; la longueur est double de la largeur. Le mur de clôture a $0^m,35$ d'épaisseur et $3^m,50$ de hauteur, fondations comprises. Calculer la dépense de construction de ce mur à 14 fr. le mètre cube. (*C. Compl.*)

***3182.** — Exprimer en hectolitres la contenance d'un bassin d'une profondeur de 5 m., la base étant un rectangle dont la diagonale est de $6^m,15$ et le petit côté de $3^m,69$. (*E. P. S.*)

Parallélépipède. Calcul d'une dimension.

Problèmes. — 3183. — Quelle est la hauteur d'un parallélépipède rectangle : 1° dont la base a 48 m² et le volume 288 m³ ? 2° dont la longueur est de 8 dm., la largeur de 25 cm. et le volume de 14 dm³ ?

3184. — Calculer l'arête d'un cube dont le volume est 0m³,216.

3185. — Un fermier a fait creuser un fossé long de 47 m., large de 1m,20 et profond de 0m,86. Il fait transporter la terre de ce fossé sur un champ de 15 a. Dire l'épaisseur de la couche de terre. (*E. P. S.*)

3186. — Une rame de papier occupe un volume de 6 dm³. Chaque feuille a 45 cm. sur 32 cm. Calculer l'épaisseur d'une feuille. Une rame se compose de 20 mains et une main de 25 feuilles. (*C. Compl.*)

3187. — On a répandu sur un champ rectangulaire de 132m,30 de périmètre 50 m³ de marne. Quelle est l'épaisseur de la couche de marne, si la longueur du champ est les 5/4 de la largeur? (*E. P. S.*)

3188. — On a une caisse cubique ; que doivent être les dimensions d'une autre caisse par rapport à celles de la 1re : 1° si cette 2e caisse est 64 fois plus grande que la 1re ; 2° si elle est 27 fois plus petite? Donner des exemples.

3189. — Un champ rectangulaire a 270 m. de long sur 138 m. de large. On répand sur sa surface une couche uniforme de marne qui coûte 2f,40 le mètre cube : on en met 70 m³ par hectare. Quelles sont : 1° l'épaisseur de la couche de marne? 2° la dépense? (*B. E. Seine.*)

1 **3190.** — Une classe a 8m,50 de long, 6 m. de large et 4 m. de haut. De combien doit-on augmenter la largeur de cette salle pour obtenir le volume d'air nécessaire aux 50 enfants que l'on veut y admettre, à raison de 5 m³ par élève? (*C. Compl.*)

1 **3191.** — Un réservoir à base rectangulaire de 1m,20 de long sur 0m,90 de large contient de l'huile d'olive qui n'occupe que les 5/8 de sa capacité. Si l'on achetait cette huile à 243 fr. l'hectolitre et qu'on la revendît 290 fr. le quintal, on gagnerait 145f,80. La densité de l'huile étant 0,9, quelle est la profondeur du réservoir? (*B. E. Bordeaux.*)

3192. — Un cube, dont la base est horizontale, est rempli par du mercure pesant 13590 g. Le centimètre cube de mercure pèse 13g,59 ; on demande de combien baissera le niveau du mercure si l'on en enlève 5436 g. Dire en outre combien il serait sorti de mercure si le niveau avait baissé de 7 cm. (*B. E. Seine.*)

3193. — On creuse, autour d'un champ rectangulaire de 80 m. de long sur 50 m. de large, un fossé de 1 m. de large sur 0m,75 de profondeur. On répand ensuite la terre sur le reste du champ. Calculer l'épaisseur de cette couche de terre. (*B. E. Seine.*)

3194. — On a laminé 5600 feuilles de plomb, toutes carrées, de mêmes dimensions et d'une même épaisseur de 1 mm. Calculer, à 1 mm. près, le côté d'une de ces feuilles. Le plomb employé pesait 975kg,5 et 1 dm³ de ce métal pèse 11kg,35. (*B. E. Seine.*)

3195. — La construction d'un mur sur l'un des côtés d'une propriété carrée a coûté 3150 fr. Sachant que ce mur a 3m,10 de hauteur totale, 0m,45 d'épaisseur et que le mètre cube revient à 9 fr., on demande la superficie de la propriété. (*C. Compl.*)

1 **3196.** — On veut construire un dortoir ayant 18 m. de long sur 8m,40 de large et destiné à recevoir 30 élèves. Le mobilier occupe les 5/72 de l'espace libre. A quelle hauteur faudra-t-il élever le plafond pour que chaque élève ait à dépenser 20 m³ d'air? (*E. P. S.*)

3197. — Une salle de classe dont le plancher rectangulaire a $8^m,75$ de long et $6^m,20$ de large, renferme 34 élèves et 1 maître qui ont chacun $5^{m^3},115$ d'air à respirer. Le nombre des élèves étant devenu 49, on demande de combien il faudra surélever le plafond pour que chacun des 49 élèves et le maître aient encore $5^{m^3},115$ d'air. (*E. P. S.*)

3198. — On a un terrain rectangulaire dont le périmètre mesure 350 m. et dont la largeur est les 2/5 de sa longueur. Sur le pourtour intérieur se trouve une allée de $1^m,50$ de large. Deux autres allées de même largeur se croisent perpendiculairement, l'une dans le sens de la longueur et l'autre dans le sens de la largeur. On répand uniformément $61^{m^3},380$ de sable sur toutes ces allées. Quelle sera l'épaisseur de cette couche de sable? (*E. P. S.*)

3199. — Un particulier a fait répandre uniformément, dans une cour de forme rectangulaire, une couche de sable de 3 cm. d'épaisseur au prix de $4^f,50$ le mètre cube. Sachant que la dépense s'est élevée à $136^f,89$ et que la largeur de la cour est exactement les 2/3 de la longueur, on demande les deux dimensions de cette cour. (*E. P. S.*)

***3200.** — Dans un dortoir, qui a 9 m. de large et 4 m. de haut, le cube d'air par élève est reconnu insuffisant. Pour remédier à cet inconvénient, on abat une cloison qui sépare le dortoir d'une pièce contiguë ayant même largeur et même hauteur et 3 m. de long, et on augmente ainsi le volume d'air par élève de $3^{m^3},6$. L'arrivée de 9 nouvelles élèves l'année suivante le réduit au volume primitif. On demande quels étaient au début le nombre des élèves et la longueur du dortoir. (*B. E. Lyon.*)

***3201.** — Un champ rectangulaire a 80 m. de long et 45 m. de large. Le long des bords et à l'intérieur, on creuse un fossé de $0^m,75$ de large et de $0^m,50$ de profondeur. La terre provenant du fossé est répandue en couche uniforme sur la partie restante du champ; cette terre remuée ayant augmenté de 1/5 de son volume, on demande l'épaisseur de la couche qu'elle forme. (*B. E. Montpellier.*)

***3202.** — Le volume d'un cube est de 20 dm^3? On demande de calculer l'arête de ce cube. (*C. Compl.*)

***3203.** — Quelles doivent être les dimensions intérieures d'une caisse cubique pour qu'elle ait même contenance qu'un coffre qui a intérieurement $2^m,25$ de long, $0^m,80$ de large et $0^m,75$ de haut?

***3204.** — Une caisse cubique est 3 fois plus grande qu'une autre qui a $0^m,50$ de côté. Quelles sont ses dimensions? (*C. Compl.*)

***3205.** — Une salle de conférences a une longueur de $8^m,25$, une largeur de $7^m,75$, une hauteur de $4^m,20$. On veut augmenter de $33^{m^3},325$ le volume d'air qu'elle contient, et l'on est obligé de réduire la hauteur de $0^m,40$. Quelle longueur doit-on lui donner, la largeur restant la même? (*B. E. Seine.*)

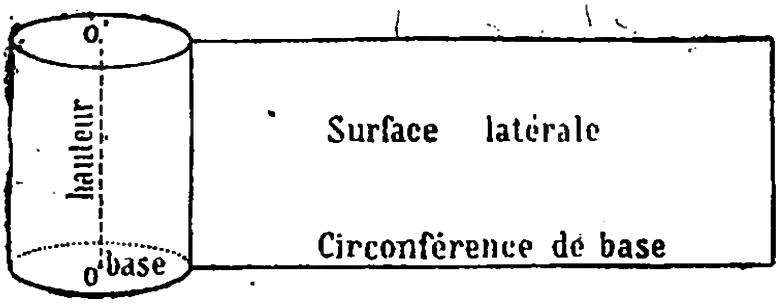
***3206.** — La densité de l'or pur est 19,36. Quel sera le côté du cube que l'on pourrait former avec l'or pur contenu dans une somme de 5 milliards en or monnayé? (*B. E. Nancy.*)

***3207.** — Dans un terrain de 2 a. 1/2 on creuse un puits dont la section est un carré de $1^m,5$ de côté. La terre qu'on en extrait est répandue uniformément sur tout le reste du terrain. A quelle profondeur doit-on descendre pour que la différence de niveau entre le fond du puits et le nouveau sol soit de 18 m.? (*E. P. S.*)

***3208.** — Un prisme droit à base rectangulaire contient $10^{m^3},648$. On sait que les côtés de la base sont l'un le double, l'autre le quadruple de la hauteur. On demande de calculer les trois dimensions de ce prisme. (*Ec. de céramique de Sèvres.*)

Cylindre.

343. — On appelle **cylindre** le *volume engendré* par un *rectangle* qui tourne autour d'un de ses côtés.



Cylindre. Développement.

344. — La **surface latérale** d'un cylindre s'obtient en multipliant la *circonférence de base par la hauteur.*

$$\textbf{S. latérale} = 2\pi RH.$$

La **surface totale** est égale à la *somme* de la *surface latérale* et de la *surface des deux bases.*

$$\textbf{S. totale} = 2\pi RH + 2\pi R^2 = 2\pi R(H + R).$$

345. — Le **volume du cylindre** s'obtient en *multipliant la surface de la base par la hauteur.*

$$V = \pi R^2 H.$$

Problèmes. — 3209. — Calculer la surface latérale d'une colonne dont la hauteur est $2^m,50$ et la circonférence de base $1^m,20$.

3210. — Un rouleau cylindrique de bois de chêne a 3 dm. de diamètre et $2^m,50$ de long. Quel est le poids de ce rouleau, si la densité de ce chêne est de 1,17? (*E. P. S.*)

3211. — Un tonneau d'arrosage en tôle a la forme d'un cylindre dont les dimensions intérieures sont : $1^m,55$ pour la longueur et $0^m,75$ pour le diamètre. Trouver : 1° la capacité du tonneau ; 2° la surface de la tôle qui est entrée dans sa construction. (*B. E. Paris.*)

3212. — Quel est le poids en kilogrammes d'une colonne cylindrique de mercure qui a 1 cm. de rayon et qui fait équilibre à la pression atmosphérique normale ? (*B. E. oral, Paris.*)

3213. — On a fait vernir la surface intérieure et le fond d'un bassin cylindrique, au prix de $0^f,50$ le mètre carré. Calculer la dépense si le diamètre du bassin a $3^m,68$ et si la profondeur est égale au quart du rayon. (*E. P. S.*)

3214. — Un fabricant doit fournir 2360 barreaux cylindriques de fer ayant 2 m. de long sur $0^m,025$ de diamètre. Combien de quintaux de fer doit-il se procurer pour cette fabrication, en admettant qu'il se produise 7 °/₀ de déchet? 1 m³ de fer pèse 7350 kg. (*B. E. Paris.*)

3215. — Que devient le volume d'un cylindre : 1° quand on double sa hauteur; 2° quand on double le rayon de sa base; 3° quand on double à la fois la hauteur et le rayon de base? (*B. E. oral, Paris.*)

3216. — On veut faire un cuvier cylindrique dont la hauteur soit $1^m,80$ et la capacité 1 000 l. Quel doit être le diamètre? (*C. Compl.*)

3217. — Quel volume apparent forme une pile de 25 pièces de 20 fr., le diamètre de ces pièces étant de 21 mm. et l'épaisseur de $1^{mm},25$? Quelle profondeur doit avoir un étui pour les contenir? La densité de la monnaie d'or étant 17,65, trouver le volume réel de la pile. (*E. P. S.*)

3218. — La surface latérale d'un cylindre droit de 1 m. de hauteur est égale à la surface du cercle de 2 m. de rayon. Quel est le rayon de la base de ce cylindre? (*C. Compl.*)

3219. — Un vase de forme cylindrique est rempli d'eau jusqu'aux 2/3 de sa hauteur. Si l'on ajoutait 3 l. d'eau, le niveau du liquide s'élèverait de 5 cm. et atteindrait les 3/4 de la hauteur du vase. Quels sont le diamètre intérieur et la profondeur de ce vase? (*E. P. S.*)

3220. — Quel est le volume de la maçonnerie qui entre dans un puits ayant $9^m,50$ de profondeur et un diamètre intérieur de $1^m,50$, si l'épaisseur de la maçonnerie est de $0^m,40$? (*E. P. S.*)

3221. — Avec 1 kg. de laiton on a fait 400 m. de fil. La densité du laiton étant 8,9, calculer le diamètre de ce fil. (*C. Compl.*)

3222. — Calculer la surface convexe, la surface totale et le volume d'une pièce de 1 fr., en admettant que sa densité soit 10,5 et son épaisseur 1 mm. (*B. E. Seine.*)

3223. — Une colonne cylindrique en fonte a $12^m,50$ de hauteur et $0^m,70$ de diamètre. Elle est creuse, et l'épaisseur de la fonte est de $0^m,10$. On demande le poids de la colonne, la densité du métal étant 7,2. (*B. E. Lille.*)

3224. — Une colonne cylindrique en fonte mesure 5 m. de haut et pèse 2600 kg. La densité de la fonte étant 6,8, quels sont le volume et le diamètre de cette colonne? (*B. E. Dijon.*)

3225. — Un vase est exactement plein d'eau. Quelle est l'augmentation de poids produite dans le vase quand on y introduit un cylindre de fer ayant 4 cm. de diamètre et 11 cm. de hauteur? On sait que la densité du fer est 7,5. (*C. Compl.*)

3226. — Un bassin circulaire a pour base un cercle de $7^m,854$ de circonférence; la hauteur est triple du rayon. On ouvre deux robinets : l'un donne 70 l. par minute, l'autre lui enlève 50 l. dans le même temps. Combien faudra-t-il de temps pour remplir le bassin? (*E. P. S.*)

***3227.** — Un vase cylindrique, de $0^m,75$ de hauteur intérieure, contient une certaine quantité d'eau. Si l'on enlevait les 3/5 de cette eau, le liquide ne s'élèverait qu'aux 4/15 de la hauteur du vase; mais si, au lieu de retirer de l'eau, on en ajoutait $15^l,7$, le niveau de l'eau atteindrait les 5/6 de la hauteur. Trouver le diamètre et la capacité du vase, ainsi que la quantité d'eau qu'il contenait primitivement. On prendra $\pi = 3,14$. (*B. E. Seine.*)

***3228.** — Une feuille de cuivre a $8^m,40$ de long, $0^m,30$ de large et $1^{mm}.2$ d'épaisseur. Quelle est sa valeur, le cuivre valant 185 fr. les 100 kg. (densité du cuivre : 8,8)? On convertit cette feuille en un tube cylindrique, dont on désire connaître la capacité en litres. La soudure a occasionné une perte de 4 mm. sur le grand côté de la feuille de cuivre. (*E. P. S.*)

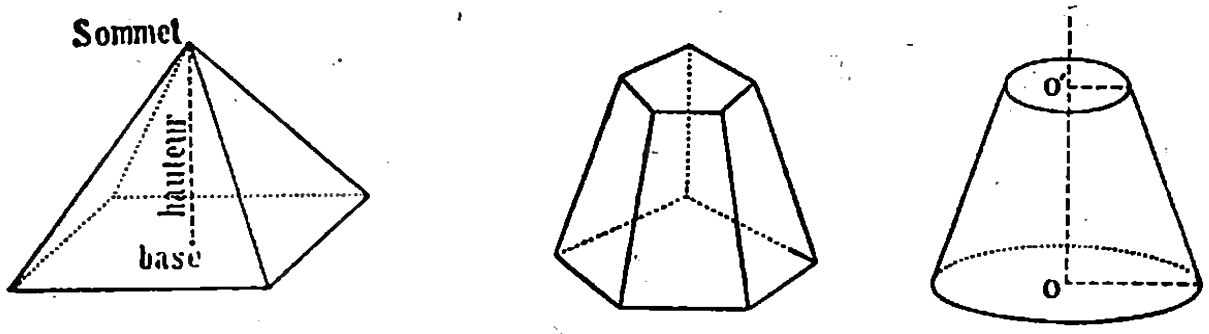
***3229.** — On veut construire un bassin cylindrique dont la hauteur sera les 3/2 du diamètre et dont la capacité totale sera 10 m^3. Déterminer ses dimensions. (*C. Compl.*)

Pyramide. Cône.

346. — Une **pyramide** est un *polyèdre* qui a pour *base un polygone quelconque* et dont les *faces latérales* sont des *triangles* ayant pour *sommet commun* un point situé hors du plan de la base.

347 — Un **cône** est le *volume engendré par un triangle rectangle* qui tourne autour de l'un des côtés de l'angle droit.

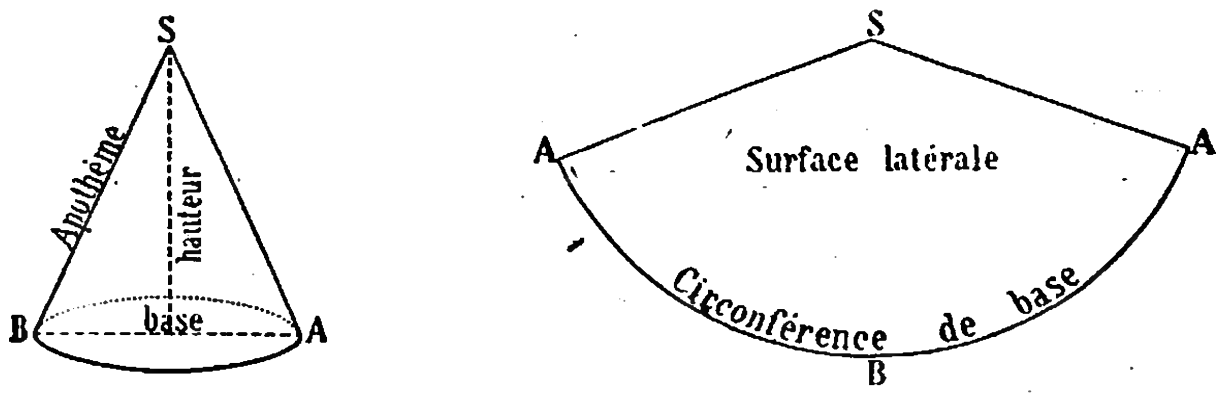
348. — Un **tronc de pyramide** ou **de cône** est la *portion du volume* d'une pyramide ou d'un cône com-



Pyramide. Tronc de pyramide. Tronc de cône.

prise *entre la base* et la section faite par un *plan parallèle à la base.*

349. — La **surface latérale** d'une pyramide régu-



Cône. Développement.

lière ou d'un cône a pour mesure le *produit du périmètre de la base par la moitié de l'apothème.*

350. — Le **volume d'une pyramide** ou **d'un cône**

a pour mesure le *tiers du produit de la surface de la base par la hauteur.*

$$\textbf{V. Pyramide} = \frac{1}{3}\mathbf{BH}. \qquad \textbf{V. Cône} = \frac{1}{3}\pi\mathbf{R^2H}.$$

Le **volume d'un tronc de pyramide** ou d'un **tronc de cône** est égal à la *somme des volumes de trois pyramides* ou de *trois cônes* de *même hauteur que le tronc* et dont les bases seraient : 1° la *base inférieure ;* 2° la *base supérieure ;* 3° la *moyenne proportionnelle entre ces deux bases.*

$$\textbf{V. tronc de pyramide} = \frac{1}{3}\mathrm{BH} + \frac{1}{3}b\mathrm{H} + \frac{1}{3}\mathrm{H}\sqrt{\mathrm{B}b}$$
$$= \frac{1}{3}\mathbf{H(B + b + \sqrt{Bb})}.$$

$$\textbf{V. tronc de cône} = \frac{1}{3}\pi\mathrm{R^2H} + \frac{1}{3}\pi r^2\mathrm{H} + \frac{1}{3}\mathrm{H}\sqrt{\pi\mathrm{R^2} \times \pi r^2}$$
$$= \frac{1}{3}\pi\mathbf{H(R^2 + r^2 + Rr)}.$$

Problèmes. — 3230. — Quel est le volume d'une pyramide dont la base est un carré de $0^m,55$ de côté et dont la hauteur a $0^m,90$?

3231. — Quelle est la surface totale d'un cône droit dont le rayon de base est $0^m,50$ et le côté, ou apothème, $0^m,75$?

3232. — Calculer la capacité d'un verre conique dont les dimensions intérieures sont : rayon 7 cm., profondeur 8 cm.

3233. — Quel est le prix d'une pyramide en pierre à base carrée de $3^m,60$ de périmètre et 4 m. de haut, à raison de 200 fr. le mètre cube ? (*C. Compl.*)

3234. — Un cône a $0^m,30$ de diamètre ; sa hauteur égale les 13/8 du diamètre. Quel est son volume ? (*E. P. S.*)

3235. — On a fondu un cône en platine ayant 213 mm. de diamètre à la base et 387 mm. de hauteur. Quel est le poids de ce cône si la densité du métal est 22,07 ? (*E. P. S.*)

3236. — Quel est le volume d'un pain de sucre qui a $0^m,45$ de hauteur et $0^m,105$ de rayon ? (*C. Compl.*)

3237. — Un échantillon de fonte grise a la forme d'une pyramide et pèse $51^{kg},840$. La hauteur de cette pyramide est de 18 cm. Dire la surface de la base. La densité de la fonte est 7,2. (*B. E. Seine.*)

3238. — L'obélisque de Louqsor a la forme d'un tronc de pyramide à bases carrées. Les côtés des deux bases ont respectivement $2^m,42$ et $1^m,54$; la hauteur est $21^m,60$. Calculer le poids de cet obélisque, sachant que la densité du granit dont il est formé est 2,75.

3239. — Un vase conique dont la base inférieure a 4 cm. de rayon a une capacité de 3 dl. Quelle est sa profondeur ? (*B. E. Poitiers.*)

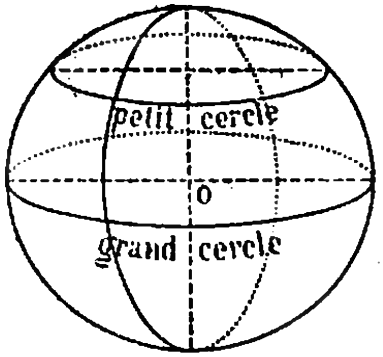
3240. — Calculer le volume et la surface latérale d'une pyramide dont la base est un carré de $0^m,45$ de côté et dont l'arête a également $0^m,45$? (*C. Compl.*)

3241. — Le seau d'une ménagère a la forme d'un tronc de cône dont les dimensions intérieures sont : hauteur $0^m,28$; diamètre de la grande base $0^m,34$; diamètre de la petite base $0^m,296$. Quelle est la valeur du lait que ce seau peut contenir à raison de $0^f,35$ le double litre ? (*C. Compl.*)

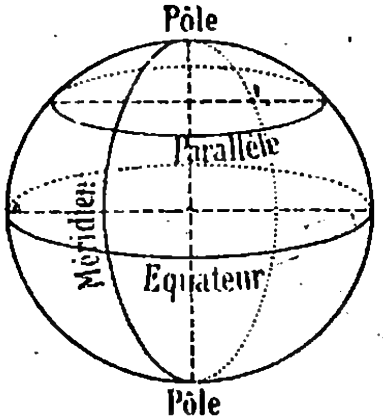
Sphère.

351. — La **sphère** est un *volume* limité par une surface courbe dont tous les *points* sont *également distants d'un point intérieur appelé centre.* Elle peut être engendrée par la rotation d'un demi-cercle autour de son diamètre.

Le **rayon** de la sphère est la *droite qui joint le centre à un point* quelconque *de la surface sphérique.*



Sphère.



Sphère terrestre.

352. — La **surface** d'une sphère est égale à *quatre fois la surface d'un cercle de même rayon* (grand cercle).

$$\textbf{Surf. sphère} = 4\pi R^2.$$

353. — Le **volume** de la sphère a pour mesure le *produit de sa surface par le tiers du rayon.*

$$\textbf{V. sphère} = 4\pi R^2 \times \frac{R}{3} = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Problèmes. — 3242. — Evaluer, en kilomètres carrés, la superficie de la Terre supposée exactement sphérique. (*B. E. Rennes.*)

3243. — Calculer : 1° la surface ; 2° le volume d'un ballon sphérique qui a 16 m. de diamètre.

3244. — Calculer le volume de la Terre en la considérant comme une sphère parfaite.

3245. — Un bol hémisphérique a $0^m,15$ de diamètre ; quelle est sa capacité ?

3246. — Sur un globe terrestre l'arc méridien qui va du pôle à l'équateur a $0^m,478$. Dire la superficie de ce globe. (*C. Compl.*)

3247. — Quel est le poids d'une sphère d'argent de $0^m,42$ de tour ? La densité de l'argent est 10,42. (*B. E. Nancy.*)

3248. — Un ballon de verre contient 4 l. d'eau quand il est plein, quel est son diamètre ? (*B. E. Dijon.*)

3249. — Une chaudière se compose d'un cylindre de 2 m. de long fermé à ses deux extrémités par deux hémisphères de même diamètre que le cylindre : $0^m,80$. On demande de calculer le volume d'eau qu'elle peut contenir. (*E. P. S.*)

***3250.** — Dans un cube en fonte de fer dont l'arête est $0^m,14$, on a creusé un trou ayant la forme d'une demi-sphère de $0^m,11$ de diamètre. Quel est le poids du cube ainsi creusé, si la densité de la fonte est 7,55 ? (*E. P. S.*)

***3251.** — Calculer le poids d'une boule sphérique creuse en cuivre qui a 12 cm. de diamètre et dont les parois ont une épaisseur de 15 mm. La densité du cuivre est 8,8. (*E. P. S.*)

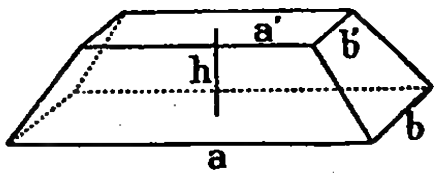
***3252.** — Un boulet sphérique de fonte pèse 12 kg.; la densité de la fonte est 7,35. On demande le rayon de ce boulet et le poids de l'or nécessaire pour le recouvrir d'une couche de $0^m,0006$ d'épaisseur, la densité de l'or étant 19,26. (*C. Compl.*)

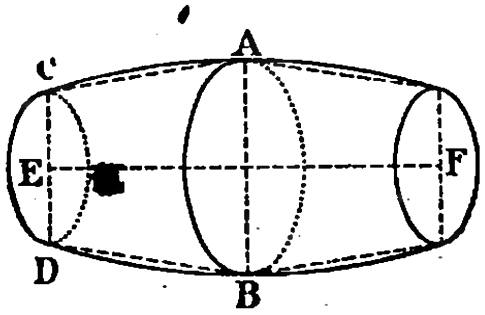
* *Tas de pierres. Jaugeage des tonneaux. Cubage des bois.*

I. **Volume du tas de pierres.** — Les tas de pierres, les tombereaux, les auges ont la forme d'un *tronc de prisme quadrangulaire;* leur volume est donné par la formule suivante :

$$V = \frac{h}{6}\left[b(2a + a') + b'(2a' + a)\right]$$

dans laquelle h est la hauteur, a et b les dimensions de l'une des bases, a' et b' celles de l'autre, les côtés parallèles des deux bases étant désignés par la même lettre.





II. **Jaugeage des tonneaux.** — Il est difficile de mesurer exactement le volume intérieur d'un tonneau, on obtient un résultat approché par les méthodes suivantes :

1° On considère ce **volume intérieur** comme égal à la *somme des volumes de deux troncs de cône* ayant pour **grande base** le *cercle du bouge* (partie la plus renflée du tonneau) et pour **petite base** les *fonds*. Cette méthode donne un résultat trop faible.

2° On applique les formules suivantes :

$$V = \frac{\pi l}{12}(2D^2 + d^2); \qquad V = \pi l\left(\frac{2D + d}{6}\right)^2.$$

La 1re est la *formule de Dez*, la 2e est celle des *octrois*. Dans ces formules, D représente le diamètre du bouge AB et d le diamètre du fond CD, l la longueur EF.

III. **Cubage des bois.** — 1° On appelle **bois en grume** les *troncs d'arbres* abattus *avec leur écorce* et *sans les branches*.

Le **volume d'un bois en grume** est considéré comme égal à celui d'un *cylindre* ayant pour **base** le *cercle moyen* ou cercle équidistant des deux cercles extrêmes et pour **hauteur** la *longueur du tronc*.

2° Le **cubage d'équarrissage,** c'est-à-dire le volume que donnerait un bois en grume après équarrissage, s'obtient : 1° sans déduction ; 2° au cinquième ou au sixième déduit.

Dans le **cubage sans déduction,** on considère le volume du tronc équarri comme égal à celui d'un *prisme* ayant pour **hauteur** la *longueur du tronc* et pour **base** un *carré* dont le *côté* est égal au *quart de la circonférence moyenne*.

Dans le **cubage avec déduction,** on applique la règle précédente ; mais, avant de prendre le *quart de la circonférence moyenne*, on la *diminue de son cinquième* ou de *son sixième* selon que l'on fait le cubage au cinquième ou au sixième déduit.

Problèmes. — 3253. — Quel est le volume d'un tas de sable dont les bases ont respectivement $2^m,40$ sur $1^m,25$ et 2 m. sur $0^m,85$, et dont la hauteur est $0^m,90$?

3254. — Quel est le volume d'un arbre en grume dont la longueur est de 10 m. et la circonférence moyenne de $0^m,80$? Quel serait son volume d'équarrissage : 1° sans déduction ; 2° au 5e déduit ?

3255. — Calculer la contenance d'une auge de maçon qui a les dimensions suivantes : 40 cm. de long et 30 cm. de large à l'ouverture, 30 cm. de long et 20 cm. de large au fond ; 25 cm. de profondeur.

3256. — Calculer la capacité d'un tonneau qui a $1^m,80$ de longueur intérieure, $1^m,25$ de diamètre du bouge et 1 m. de diamètre aux deux fonds.

* *Revision.*

Problèmes. — 3257. — Le périmètre d'un tapis rectangulaire a $8^m,50$ et l'on sait que sa longueur surpasse sa largeur de $0^m,75$. Combien coûtera la doublure de ce tapis si l'étoffe employée pour le doubler a $0^m,90$ de large et vaut $0^f,85$ le mètre ? (*B. E. Besançon.*)

3258. — Dans un réservoir prismatique dont le fond est un carré de 15 cm. de côté, on verse $71^{kg},55$ d'alcool de densité 0,795. A quelle hauteur le liquide s'élèvera-t-il dans le réservoir ? (*B. E. Seine.*)

3259. — Un lingot d'argent pur a la forme d'un prisme triangulaire droit. Sa longueur d'arête est de 154 mm. La base du triangle est de 45 mm., sa hauteur, de 32 mm. On fond le lingot et on y ajoute le cuivre nécessaire à la fabrication des pièces de 5 fr. La densité de l'argent pur étant 10,5, on demande le nombre de pièces que l'on obtiendra. (*B. E. Dijon.*)

3260. — Une salle de lecture de 4 m. de haut a pour base un rectangle de 7 m. sur 5 m. prolongé par un demi-cercle qui a pour diamètre la longueur. Les murs sont percés de portes et fenêtres dont la surface totale représente les 66/770 de la surface des murs ; on a fait blanchir le plafond à raison de $0^f,20$ le mètre carré et tapisser les murs à raison de $0^f,25$ par mètre carré. Quel est le montant de la dépense ? (*E. N. Hérault.*)

3261. — Une personne achète un tapis rectangulaire dont la largeur est les 3/5 de la longueur. Elle veut l'entourer d'une frange qui coûte $1^f,25$ le mètre. Le prix de la frange est les 2/7 du prix d'achat du tapis. Sachant que le tapis tout fait revient à $20^f,25$, on demande ses dimensions. (*B. E. Clermont.*)

3262. — On entoure un champ rectangulaire d'une rangée d'arbres qui sont placés à 2 m. en dedans des bords et à 4 m. les uns des autres. La longueur et la largeur ont ensemble 144 m. et la largeur est les 7/11 de la longueur. On demande : 1° combien cette plantation exigera d'arbres ; 2° quelle sera la dépense, si les arbres coûtent 15 fr. la douzaine et si les frais de main-d'œuvre atteignent 1/10 du prix d'achat des arbres ; 3° quelle sera la superficie de la portion du champ comprise entre les bords extérieurs et la rangée d'arbres. (*B. E. Lille.*)

3263. — L'eau contenue dans un puits circulaire de $3^m,50$ de diamètre s'élève à la hauteur de 6 m. ; elle doit être mise dans un bassin rectangulaire de 4 m. de long sur 3 m. de large. A quelle hauteur s'élèvera-t-elle dans ce bassin ? (*Ec. Nat. de céram. de Sèvres.*)

3264. — Sur un plan cadastral établi à l'échelle de 1/2500, un champ ayant la forme d'un trapèze a pour bases 18 et 22 cm., et pour hauteur 4 cm. 1/2. Quelle est la contenance réelle sur le terrain, et quel en serait le prix à raison de 2575 fr. l'hectare ? (*C. E. P. S.*)

3265. — Une meule de blé de $6^m,75$ de diamètre s'élève en forme de cylindre jusqu'à $2^m,80$ et se termine en cône. La hauteur totale étant de $5^m,10$, quel est le volume de cette meule ? (*B. E. Lille.*)

3266. — Deux villes situées sur le même méridien ont respectivement 48° 5′ et 39° 58′ de latitude nord. 1° Calculer en kilomètres la distance qui les sépare, la terre étant supposée sphérique. 2° Calculer en hectares et en fraction d'hectare l'aire d'un rectangle dont le contour serait égal à cette distance, l'une des dimensions du rectangle étant les 3/5 de l'autre. (*B. E. Clermont.*)

3267. — On a un cône en fonte ; sa hauteur est de $0^m,50$, le diamètre de sa base mesure $0^m,24$. Calculer son volume et son poids, la densité de la fonte étant 7,9. (*B. E. oral, Paris.*)

3268. — Un dortoir a 18 m. de long, 8 m. de large et 3 m. de haut. Le mobilier occupe 1/15 de l'espace total. 1° Combien peut-il recevoir d'élèves, si chaque élève doit avoir à dépenser 20 m^3 d'air ? 2° De combien faut-il surélever le plafond pour que ce dortoir puisse recevoir 5 élèves de plus, ainsi que le mobilier correspondant ? (*B. E. Besançon.*)

3269. — Deux vases de même capacité contiennent, l'un du vin à $0^f,40$ le litre, l'autre du vin à $0^f,50$ le litre. Le 1er est rempli au tiers, l'autre à moitié. On verse dans le 1er la moitié du contenu du 2e ; puis on verse dans le 2e la moitié du mélange ainsi obtenu. Le vin contenu dans ce 2e vase vaut alors $15^f,25$. Trouver : 1° la capacité des deux vases ; 2° leur hauteur, sachant qu'ils ont la forme de cylindres dont le rayon de base est $0^m,30$. (*B. E. Poitiers.*)

3270. — On achète deux prés contigus : l'un est carré et a $33^m,50$ de côté ; l'autre est rectangulaire et a pour dimensions $86^m,40$ et $22^m,30$. (L'un des côtés du pré carré se trouve dans le prolongement de l'un des petits côtés du pré rectangulaire, et le côté commun est une partie du grand côté de ce pré rectangulaire. Faire la figure). On entoure l'ensemble d'un triple rang de fils de fer ayant $0^m,0027$ de diamètre ; ces fils sont soutenus par des supports en fer espacés de 4 m. au maximum. Ces pieux coûtent $1^f,75$ pièce, sauf ceux des angles qui coûtent chacun $2^f,85$. Combien a-t-on dépensé, si l'are de terrain vaut 46 fr. et si le fil de fer coûte $2^f,50$ la botte de 5 kg., la densité du fer étant 7,7 ? On ne tient pas compte de la main-d'œuvre. (*B. E. Nancy.*)

3271. — La diagonale d'un terrain carré a $103^m,40$. Calculer : 1° le côté de ce terrain ; 2° sa valeur à 7250 fr. l'hectare. (*B. E. Poitiers.*)

3272. — Un jardin rectangulaire, dont la largeur est les 2/5 de la longueur, est traversé par deux allées médianes et perpendiculaires ayant 2 m. de largeur. Il est acheté à raison de 35 fr. l'are. On l'entoure d'une haie qui revient à $0^f,75$ le mètre courant et qui occasionne une dépense de 84 fr., puis l'on recouvre les allées d'une couche de sable coûtant 22 centimes 1/2 par mètre carré recouvert. Quel est le prix de revient de ce jardin ? (*B. E. Nancy.*)

3273. — L'un des deux angles égaux d'un triangle isocèle a 53° 37′ 28″,5, calculer la valeur du 3e angle de ce triangle. (*E. P. S.*)

3274. — Une salle a $5^m,35$ de long et $3^m,20$ de large. Combien le plafond compte-t-il de solives, si chacune d'elles a $0^m,10$ d'épaisseur, si la distance qui les sépare est de $0^m,25$, s'il y en a une à chaque extrémité et enfin si ces solives sont placées dans le sens de la plus petite dimension du plafond ? Quel est le volume total des solives si leur hauteur est égale à leur épaisseur ? (*E. P. S.*)

3275. — Combien pourrait-on fabriquer de pièces de 1 fr. avec un cône d'argent pur dont la hauteur et le diamètre de base sont tous deux égaux à 25 cm.? La densité de l'argent est 10,4. (*C. Compl.*)

3276. — On achète un tapis pour une table rectangulaire ayant $1^m,60$ de long sur $1^m,10$ de large. On veut que le tapis retombe tout autour de $0^m,20$. L'étoffe du tapis, qui a $1^m,50$ de large, coûte 8 fr. le mètre. Le tapis sera doublé avec une autre étoffe ayant $0^m,60$ de large et coûtant 1 fr. le mètre ; on le bordera avec une frange qui vaut $0^f,60$ le mètre. Trouver le prix total de revient du tapis. (*B. E. Poitiers.*)

3277. — Un tuyau cylindrique en bronze a 1 m. de long ; son diamètre intérieur est égal à $0^m,36$ et son épaisseur est $0^m,08$; la densité du bronze est 8,46. On demande : 1° le poids du tuyau vide ; 2° le poids du tuyau plein d'eau à 4°. (*Ec. Nat. de céram. de Sèvres.*)

3278. — Une ville reçoit de l'eau de source qui lui est amenée par une conduite de 450 m. de long. Les tuyaux cylindriques qui composent cette conduite ont $0^m,260$ de diamètre extérieur et $0^m,252$ de diamètre intérieur. Quel est le prix de la conduite, si le mètre cube de fonte pèse 7200 kg. et si le quintal vaut 40 fr.? (*C. Compl.*)

3279. — Un particulier a fait répandre uniformément dans une cour de forme rectangulaire une couche de sable de $0^m,045$ d'épaisseur à $7^f,77$ le mètre cube. La dépense s'est élevée à 345 fr. et la largeur de la cour est les 4/5 de sa longueur. On demande à 1 cm. près les deux dimensions de la cour. (*B. E. Poitiers.*)

3280. — Quelle est la hauteur d'un cylindre de $0^m,12$ de rayon, et qui a le même volume qu'un prisme de 3 m. de long et dont la base est un triangle ayant pour dimensions : côté $0^m,15$, hauteur correspondante $0^m,08$? (*E. P. S.*)

3281. — Un propriétaire veut faire creuser une citerne ouverte dans un terrain horizontal. Il désire qu'elle ait la forme d'un prisme rectangulaire droit qui, à l'intérieur, aura 4 m. de long et 6 m. de large, et dont les parois verticales, en maçonnerie cimentée, auront $0^m,50$ d'épaisseur. Pour creuser le sol, on lui demande 3 fr. par mètre cube de terre enlevée ; pour la maçonnerie, on exige 9 fr. par mètre cube façonné. Le fond ne coûtera rien, étant de roche imperméable. Comme le propriétaire entend ne dépenser en tout que 969 fr., on demande combien de barriques, de 228 l. chacune, pourra contenir la citerne qu'on lui construira à ce prix-là. (*B. E. Seine.*)

3282. — Combien faut-il de mètres carrés de toile pour faire une tente conique de 4 m. de diamètre sur $2^m,80$ de hauteur ? (*E. P. S.*)

3283. — Une borne qui a 1 m. de hauteur se compose d'un prisme rectangulaire droit de $0^m,32$ de long, $0^m,25$ de large, surmonté d'une partie semi-cylindrique ayant pour diamètre la longueur du prisme. Elle est enfoncée dans le sol de $0^m,40$. Quel est son poids, la densité de la pierre employée étant 1,5? Quel sera le prix de la taille des parties vues, à raison de 3 fr. par mètre carré? (*B. E. Nancy.*)

3284. — Deux propriétaires veulent faire un échange. Le 1er offre un champ ayant la forme d'un trapèze dont les bases ont 285 m. et 243 m. et dont la hauteur a $63^m,70$. Le 2e propose une partie d'un pré rectangulaire dont la longueur a 154 m. et dont la largeur est les 3/5 de la longueur. Le champ a une valeur qui, à surface égale, est les 2/7 de celle du pré. L'excédent de la valeur du pré sur celle du champ étant représenté par un rectangle situé à l'une des extrémités du pré sur toute la largeur, trouver avec le moins de calculs possible quelle sera la longueur de cette portion. (*C. Compl.*)

3285. — Une niche a la forme d'un demi-cylindre surmonté d'un quart de sphère de même rayon; son diamètre est $0^m,80$, sa hauteur totale est 14 dm.; calculer sa capacité. On veut dorer la surface intérieure de cette niche; combien coûtera la dorure à raison de 5 fr. le mètre carré? (*B. E. Alger.*)

3286. — Un champ de forme rectangulaire a un périmètre égal à 820 m. La différence entre les deux dimensions vaut 168 m. Calculer : 1° la surface d'un losange qui aurait pour diagonales les deux dimensions du champ; 2° la surface du trapèze qui aurait pour bases ces mêmes dimensions et pour hauteur la moyenne proportionnelle entre ces bases. (*B. E. Montpellier.*)

3287. — On a deux vases cylindriques : le plus grand a 1 m. de profondeur; le plus petit a 1/2 m. de profondeur et son volume est 8 fois plus petit que celui du grand vase. La différence des capacités des deux vases est de $27^l,489$. On demande les rayons de base des deux cylindres. (On prendra 3,1416 pour la valeur de π.) (*B. E. Seine.*)

3288. — Un cube en chêne pèse 46 dag. La densité de ce chêne étant 1,15, quelle est la longueur de l'arête? (*C. Compl.*)

3289. — Une auge demi-cylindrique en fonte a $0^m,25$ de rayon intérieur, $0^m,03$ d'épaisseur, $1^m,40$ de longueur extérieure. Quel est son poids? La densité de la fonte employée est 6,85. (*B. E. Seine.*)

3290. — Un propriétaire veut faire creuser un fossé autour d'un terrain carré dont la contenance est de $5^{ha},1984$. Ce fossé doit avoir $1^m,35$ de largeur et $1^m,45$ de profondeur. On demande : 1° combien coûtera ce fossé, sachant que le mètre cube de terrassement est payé à raison de $1^f,25$; 2° quel exhaussement subirait le terrain si l'on répandait uniformément sur le sol la terre provenant du fossé. Un trou de 1 m^3 produit $1^{m^3},35$ de terre par suite du foisonnement. (*B. E. Seine.*)

3291. — Un vase ouvert a extérieurement la forme et les dimensions d'un décimètre cube; il est en fer et ses parois ont toutes 2 mm. d'épaisseur. Ce vase est rempli avec de l'eau et de l'huile; la hauteur de l'eau est à celle de l'huile comme 3 est à 7. Calculer, d'après cela, le poids de l'ensemble, contenant et contenu, sachant que la densité du fer est 7,8 et celle de l'huile 0,92. (*E. N. Cher.*)

3292. — Calculer le côté d'un cube dont le volume est équivalent à celui d'une pyramide qui a pour base un carré de 3 m. de côté et dont la hauteur est $5^m,70$. (*E. P. S.*)

3293. — Une chaudière à vapeur a la forme d'un cylindre terminé par deux hémisphères de même diamètre que le cylindre. La longueur du cylindre est de $3^m,60$ et son rayon de $0^m,90$. Combien renferme-t-elle d'hectolitres d'eau lorsqu'elle est à moitié pleine? (*B. E. Seine.*)

3294. — Dans un vase cylindrique, dont le diamètre intérieur mesure 74 mm., et qui contient de l'eau, on laisse tomber 7 pièces d'or de 20 fr. On demande de combien l'introduction de ces pièces fera monter le niveau de l'eau, sachant que 1 cm³ d'or pur pèse 19g,26 et 1 cm³ de cuivre 8g,86. (*B. E. Rennes.*)

3295. — On a réservé au milieu d'un jardin un espace circulaire de 20m,4 de circonférence, où l'on veut inscrire un hexagone régulier destiné à recevoir des rosiers. Chacun de ces arbustes exige une surface de 36dm2,27. On demande le nombre d'arbustes qui pourront être placés dans cet hexagone. (*C. Compl.*)

3296. — Un particulier se proposait d'acheter un pré rectangulaire dont les dimensions sur le plan étaient 220 m. et 80 m.; mais il apprend que le décamètre employé pour mesurer le pré était trop court de 1 dm. Il s'adresse alors au propriétaire qui, afin de compenser l'erreur commise dans l'évaluation de la surface, augmente la largeur du pré d'une certaine quantité. Déterminer cette quantité. (*B. E. Besançon.*)

3297. — Une pyramide en or fin de 0m,37 de hauteur a pour base un triangle équilatéral de 0m,08 de côté. Dire son poids, la densité étant 19,25. Quelle somme obtiendra-t-on en faisant monnayer ce lingot? (*C. Compl.*)

3298. — Deux vases cylindriques de hauteurs indéfinies ouverts à leur partie supérieure dans l'atmosphère contiennent de l'eau et peuvent communiquer au moyen d'un tube actuellement fermé par un robinet. Les diamètres des vases sont respectivement 20 cm. et 7 cm. Le niveau est plus élevé dans le vase plus large que dans l'autre et la différence des niveaux est de 50 cm. On ouvre le robinet. De quelle hauteur l'eau s'élèvera-t-elle dans le vase plus étroit? (*B. E. Aix.*)

3299. — Dans un vase qui pèse vide 2kg,2005, on verse de l'alcool à brûler jusqu'à ce que le vase soit plein; son poids est alors 3kg,3401. On plonge ensuite dans le vase plein d'alcool un tube cylindrique en or pur de 0m,036 de diamètre extérieur, 0m,033 de diamètre intérieur et 0m,012 de longueur. Quel sera le poids total du nouveau système ainsi obtenu? Quelle est la capacité du vase? La densité de l'or pur est 19,25; celle de l'alcool à brûler 0,814. (*B. E. Lille.*)

3300. — La base d'un bassin est un hexagone régulier de 3 m. de côté. La profondeur du bassin est 5m,50. Pendant combien de temps devra marcher, pour le remplir, un jet d'eau qui donne 2 l. d'eau par seconde? (*E. P. S.*)

3301. — Dans un terrain qui forme un carré de 12 m. de côté, on veut creuser un bassin cylindrique, dont l'axe passera par le centre du carré et dont le rayon sera de 4 m. La terre provenant du déblai sera répartie uniformément sur la surface restante. (On ne tiendra pas compte du foisonnement). Calculer : 1° à 1 cm. près, à quelle profondeur il faudra creuser le sol pour qu'en opérant ainsi on donne à la cavité formée une profondeur totale de 1m,25; 2° le volume de la pierre qu'il faudra employer pour construire, le long de la paroi du bassin, un revêtement en maçonnerie de 0m,35 d'épaisseur. (*B. E. Paris.*)

3302. — Un cylindre d'argent de 9cm,6 de rayon est surmonté d'un cône de cuivre de même rayon. La hauteur totale de l'ensemble est de 21cm,6 et le rapport du volume du cône à celui du cylindre est de 1/6. Calculer le poids total du cylindre et du cône, sachant que la densité du cuivre est de 8,8 et celle de l'argent de 10,4. (*B. E. Lyon.*)

3303. — On transforme par le battage une pièce de 20 fr. en une lame carrée de 0mm,01 d'épaisseur. Combien faut-il de pièces semblables pour couvrir une coupole hémisphérique de 6 m. de diamètre? (Densité de l'or : 19.) (*B. E. Lille.*)

ALGÈBRE

Définitions.

En algèbre, les *nombres* sont souvent *représentés* par des **lettres** : les *nombres connus*, par les premières lettres a, b, c..., et les *nombres inconnus* par les dernières lettres x, y, z de l'alphabet.

Les **opérations algébriques** s'indiquent par les *mêmes signes* que les opérations arithmétiques ; cependant, on supprime généralement le *signe de la multiplication.*

Ex. : $5 \times x$ et $a \times b$ s'écrivent $5x$ et ab.

354. — On appelle **monôme** une *expression* qui n'est *ni une somme, ni une différence.*

Dans un monôme, le **coefficient** est le *facteur numérique*, qui s'écrit toujours *le premier.*

Ex. : $5x$, $7ab$, ab^2 sont des monômes dont les coefficients sont 5, 7 et 1 (sous-entendu).

355. — On appelle **polynôme** une expression algébrique composée de *plusieurs monômes* unis par le signe $+$ ou le signe $-$.

Ex. : $a + b$ est un binôme, $a^2 - 2ab + b^2$ est un trinôme : ce sont deux polynômes.

Les *monômes* qui *composent un polynôme* en sont les **termes.** Ils sont **positifs** s'ils sont précédés du **signe** $+$ et **négatifs** s'ils sont précédés du **signe** $-$. Le 1er terme doit être considéré comme précédé du signe $+$ sous-entendu.

356. — Dans un polynôme, on appelle **termes semblables** ceux qui ne *diffèrent* que *par le coefficient* et *par le signe.*

Ex. : Dans le polynôme $bx - 4ax^2 + 3bx + ax^2 + c$, les termes semblables sont : 1° $+ bx$ et $+ 3bx$, 2° $- 4ax^2$ et $+ ax^2$.

On peut, sans changer la valeur d'un polynôme, faire la **réduction des termes semblables,** c'est-à-dire les *remplacer par un terme unique semblable aux premiers.*

Ex. : $bx - 4ax^2 + 3bx + ax^2 + c = 4bx - 3ax^2 + c$.

Opérations.

357. — Pour faire la **somme de plusieurs polynômes**, on *écrit leurs termes à la suite les uns des autres;* on fait ensuite, s'il y a lieu, la réduction des termes semblables.

Ex.: $(5a^2b-4cd+ab^2)+(3a^2b+2cd)=5a^2b-4cd+ab^2+3a^2b+2cd$
$=8a^2b-2cd+ab^2.$

358. — Pour former la **différence de deux polynômes**, on les *écrit l'un à la suite de l'autre* en **changeant tous les signes dans le polynôme à soustraire**; on fait ensuite, s'il y a lieu, la réduction des termes semblables.

Ex.: $(5a^2b^2-ab^2)-(3a^2b^2+2ab^2-cd)=5a^2b^2-ab^2-3a^2b^2-2ab^2+cd$
$=2a^2b^2-3ab^2+cd.$

359. — Pour faire le **produit de deux polynômes**, on *multiplie chaque terme du multiplicande par chaque terme du multiplicateur en observant* la **règle des signes** : deux termes de même signe donnent un produit positif, deux termes de signes contraires donnent un produit négatif

$$+\times+=+;\quad -\times-=+;\quad +\times-=-.$$

Multiplicande ...	$\mathbf{a^2+ab.}$
Multiplicateur ...	$\mathbf{2a^2-ab.}$
Produit par $2a^2$ ...	$2a^4+2a^3b.$
... par $-ab$ ...	$-a^3b-a^2b^2.$
Produit total ...	$\mathbf{2a^4+a^3b-a^2b^2.}$

Exercices. — 3304. — Réduire les termes semblables et mettre x en facteur commun dans les expressions suivantes :

1° $4x+3x^2+45x;$ 2° $4x-x-ax;$
3° $7x+4xy-x;$ 4° $xy+x+3xy+4x;$
5° $4a^2x+b^2x-3a^2x-2b^2x;$ 6° $3ax-2bx+ax-5bx.$

3305. — Calculer la surface d'un triangle par la formule :

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};$$

p est le demi-périmètre, les côtés: $a=54$ m.; $b=42$ m.; $c=38$ m.

3306. — Appliquer la formule $V=\frac{h}{3}(B+b+\sqrt{Bb})$, qui donne le volume d'un tronc de pyramide, dans le cas où la hauteur $h=80$ cm.; $B=4$ m²; $b=77$ dm².

3307. — Quel est l'espace parcouru par un corps qui tombe librement (formule : $e=1/2\,gt^2$), dans le cas où l'accroissement de vitesse par seconde $g=9^m,81$, et $t=7$ secondes?

3308. — Effectuer les calculs suivants et simplifier les résultats :

1° $a^2-(a^2-4b)$; 2° $6x+4y-(7x+2y)$;

3° $5x+y-xy-(2x+y-xy)$;

4° $x+\frac{x}{4}+\frac{x}{6}$; 5° $x+\frac{x}{3}-\frac{5x}{4}$; 6° $\frac{12x-10}{2}+\frac{x}{4}$;

7° $\frac{4x+42}{2}-x$; 8° $x+\frac{7x}{3}+\frac{12x}{2}$; 9° $\frac{x}{2}-\frac{x+4}{3}$;

10° $x-\frac{x}{6}-\frac{x-1}{4}$; 11° $\frac{x+2}{6}-\frac{x-4}{8}$;

12° $\left(x+\frac{x}{2}-\frac{3x}{4}\right)-\left(\frac{x}{2}-\frac{2x}{3}+\frac{4x}{5}\right)$.

3309. — Calculer les expressions suivantes :

$(x+y)^2$; $(x-y)^2$; $(x+y)^3$; $(x-y)^3$.

$(x+y)^2-(x-y)^2$; $(x+y)(x-y)$; $(a+1)^2-a^2$; $a^2-(a-1)^2$;

$(x-3)(x+3)$; $(x^2-1)(x^2+1)$; $(a+1)^3-a^3$;

$\frac{5}{3}a^2x^2y\times\frac{3}{4}axy^2$; $\frac{18x^2y}{xy}$; $\frac{12a^3x^2-6a^2x^3+18ax^4}{3ax^2}$.

3310. — Mettre les expressions suivantes sous la forme d'un produit :

$$x^2-y^2;\quad x^2-1;\quad a^4-b^4;\quad x^2-16.$$

3311. — Simplifier les fractions suivantes :

$$\frac{x(x^2-y^2)}{x+y};\quad \frac{x^2-2ax+a^2}{x-a};\quad \frac{x^3+3a^2x+3ax^2+a^3}{x^2-a^2}.$$

3312. — Calculer la variation de la surface d'un rectangle de base b et de hauteur h :

1° quand la base augmente de m et la hauteur de n;
2° quand la base diminue de m et la hauteur de n;
3° quand la base augmente de m et la hauteur diminue de n;
4° quand on multiplie la base par m et la hauteur par n.

3313. — De la formule $D=\frac{P}{V}$, tirer : 1° la valeur de P; 2° celle de V.

3314. — De la formule $I=\frac{Ctj}{36\,000}$, tirer : 1° la valeur de C; 2° celle de t; 3° celle de j.

3315. — Vérifier les égalités suivantes; énoncer les théorèmes qu'elles traduisent :

$$ac+bd+bc+ad=(a+b)(c+d);\quad a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$$

$$a-\frac{a+b}{2}=\frac{a+b}{2}-b;\quad \left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=ab.$$

3316. — Un cercle a pour rayon R; exprimer sa surface sous la forme la plus simple, sachant qu'elle est égale au produit de sa circonférence par la moitié du rayon.

3317. — Un manchon cylindrique a pour rayons R et r, pour hauteur h, exprimer sous la forme la plus simple : 1° la surface de la couronne de base; 2° le volume de ce manchon.

3318. — Le volume de la sphère de rayon R est $(4/3)\pi R^3$; quel est le volume de la sphère de diamètre D?

Equation du 1er degré à une inconnue.

360. — Une **équation** est une *égalité* qui *n'est exacte* que si on donne *certaines valeurs particulières* à une ou plusieurs lettres qui y figurent et qui représentent les quantités *inconnues*.

Ex. : $4x + 12 = 48$ est une équation. Cette égalité n'est exacte que pour $x = 9$.

361. — **Résoudre une équation à une inconnue,** c'est *trouver un nombre* qui, mis à la place de l'inconnue dans l'équation, donne aux deux membres la même valeur numérique, c'est-à-dire *transforme l'équation en une identité.*

Exercice. — Résoudre l'équation $\frac{9x}{4} - 14 = \frac{5x}{3}$.

Multiplions les 2 membres par le dénominateur commun 12; nous obtenons : $27x - 168 = 20x$.

Ajoutons 168 aux 2 membres de la nouvelle équation, elle devient :

$$27x = 20x + 168.$$

Retranchons $20x$ aux 2 membres, nous avons :

$$27x - 20x = 168 \quad \text{ou} \quad 7x = 168.$$

$$\textit{Rép.} \quad \mathbf{x = \frac{168}{7} = 24.}$$

Vérification. — Remplaçons x par sa valeur dans l'équation donnée, elle devient : $(9 \times 24 : 4) - 14 = 5 \times 24 : 3$,
ou : $40 = 40$ (identité).

Remarque. — L'équation donnée est une **équation du 1er degré** parce que dans l'équation entière $7x = 168$, qui lui est équivalente, *l'exposant le plus élevé de x est* **1.**

362. **Règle.** — Pour **résoudre une équation du 1er degré à une inconnue,** il faut :

1° *Chasser les dénominateurs,* en multipliant les deux membres de l'équation par le dénominateur commun aux fractions ;

2° *Faire passer les termes inconnus dans un membre* et les *termes connus dans l'autre,* en **changeant les signes** des termes qu'on transpose ;

3° *Faire toutes les réductions possibles, dégager l'inconnue* en divisant, s'il y a lieu, les deux membres de l'équation par le coefficient de cette inconnue.

Exercices. — Résoudre les équations suivantes :

3319. $8x - 24 = 8$; $4x + 12 = 3x + 19$;

3320. $8x + 10 = 82 - x$; $2(x - 3) - 3 = 3(12 - x)$;

3321. $x - \frac{x}{4} = 3x - 18$; $\frac{8x}{12} = \frac{4x}{5} - 10$;

3322. $\frac{29 - 3x}{x} = \frac{5}{8}$; $\frac{12x - 16}{2} = x - \frac{3}{10}$;

3323. $7{,}5x + 36{,}5 = 70{,}5 - x$; $12(5x - 2) = 48(x + 2)$;

3324. $x + \frac{3}{4}x - 21 = 0$; $x + \frac{x}{5} + \frac{x}{2} = 34$;

3325. $\frac{x}{4} + 8 + \frac{x}{5} = \frac{4x}{3} - \frac{x}{6} - 78$; $\frac{7x - 8}{2} + \frac{x + 2}{4} = \frac{x + 12}{3} + 13$;

3326. $\frac{9x}{4} + \frac{4{,}8x}{6} + 0{,}95 = 2x + \frac{7 - x}{3}$; $x - \frac{x + 2}{5} = 6$;

3327. $3x - \frac{x - 1}{7} = \frac{2x}{5} + 37$; $\frac{x + 6}{4} - \frac{x - 6}{6} = \frac{x + 12}{3} - \frac{x + 54}{12}$;

3328. $\frac{3x}{8} - \frac{2x + 3}{7} = 10 - \frac{3(x - 1)}{5}$; $\frac{x + 5}{x - 5} = \frac{2x + 109}{2x - 1}$.

Problèmes. — 3329. — Un volume relié revient à 5f,60. La reliure a coûté les 3/5 du prix du volume broché. Trouver le prix du volume broché et de la reliure.

Mise en équation. — Désignons par **x fr.** le **prix du volume broché ;** le *prix de la reliure est égal aux* 3/5 *de x*, et on doit avoir :

$$x + \frac{3x}{5} = 5{,}60.$$

3330. — Quel est le nombre qui diminué de 40 devient égal à son triple diminué de 200 ?

3331. — Quel est le nombre dont le tiers augmenté de 8 est égal à la moitié diminuée de 1 ?

3332. — Lorsqu'on augmente de 40 le tiers d'un nombre, on obtient le double de ce nombre ; quel est-il ?

3333. — Quel est le nombre qui surpasse ses 5/7 de 38 ?

3334. — Quel est le nombre dont le tiers, le quart et le sixième font ensemble 63 ?

3335. — Un père a le triple de l'âge de son fils ; s'il avait 21 ans de moins et le fils 3 ans de plus, ils auraient le même âge. Quel est l'âge du fils ?

3336. — Un fils a 32 ans de moins que son père, mais si son âge était doublé, il aurait 14 ans de plus, quel est l'âge de ce fils ?

3337. — Un père a 45 ans, son fils en a 11 ; dans combien d'années l'âge du père sera-t-il triple de l'âge du fils ?

3338. — On vend un cheval 120 fr. de plus qu'on ne l'avait acheté et l'on gagne ainsi 12 °/₀ du prix d'achat. Quel est ce prix ? (*P. T. T.*)

3339. — On engage une domestique à condition de lui donner 300 fr. par an et un habillement complet. Au bout de 9 mois 1/2, on la renvoie et on lui donne 217f,50, en lui laissant l'habillement. On demande la valeur de cet habillement. (*B. E. Paris.*)

Equations du 1er degré à plusieurs inconnues.

Exercice. — Résoudre les 2 équations à 2 inconnues :

$$\frac{x}{3}+y=17 \quad (1) \quad \text{et } 2x-\frac{y}{5}=9 \quad (2).$$

1° De l'équation (1) tirons la valeur de x :

$$\frac{x}{3}=17-y, \quad \text{ou} \quad x=(17-y)3, \quad \text{ou} \quad x=51-3y \quad (3).$$

2° Portons cette valeur dans l'équation (2), nous obtenons :

$$2(51-3y)-\frac{y}{5}=9.$$

3° Résolvons cette équation à une inconnue :

$$510-30y-y=45 \quad \text{ou} \quad 510-31y=45;$$

$$510-45=31y, \quad \text{d'où} \quad y=\frac{465}{31}=15.$$

4° Portons la valeur de y dans l'équation (3).

$$x=51-(3\times 15)=51-45=6.$$

Rép. $\mathbf{x=6}$ et $\mathbf{y=15}$.

Vérification. — Substituons les valeurs de x et de y dans les égalités (1) et (2), nous obtenons :

1° $\frac{6}{3}+15=17$, ou $17=17$.

2° $(2\times 6)-\frac{15}{5}=9$, ou $12-3=9$, ou $9=9$.

363. Règle. — Pour résoudre un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues :

1° On *tire* de l'une des équations la *valeur d'une inconnue* comme si l'autre était connue ;

2° On *substitue cette valeur dans l'autre équation,* on ramène ainsi le système de deux équations à une équation à une inconnue qu'on sait résoudre.

Cette méthode de résolution est la **méthode d'élimination par substitution.**

Autre méthode. — 1° Pour éliminer x, rendons égaux ses coefficients dans les équations (1) et (2) en multipliant les deux membres de l'équation (1) par 6, nous obtenons les deux équations :

$$2x+6y=102.$$

$$2x-\frac{y}{5}=9.$$

2° Retranchons ces équations membre à membre, nous obtenons :

$$6y + \frac{y}{5} = 93, \quad \text{ou} \quad 30y + y = 465, \quad \text{d'où} \quad y = \frac{465}{31} = 15.$$

3° De cette valeur de y, on déduit $x = 6$. (Voir plus haut.)

364. **Règle.** — 1° Dans les deux équations, on *rend égaux les coefficients de l'inconnue* à éliminer;

2° *On ajoute ou on soustrait* membre à membre les deux équations obtenues suivant que les signes de l'inconnue à éliminer sont différents ou sont les mêmes dans ces deux équations. On obtient ainsi une équation à une inconnue qu'on sait résoudre.

Cette méthode de résolution est la **méthode d'élimination par addition, par soustraction,** ou **par réduction.**

Problème. — 3340. — On a acheté une 1re fois 6 kg. de café et 7 kg. de thé pour 109 fr.; une 2e fois on a payé 53f,50 pour 4 kg. de café et 3 kg. de thé. Trouver les prix du kilogramme de café et du kilogramme de thé.

Mise en équations. — Soit **x fr.** le **prix du kilogramme de café** et **y fr.** le **prix du kilogramme de thé,** on doit avoir :

$$6x + 7y = 109; \qquad 4x + 3y = 53{,}50.$$

Exercices. — Résoudre les systèmes suivants :

3341. $3x + 2y = 21; \quad 4x + 3y = 29.$

3342. $6x - 5y = 28; \quad 3x + y = 28.$

3343. $11x - 2y = 13; \quad 5x - 2y = 4.$

3344. $4x = 2 + 5y; \quad 5x - 22 = 3y.$

3345. $x + 2y = 7; \quad 3y - 5x = 4.$

3346. $x = 3y - 25; \quad y = 4x + 1.$

3347. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 19; \quad \frac{x}{15} + \frac{y}{8} = 8.$

3348. $\frac{5x}{3} + \frac{3y}{4} = 26; \quad \frac{7x}{6} + \frac{5y}{4} = 24$

3349. $\frac{7}{3}x - 2y = 29; \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 4{,}75.$

3350. $3x + \frac{5y - 2}{6} = 12; \quad x = 10 - \frac{7y}{4}.$

3351. $\frac{x+1}{4} - \frac{y+2}{3} = 1; \quad \frac{5x+1}{9} - \frac{4y-1}{3} = 3.$

3352. $\frac{6x+3}{5} - \frac{5y-4}{7} = 12; \quad \frac{9x-12}{8} - \frac{11y-7}{6} = 4.$

3353. $x + y = 20; \quad y + z = 18; \quad z + x = 22.$

3354. $3x + 2y - z = 5; \quad 5y - 4x + 2z = 3; \quad 7y - x + 3z = 14.$

3355. $5x + 2y + 4z = 19; \quad 2x + 3y - z = 2; \quad 3x + 5y - 2z = 2.$

Remarque. — En général, un problème doit fournir **autant d'équations qu'il y a d'inconnues**; sinon il admet, le plus souvent, une infinité de solutions (problème indéterminé).

Problèmes. — 3356. — Trouver deux nombres dont la somme soit 25 et la différence 7.

3357. — Trouver deux nombres dont la somme est 112, sachant que l'un est égal à 15 fois l'autre.

3358. — La différence de deux nombres est 308 et l'un est égal à 12 fois l'autre, quels sont ces nombres?

3359. — La somme de deux nombres est 175. En les divisant l'un par l'autre, on obtient pour quotient 7 et pour reste 15. Quels sont ces nombres? (*E. P. S.*)

3360. — Trouver les prix de trois objets, sachant que le 2e et le 3e coûtent ensemble 5f,40, que le 3e et le 1er coûtent ensemble 3f,90, enfin que le 1er et le 2e coûtent ensemble 6f,40.

3361. — On a acheté trois champs; le 1er augmenté de la moitié des deux autres aurait 129 a.; le 2e augmenté de la moitié des deux autres aurait 151 a.; enfin le 3e augmenté de la moitié des deux autres aurait 144 a. Quelle est la superficie de chaque champ?

3362. — On a payé une 1re fois 45 fr. pour 8 m. d'étoffe et 5 m. de doublure; une 2e fois, on paye 66f,60 pour 12 m. d'étoffe et 7 m. de doublure. Trouver les prix du mètre d'étoffe et du mètre de doublure.

3363. — J'ai 610 fr. en pièces de 20 fr. et de 5 fr., en tout 68 pièces. Combien ai-je de pièces de chaque espèce?

3364. — On a payé 290 fr. avec 103 pièces de 5 fr., de 2 fr. et de 1 fr. Le nombre des pièces de 1 fr. est égal à celui des pièces de 5 fr Combien y a-t-il de pièces de chaque espèce? (*C. Compl.*)

* *Revision.*

Problèmes. — 3365. — En augmentant de 4 le multiplicande et le multiplicateur d'une multiplication, on augmente le produit de 188. Trouver les deux facteurs de ce produit, sachant que leur différence est 21. (*Coll. Chaptal.*)

3366. — Calculer un nombre impair tel que si on lui ajoute les quatre nombres impairs immédiatement supérieurs on trouve pour somme 905. (*E. P. S.*)

3367. — La somme de trois nombres consécutifs est 111, quels sont-ils?

3368. — Un père a 3 fois l'âge de son fils. Il y a 9 ans, son âge était égal à 5 fois l'âge de son fils. Dire l'âge de chacun. (*Lyc. et Coll.*)

3369. — On a partagé une somme de 1 020 fr. entre trois personnes en donnant à chacune le même nombre de pièces; la 1re a eu des pièces de 10 fr., la 2e de 5 fr., la 3e de 2 fr. Combien chaque personne a-t-elle eu de pièces et quelle somme a-t-elle reçue?

3370. — On partage 2500 fr. entre quatre personnes. La 1re a eu le double de la 2e moins 500 fr.; la 2e le triple de la 3e moins 750 fr., et la 3e, 6 fois autant que la 4e moins 1 000 fr. Dire la part de chacune.

3371. — Trois personnes doivent se partager 7580 fr.: on demande la part de chacune, sachant que la 2e aura le double de la 1re moins 500 fr., et la 3e la moitié de la somme des deux 1res plus 50 fr.

3372. — Si j'achetais pour 23f,40 d'oranges dont le tiers à 0f,15 et le reste à 0f,12, combien en aurais-je? (*C. Compl.*)

3373. — Un négociant déclaré en faillite ne peut payer que 31 °/₀ à ses créanciers ; avec 4941 fr. de plus, il pourrait payer les 4/7 de ce qu'il doit. Quel est son passif? (*B. E. Seine.*)

3374. — Quel même nombre faut-il ajouter aux deux termes de la fraction 7/15 pour obtenir une fraction égale à 7/9?

3375. — Huit personnes doivent payer en commun une somme de 230 fr.; mais, plusieurs d'entre elles n'ayant pu payer, les autres sont obligées de donner 17f,25 de plus que leur part. Combien de personnes n'ont pu payer?

3376. — Les fortunes de deux personnes sont actuellement de 32450 fr. et de 8650 fr.; chaque année la 1re dépense 860 fr. et la 2e économise 540 fr. Dans combien d'années les fortunes de ces deux personnes seront-elles égales? (*Lyc. et Coll.*)

3377. — Dans une usine, on coule 288 pièces de fonte; les unes pèsent 10 kg., les autres 15 kg. Le poids total des pièces est de 3780 kg. On demande le nombre des pièces de chaque sorte.

3378. — Deux employés gagnent ensemble 5200 fr. par an. Le 1er dépense chaque année les 3/4 de son gain, et le 2e les 2/3 du sien. Sachant que le montant de leurs économies s'élève à 1502f,50, calculer le traitement annuel de chacun d'eux. (*B. E. Lille.*)

3379. — Dans une loterie de bienfaisance on a placé un certain nombre de billets. Si le prix de chaque billet avait été augmenté de 0f,10, on en aurait placé 500 de moins, mais la loterie aurait rapporté 50 fr. de plus. Si, au contraire, on avait diminué le prix de 0f,10, on en aurait placé 400 de plus, mais la loterie aurait rapporté 240 fr. de moins. Combien y avait-il de billets et quel était le prix de chaque billet?

3380. — Trouver une fraction telle qu'elle devient égale à 3/5 quand on ajoute 5 à chacun de ses termes et qu'elle devient égale à 1/5 quand on retranche 5 de chacun de ses termes.

3381. — Trois fontaines coulent dans un même bassin. La 1re coulant seule le remplirait en 6 heures, la 2e en 8 heures et la 3e en 12 heures; on demande combien ces fontaines coulant ensemble mettront de temps pour remplir le bassin.

3382. — Les deux aiguilles d'une montre sont sur midi; à quelle heure aura lieu la prochaine rencontre? Combien y aura-t-il de rencontres des deux aiguilles de midi à minuit?

3383. — Un marchand a acheté des oranges à 0f,90 la douzaine. Il commence à en vendre la moitié au détail à raison de 4 oranges pour 0f,35. Puis il vend le reste à raison de 3 oranges pour 0f,25, et il gagne en tout 2 fr. Combien avait-il de douzaines d'oranges. (*E. P. S.*)

3384. — Un négociant a dans une 1re année augmenté son capital des 2/5; dans une 2e année, il augmente le nouveau capital de ses 3/8; mais, dans une 3e année, il perd 1/11 de ce qu'il avait à la fin de la 2e. Son capital est alors de 70000 fr. Quelle somme avait-il d'abord?

3385. — La somme des chiffres d'un nombre de deux chiffres est 10 et si l'on intervertit les deux chiffres, le nombre diminue de 54. Quel est ce nombre?

3386. — Après avoir travaillé, le 1er pendant 10 jours et le 2e pendant 12 jours, deux ouvriers reçoivent le même salaire. Le 1er gagne par jour 1 fr. de plus que le 2e. Combien chacun gagne-t-il par jour?

3387. — Un employé peut disposer de 3 heures pour faire une promenade; il part dans une voiture qui fait 12 km. à l'heure et reviendra à pied en faisant 4 km. à l'heure. A quelle distance du point de départ doit-il quitter la voiture pour être de retour à l'heure fixée?

3388. — Si tu me donnais 9 fr., j'aurais autant que toi, disait Louis; si tu me donnais 9 fr., j'aurais 7 fois plus que toi, répondit Pierre. Combien avaient-ils chacun?

3389. — Deux nombres sont entre eux comme 3 est à 8 et leur différence est 35. Quels sont ces nombres?

3390. — Deux personnes ont l'une 140000 fr. et l'autre 60000 fr. Tous les ans, elles augmentent de 5000 fr. chacun de ces capitaux. Dans combien d'années la fortune de la 1re sera-t-elle le double de la fortune de la 2e?

3391. — Un capital placé à 5 °/o et un autre à 4 1/2 °/o donnent le même revenu. Calculer ces capitaux, si leur somme est 2418f,70.

3392. — Un grainetier a acheté une certaine quantité de froment : il en a revendu la moitié avec 12 °/o, le tiers avec 15 °/o de bénéfice et le reste avec une perte de 3 °/o. Son gain total est de 315 fr. Calculer le prix d'achat du froment.

3393. — Un train de chemin de fer parcourt un certain nombre de kilomètres qu'on demande de calculer, sachant que si la vitesse était les 4/5 de ce qu'elle est réellement il lui faudrait pour effectuer le trajet 27 heures 1/2 et que si, au contraire, la vitesse réelle était augmentée de 24 km. à l'heure, il ne mettrait que 8 heures pour faire les 4/7 du même trajet. (*Enregistrement.*)

3394. — Deux ouvriers travaillent ensemble. Le 1er gagne par jour les 2/3 du gain journalier du 2e. Au bout d'un certain temps, le 2e, qui a travaillé 5 jours de plus que le 1er, a reçu 150 fr. et le 1er a touché 80 fr. Combien chacun gagne-t-il par jour? (*B. E. Caen.*)

3395. — De Paris à Lyon le prix est en 1re classe 58f,60, en 2e classe 38f,25. Un train de 634 voyageurs a donné une recette de 25044f,15. Combien y avait-il de personnes dans chaque classe? (*C. Compl.*)

3396. — Un marchand vend 10 kg. de sucre et 5 kg. de café pour 31 fr. Il vend 15 kg. de sucre et 7 kg. de café pour 44f,50. On demande le prix du kilogramme de chaque marchandise. (*Coll. Chaptal.*)

3397. — Un ouvrier s'est engagé pour 80 jours à condition qu'on lui donnerait 4f,75 par jour de travail et qu'il paierait 1f,20 par jour de repos. Au bout du temps fixé, il a reçu 261 fr. Combien de jours a-t-il travaillé? (*E. P. S.*)

3398. — Une personne a une certaine somme dans sa bourse. Elle dépense d'abord dans un 1er magasin 1/9 de cette somme; puis elle fait une aumône de 16 fr. dans une famille pauvre; enfin, elle dépense dans un 2e magasin les 7/12 de ce qui lui reste. Elle n'a plus alors dans sa bourse que les 16/45 de la somme qu'elle avait primitivement. Quelle était cette somme? (*B. E. Seine.*)

3399. — Chaque fois qu'un élève est premier en composition, il reçoit de son père une somme de 5 fr., mais, lorsqu'il a une autre place, il donne 1f,25 à son père. Au bout de 29 compositions, l'élève possède 70 fr. Combien de fois a-t-il été premier? (*B. E. Rennes.*)

3400. — Pour vider un tonneau de vin on emploiera des bouteilles de 7/8 de l. Si l'on employait des bouteilles de 4/5 de litre, il en faudrait 24 de plus. Déterminer la contenance du tonneau en litres et le nombre des bouteilles nécessaires pour le vider. (*Coll. Chaptal.*)

3401. — Un candidat au brevet demande ses notes de l'écrit. On lui répond : « L'arithmétique est la partie la plus faible de votre examen; la composition française la dépasse de 2 points 3/4 et l'orthographe dépasse celle-ci de 1 point 1/4. Le total de vos points augmenté de 12 points 3/4 égale 4 fois la note de la composition française. » Trouver les notes obtenues par ce candidat. (*B. E. Alger.*)

3402. — La différence de deux nombres est 1225, et les 4/9 du 1er valent les 3/5 du 2e. Calculer ces deux nombres. (*E. P. S.*)

3403. — Un train laisse à la 1re station 1/9 du nombre des voyageurs qu'il emportait au départ ; il laisse à la 2e station 1/4 du nombre des voyageurs restants, plus 5 voyageurs ; à la 3e, 1/5 de ce qui lui restait après la 2e station, plus 2 voyageurs ; après quoi le nombre des voyageurs que le train contenait est réduit de moitié. Quel était ce nombre ? (*B. E. Aix.*)

3404. — Dans un lycée de jeunes filles, il y a 135 externes, les unes surveillées qui payent chacune 15 fr. par mois, les autres libres qui payent chacune 12 fr. par mois. La rétribution mensuelle payée par les externes libres surpasse de 270 fr. celle qui est payée par les externes surveillées. En conclure le nombre des externes de chaque catégorie. (*E. N. Somme.*)

3405. — On a trois lingots : le 1er contient 20 g. d'or, 30 g. d'argent et 40 g. de cuivre ; le 2e, 30 g. d'or, 40 g. d'argent et 50 g. de cuivre ; le 3e, 40 g. d'or, 50 g. d'argent et 90 g. de cuivre. Quel poids faudra-t-il prendre de chacun de ces lingots pour en former un autre qui contienne 34 g. d'or, 46 g. d'argent et 67 g. de cuivre? (*Coll. Chaptal.*)

3406. — Une personne achète un certain nombre de mètres d'une 1re étoffe pour 21 fr. et un autre nombre de mètres d'une 2e étoffe pour 18f,90. Le prix du mètre de la 2e étoffe est les 3/4 du prix du mètre de la 1re et la personne achète en tout 11 m. d'étoffe. Trouver 1° le prix du mètre de chaque étoffe ; 2° le nombre de mètres de chaque étoffe. (*B. E. Rennes.*)

3407. — Une ménagère paye le pain 0f,45 le kilogramme et le vin 0f,27 le litre ; elle dépense 10 fois plus pour le pain que pour le vin, et en tout 11f,88 par semaine pour ces deux objets. On demande quelles quantités et pour quelles sommes de l'un et de l'autre elle consomme en une année de 365 jours. (*B. E. Toulouse.*)

3408. — Un train express a 27 voyageurs de 1re classe et 56 voyageurs de 2e classe qui ont payé en tout 440 fr. S'il y avait eu au contraire 56 voyageurs de 1re et 27 de 2e, la recette eût été de 556 fr. On demande le prix du billet de chaque classe.

3409. — Deux capitaux placés, l'un à 5 °/₀, l'autre à 3 °/₀, rapportent ensemble 360 fr. par an et le 1er rapporte 33 fr. de plus que le 2e. Quels sont ces deux capitaux ?

3410. — Trouver un nombre de deux chiffres, sachant que la somme des deux chiffres est 11 et que si l'on renverse l'ordre des chiffres, on obtient un nouveau nombre égal au triple du 1er plus 5.

3411. — Une personne place à 3 °/₀ un certain capital et à 3 1/2 °/₀ un autre capital qui surpasse le 1er de 4260 fr. Le 2e capital rapporte par trimestre 49f,40 de plus que le 1er. Quels sont les deux capitaux placés ? (*B. E. Seine.*)

3412. — Un grainetier a du blé qui lui coûte 16f,40 l'hectolitre, et d'autre blé qui lui revient à 17f,20. Quelle quantité doit-il prendre de chaque espèce pour en faire 3600 l. qu'il puisse vendre, sans perte ni gain, au prix de 16f,90 l'hectolitre ?

3413. — Deux capitaux placés, l'un à 5 °/₀, l'autre à 4 1/2 °/₀, sont dans le rapport de 3 à 5. L'intérêt annuel produit par le 2e surpasse de 117 fr. l'intérêt annuel du 1er. Calculer les deux capitaux. (*B. E. Lyon.*)

3414. — Deux capitaux, l'un de 4200 fr., l'autre de 5400 fr., placés à des taux inconnus, rapportent ensemble 315 fr. par an. Si le 1er capital était placé au taux du 2e et inversement, la somme des intérêts serait 309 fr. Trouver les taux des deux placements.

3415. — Un train de chemin de fer parti de Lyon à 6 heures du matin marche avec une vitesse de 40 km. à l'heure; 2 heures plus tard un autre train part de la même ville et parcourt la même route avec une vitesse de 1 km. à la minute. A quelle heure le 2e train rencontrera-t-il le 1er, et à quelle distance de Lyon?

3416. — Trouver un nombre de trois chiffres, sachant que la somme de ses chiffres est 21, que le chiffre des dizaines est égal à la demi-somme des deux autres et que, si l'on renverse l'ordre des chiffres, on obtient un nouveau nombre qui surpasse le 1er de 396.

3417. — Trois joueurs conviennent que celui qui perdra doublera l'avoir des deux autres. Après avoir perdu chacun une partie, ils se retirent du jeu avec 18 fr. chacun. Combien avaient-ils primitivement?

3418. — Un oncle laisse par testament une somme de 52000 fr. à partager entre ses deux nièces âgées, l'une de 8 ans, et l'autre de 12 ans, à la condition qu'en plaçant les deux parts de l'héritage à intérêts simples à 3 °/o, chacune des nièces ait la même somme à l'âge de 20 ans. Trouver les deux parts et la somme que chacune aura à l'âge de 20 ans. (*B. E. Seine.*)

3419. — Pendant une année, une personne augmente son avoir des 2/15 de sa valeur; pendant l'année suivante, elle augmente également des 2/15 de sa valeur ce qu'elle avait à la fin de la 1re année. Si chaque fois l'augmentation, au lieu d'être des 2/15, avait été de 1/5, cette personne aurait eu, au bout de la 2e année, 10500 fr. de plus. On demande d'évaluer le montant de son avoir primitif. (*B. E. Seine.*)

3420. — Un épicier a acheté de l'huile et du vinaigre. Une 1re fois, il revend 72 l. d'huile et 36 l. de vinaigre pour 136f,62, réalisant un bénéfice de 10 °/o sur le prix d'achat. Une 2e fois, il revend 48 l. d'huile et 60 l. de vinaigre pour 97f,47, subissant une perte de 5 °/o sur le prix d'achat. Calculer le prix d'achat du litre d'huile et du litre de vinaigre. (*B. E. Besançon.*)

3421. — Un capital de 7200 fr. est devenu, au bout d'un certain temps, avec ses intérêts simples, 7924f,50. Pendant 1/3 du temps il a rapporté 3,50 °/o; pendant 1/4 du temps 4 °/o, et pendant le reste du temps 4f,46 °/o. Combien de temps a-t-il été placé? (*B. E. Bordeaux.*)

3422. — Les roues d'une voiture ont respectivement 0m,80 et 1m,40 de diamètre; quelle distance cette voiture a-t-elle parcourue lorsque les petites roues ont fait 2000 tours de plus que les grandes?

3423. — Deux sommes sont placées à intérêts simples, la 1re de 4800 fr. au taux de 5 °/o, la 2e de 5400 fr. au taux de 4 °/o. Dans combien de temps ces deux capitaux augmentés de leurs intérêts seront-ils devenus égaux? (*B. E. Bordeaux.*)

3424. — Un marchand a acheté une pièce de drap à 12f,25 le mètre; il en a vendu le quart à 15f,50, le sixième à 15 fr., le tiers à 14f,50 et le reste à 15f,25. Il a ainsi gagné 266 fr. sur l'ensemble de ce marché. Combien de mètres avait la pièce de drap? (*B. E. Seine.*)

3425. — Deux villes A et B sont reliées par un chemin de fer de 31 km. Le transport de la houille coûte 0f,04 par kilomètre et par tonne. En supposant que la tonne de houille coûte 19 fr. en A et 19f,50 en B, on demande de trouver à quelle distance de A est placé le point de la droite AB où il est indifférent de faire venir le charbon de A ou de B. (*B. E. Clermont.*)

3426. — Un express part de Paris à midi se dirigeant vers Lyon avec une vitesse de 80 km. à l'heure; un train omnibus part de Lyon à 2 heures du soir se dirigeant vers Paris avec une vitesse de 48 km. à l'heure. A quelle heure ces deux trains se rencontrent-ils? La distance de Paris à Lyon est de 512 km.

SUJETS DE COMPOSITION

donnés dans les examens du brevet élémentaire.

Bordeaux. — **3427.** — Démontrer que tout nombre qui divise à la fois le dividende et le diviseur d'une division, divise le reste, — et que tout nombre qui divise à la fois le reste et le diviseur, divise le dividende. — Quelle application de ces deux principes connaissez-vous?

3428. — En admettant que le litre d'eau de mer pèse 1026 g. et contienne 29 g. de sel, on demande à quel volume, exprimé en centimètres cubes, il faut réduire, par l'évaporation, un hectolitre d'eau de mer, pour que le liquide renferme 15 °/₀ de son poids de sel.

Grenoble. — **3429.** — Démontrer que, pour multiplier 37 par 43, il suffit de retrancher le carré de 3 du carré de 40.

3430. — Une ouvrière et une apprentie travaillent dans le même atelier. L'ouvrière reçoit un salaire 4 fois plus élevé que l'apprentie. L'ouvrière, qui a commencé son travail deux jours avant l'apprentie, reçoit, au bout d'un certain temps, 60 fr., et l'apprentie touche, le même jour, 13f,50. Combien gagne chacune d'elles par jour? Combien chacune d'elles a-t-elle travaillé de jours?

Toulouse. — **3431.** — Le quotient d'une division est 7, le reste 152. Si l'on additionne le dividende, le diviseur et le reste, on trouve 2624. Quels sont le dividende et le diviseur?

3432. — Une personne a placé à 3,50 °/₀ une somme de 15600 fr. Elle place, 8 mois plus tard, une somme de 14900 fr. au taux de 4,50 °/₀. On demande au bout de combien de temps (années, mois et jours), après le premier placement, les intérêts rapportés par chacune de ces sommes deviendront égaux.

Montpellier. — **3433.** — Qu'appelle-t-on produit de plusieurs facteurs? Exemple : $15 \times 7 \times 4 \times 12 \times 25$. — Comment montre-t-on que dans un produit de trois facteurs on peut intervertir les deux derniers sans changer le résultat? — En se rappelant qu'on peut sans changer le résultat placer les facteurs dans un ordre quelconque, montrer que dans le produit précédent on peut remplacer les facteurs 15 et 12, 25 et 4 par leur produit, et écrire : $15 \times 7 \times 4 \times 12 \times 25 = 180 \times 100 \times 7$. — Importance de cette modification.

3434. — Une personne possède un champ rectangulaire qu'elle a acheté 18f,25 l'are. Elle en vend une partie à 30f,45 l'are, pour l'établissement d'un chemin. Ce dernier traverse le champ parallèlement à la longueur et a une largeur égale au vingtième de la largeur du terrain. Le reste du terrain est vendu 2545 fr. l'hectare. Cette personne réalise finalement un bénéfice de 745 fr. On demande la surface cultivable de ce terrain.

Besançon. — **3435.** — Définir le produit des deux nombres 359×7; obtenir ce produit comme conséquence immédiate de la définition : en déduire ensuite la règle pratique.

3436. — Trouver l'âge d'un père et de son fils, sachant qu'il y a 8 ans l'âge du père valait 4 fois celui du fils et que dans 12 ans l'âge du père sera double de celui du fils.

Lyon. — **3437.** — Le nombre 32400 est divisible par 4 et par 9, pourquoi? Quels chiffres significatifs pourrait-on mettre à la place des deux zéros pour que le nouveau nombre soit divisible par 4 et par 9?

3438. — Une ouvrière employée dans une maison de confections a reçu pour 22 journées de travail une somme de $81^f,50$ et 5 m. de drap. Pour 15 jours de travail, pendant lesquels son salaire journalier a été augmenté de 1/5, elle a reçu une somme de $72^f,25$ et $2^m,50$ de drap de même qualité que le premier. Calculer le nouveau salaire de cette ouvrière et le prix du mètre de drap.

Grenoble. — **3439.** — Démontrer que tout nombre divisible par deux autres nombres premiers entre eux est divisible par leur produit. — D'après cela, dire, sans effectuer la division, si les nombres 1485 et 4260 sont divisibles par 15 et par 18, et pourquoi.

3440. — Un bassin rectangulaire a $5^m,80$ de longueur et $3^m,50$ de largeur. Pour le remplir, on laisse ouverts pendant 13 h. 32 min. deux robinets dont l'un fournit 15 hl. d'eau par heure, et l'autre 90 dal. Quelle est la profondeur du bassin?

Bordeaux. — **3441.** — Quel changement éprouve le reste d'une soustraction quand on multiplie le grand nombre par 4 et qu'on diminue le petit nombre de 1? Trouver le grand nombre, sachant que le nouveau reste et l'ancien diffèrent de 37.

3442. — Un vase rempli aux 3/4 d'eau pure pèse 27 kg. Rempli aux 5/7 de mercure, il pèse 278 kg. Trouver le poids du vase vide et sa capacité, sachant qu'un litre de mercure pèse $13^{kg},6$.

Caen. — **3443.** — Démontrer que, pour multiplier un nombre par 70, on peut le multiplier d'abord par 2, puis le résultat obtenu par 5 et enfin le dernier résultat par 7.

3444. — Une ménagère achète une pièce de drap et une pièce de toile qui lui ont coûté ensemble 324 fr. Elle a payé le drap 8 fr. le mètre et la toile 3 fr. Elle emploie les 4/5 du drap et les 3/7 de la toile, et il se trouve que les restes des deux pièces ont des valeurs égales. Calculer combien chaque pièce contenait de mètres. Vérifier.

Lyon. — **3445.** — Dans une division on augmente le dividende de 39 et le diviseur de 3, le quotient et le reste ne changent pas. Trouver le quotient.

3446. — Un spéculateur achète une propriété qu'il trouve à revendre de suite avec un bénéfice brut égal à 1/10 du prix d'achat. Au lieu d'accepter ce marché, il préfère attendre, et quelque temps après il revend avec un bénéfice brut égal aux 12/100 du prix de vente, et qui se trouve être supérieur de 1000 fr. à celui qu'il aurait retiré de la première vente. — Calculer le bénéfice de ce spéculateur.

Montpellier. — **3447.** — Effectuer, en expliquant, la multiplication 409×85 en commençant par la gauche des deux facteurs. — Donner d'abord, avec théorie, la manière ordinaire. Comparer.

3448. — Un vitrier ayant à poser des vitres découpe tout autour d'une feuille de verre rectangulaire une bande rectangulaire de 12 cm. de largeur. Cette bande forme une surface de $49^{dm^2},44$. La largeur primitive de la feuille de verre était les 11/12 de la longueur primitive. On demande le prix de la feuille restante, à 5 fr. le mètre carré.

Besançon. — **3449.** — La division est un partage. Le montrer sur les exemples suivants. Partager : 1° 48 fr. entre 6 personnes; 2° 45 fr. entre 6 personnes. Ce dernier exemple servira à définir le reste de la division et à établir sa plus grande valeur.

3450. — Un champ a été revendu à raison de 55 fr. l'are, avec un bénéfice total de 182f,16. On demande combien il avait été payé l'hectare lors de son achat. — Ce champ a la forme d'un quadrilatère irrégulier ABCD. La diagonale AC est partagée en deux parties AH = 45 m. et HC = 93 m. par la hauteur BH du triangle ABC. La hauteur DE du triangle ACD tombe sur le prolongement de AC et CE = 10 m. Sachant que les perpendiculaires BH et DE sont respectivement égales à 42 m. et 54 m., faire le plan du champ à l'échelle de 1/2000.

Aix. — **3451.** — Preuve par 9 de la multiplication.

3452. — La vitesse d'une automobile est 54 km. à l'heure. A un moment donné, le conducteur aperçoit, dans la direction où il se déplace, la lumière d'un coup de fusil; puis, après un nouveau parcours de 20 m., il entend la détonation. A quelle distance l'automobile se trouve-t-elle alors du tireur? Le son parcourt 340 m. par seconde et la transmission de la lumière est regardée comme instantanée.

Rennes. — **3453.** — En multipliant 823 par 715 on place par erreur le 1er chiffre du 2e produit partiel sous le chiffre des centaines du multiplicateur, les deux autres produits partiels sont placés suivant la règle. Dire, sans refaire l'opération, ce qu'il faut retrancher au produit obtenu pour trouver le produit exact.

3454. — Une personne, qui possède un capital, voudrait acquérir une maison et un jardin qui lui coûteraient respectivement 11/12 et 1/8 de ce capital. — 1° Pendant combien de temps lui faudrait-il placer son capital à 5 °/₀ pour que les intérêts simples produits fussent égaux à la somme qui lui manque pour acheter les deux propriétés? 2° Quel est le capital, sachant que, pendant le temps dont il s'agit plus haut, une somme égale au prix d'achat de la maison produirait 475 fr. d'intérêts de plus qu'une somme égale au prix d'achat du jardin? (On veut une solution arithmétique et non algébrique.)

Nancy. — **3455.** — On a multiplié 645 par 408 et on a trouvé comme produit 29520. La preuve par 9 ne montre pas l'erreur. Pourquoi? Comment feriez-vous la preuve par 11 de la même opération, en utilisant le caractère de divisibilité par 11?

3456. — Une certaine somme a été placée pendant un an au taux de 4 °/₀. Cette somme a été diminuée de 290 fr. et le reste placé au taux de 4 1/2 °/₀. Au bout de 16 mois, la somme ainsi diminuée avait produit un intérêt égal au précédent. Quelle était la somme primitive?

Dijon. — **3457.** — Que deviennent le quotient et le reste d'une division quand on augmente le dividende d'un multiple du diviseur?

3458. — Un marchand vend une marchandise avec un bénéfice de 12 °/₀ sur le prix d'achat. Si la marchandise lui avait coûté 150 fr. de plus, le prix de vente restant le même, il aurait perdu 1/14 du prix de vente. Combien lui coûtait la marchandise?

Besançon. — **3459.** — Comment multiplie-t-on une somme par une différence? Quelle remarque intéressante avez-vous à faire dans le cas où les nombres qui composent la somme multiplicande sont les mêmes que ceux qui composent la différence multiplicateur?

3460. — Pour faire les robes d'uniforme aux 18 élèves de première année d'une Ecole normale, on a employé 99 m. d'une étoffe dont la largeur est les 6/5 du mètre. Un an après, la nouvelle promotion ayant augmenté de 5 élèves, combien a-t-il fallu de mètres d'une étoffe dont la largeur est les 4/5 du mètre? Quel sera le prix de revient d'une robe si l'étoffe coûte 4f,75 le mètre et si on obtient une remise de 10 °/₀ en payant comptant?

Seine. — **3461.** — 1° Multiplication d'un nombre entier par un nombre formé de l'unité suivié de zéros. — 2° Multiplication d'un nombre entier par un nombre formé d'un chiffre significatif, autre que l'unité, suivi de zéros. — Prendre pour exemple 36×100 et 5×300.

3462. — On a payé une somme de 21450 fr. en partie avec des pièces de 10 fr. en or, en partie avec des pièces de 5 fr. en argent. — Le poids des pièces de 10 fr. est égal au poids des pièces de 5 fr., on demande : 1° la valeur de ce poids commun ; 2° le nombre des pièces de 10 fr. et celui des pièces de 5 fr. que l'on a dû employer.

Lyon. — **3463.** — Démontrer comment on multiplie une somme de deux nombres par une somme de deux nombres sur l'exemple $(11 + 5)(8 + 3)$ sans effectuer les parenthèses. — *Application :* On a acheté un certain nombre de mètres de drap, et le prix de chaque mètre est un nombre de francs égal au nombre de mètres achetés. Si le nombre des mètres achetés est augmenté de 3 et si en même temps le prix de chaque mètre est augmenté de 5 fr., le montant de l'achat sera augmenté de 79 fr. On demande le nombre de mètres primitif.

3464. — Un pensionnat s'est procuré, pour la rentrée du 1er octobre, la quantité de vin nécessaire pour servir à ses 72 pensionnaires pendant le 1er trimestre de l'année scolaire une ration journalière de 1/3 de litre par élève. Le matin du 15 octobre on admet 18 nouvelles élèves demi-pensionnaires pour chacune desquelles la ration journalière doit être les 2/3 de celle d'une pensionnaire, et à ce moment on prévoit un congé de 8 jours pour le mois de décembre. — A combien doit-on fixer la ration journalière de chaque élève pensionnaire, à partir du 15 octobre, pour que la quantité de vin achetée suffise à la consommation du trimestre? Quel est le prix de cette fourniture de vin à 32 fr. l'hectolitre?

Clermont. — **3465.** — Théorie du plus grand commun diviseur de deux nombres. Raisonner sur les nombres 28035 et 5355.

3466. — Une couturière livre à raison de 60 fr. un costume pour la confection duquel elle compte 20 fr. de façon. Les prix de la doublure et des garnitures réunis sont le tiers du prix de l'étoffe employée. Cette étoffe a 120 cm. de large, tandis que la largeur de la doublure n'est que de 80 cm. Le prix du mètre de la doublure est les 2/75 du prix de l'étoffe et les 4/35 du prix des garnitures. Sachant que la surface du coupon de doublure est les 5/12 de la surface du coupon d'étoffe, on demande : 1° la longueur de ces deux coupons ; 2° le prix du mètre de l'étoffe employée.

Lille. — **3467.** — En augmentant de 4 le multiplicande et le multiplicateur, on a augmenté de 124 le produit de la multiplication. Calculer les deux facteurs, sachant que leur différence est 3.

3468. — Deux frères héritent d'une vigne et d'un champ dont les superficies sont entre elles comme 3 et 4 1/4. La vigne est estimée 38 fr. l'are et le champ 25 fr. l'are. Celui qui prend la vigne donne 92f,25 à celui qui a le champ et le partage est alors également fait. On demande le contenu de chaque parcelle.

Seine. — **3469.** — Donner la définition de la multiplication d'un nombre par une fraction. — Démontrer la règle de la multiplication d'un nombre entier par une fraction, en prenant pour multiplicande le nombre 13 et pour multiplicateur la fraction 5/8.

3470. — Deux trains, qui partent au même instant, l'un de Paris, l'autre de Tours, doivent arriver à Bordeaux en même temps. La distance de Paris à Bordeaux est 588km,84 ; celle de Tours à Bordeaux est 351km,12. La somme des vitesses des trains est 89km,52. On demande :

1° le temps du trajet de chaque train ; 2° la distance qui séparera les trains 3 h. 3/4 après leur départ. (La vitesse d'un train est le nombre de kilomètres qu'il parcourt dans une heure.)

Bordeaux. — **3471.** — Que devient un produit de deux nombres quand on multiplie chaque facteur par 4? Sachant que, dans ces conditions, le produit a augmenté de 90, en déduire la valeur de ce produit, puis les deux facteurs.

3472. — Un propriétaire payait, une certaine année, en contributions, 1/7 de ce qu'il touchait pour ses loyers. L'année suivante, il avait augmenté le prix total de ses loyers de 205 fr. Mais ses contributions avaient été portées à 1/6 de la somme touchée pour ses nouveaux loyers. Dans les deux cas, le propriétaire a joui, une fois les impôts payés, du même revenu. Quel est ce revenu?

Alger. — **3473.** — Définir l'opération qui consiste à réduire au même dénominateur les fractions 5/12, 1/8, 21/265. Le problème a-t-il plusieurs solutions? Quelle est la meilleure?

3474. — On a mesuré du bois au stère et on l'a payé à raison de 18 fr. le stère. On l'a revendu 5f,25 le quintal. On a ainsi réalisé un bénéfice qui, placé à 5 °/₀, a donné au bout de 10 mois, capital et intérêts compris, la somme de 1323 fr. La densité du bois étant 0,81 et le vide laissé entre les bûches étant 1/15 du volume mesuré, on demande combien on avait mesuré de stères de bois.

Seine. — **3475.** — Comment fait-on pour décomposer un nombre en ses facteurs premiers? Décomposez en ses facteurs premiers le nombre 15015. Enoncez les théorèmes sur lesquels repose cette opération et démontrez-en un, à votre choix.

3476. — Deux trains de chemin de fer mettent pour aller de Paris à Blois, l'un 2 h. 48 min., l'autre 4 h. 40 min. Le premier fait à l'heure 26 km. de plus que le second. Calculer la distance de Paris à Blois.

Caen. — **3477.** — Réduire à sa plus simple expression 1785/2295. Raisonner l'opération en rappelant les principes appliqués.

3478. — Quel titre de rente 3 °/₀ pourra-t-on acheter au cours de 97f,20 avec le prix d'un terrain vendu à raison de 1200 fr. l'hectare? Ce terrain a la forme d'un trapèze de hauteur égale à 372 m.; l'une des bases est les 3/4, l'autre les 11/6 de la hauteur.

Montpellier. — **3479.** — I. Qu'appelle-t-on : 1° diviseur commun à plusieurs nombres ; 2° nombres premiers entre eux ; 3° nombre premier? Donner des exemples. — II. Montrer qu'un diviseur commun à plusieurs nombres est un diviseur de leur somme. — III. On partage un nombre premier quelconque (67 par exemple) en deux nombres dont la somme égale ce nombre (30 et 37 par exemple). Ces deux nombres sont-ils toujours premiers entre eux? Pourquoi?

3480. — Une modiste vend pour 24f,95 un chapeau avec sa voilette. Elle gagne ainsi 27 °/₀ sur le prix d'achat du chapeau et 44 °/₀ sur celui de la voilette. Sachant qu'elle a payé le même prix un lot de 11 chapeaux et un lot de 12 douzaines de voilettes, déduire de ce qui précède le prix d'achat d'un chapeau et celui d'une voilette.

Dijon. — **3481.** — Démontrer que de deux nombres pairs consécutifs l'un est nécessairement multiple de 4.

3482. — On a placé pendant le même temps deux capitaux : le 1er à 3 °/₀, le 2e à 3 1/2 °/₀. Le 1er, qui surpasse le 2e de 4000 fr., a rapporté 1600 fr.; le 2e a rapporté 1400 fr. On demande la valeur de chaque capital et la durée du placement.

Poitiers. — **3483.** — En expliquant les opérations, trouver le numérateur a de la fraction $a/15$, sachant que :

$$\frac{a}{15} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}.$$

3484. — Une personne a acheté un terrain rectangulaire dont la largeur est les 5/8 de la longueur. Elle l'a fait entourer d'un treillage qui vaut $0^f,45$ le mètre et dont le prix total égale les 9/250 du prix d'achat du terrain. La dépense totale, achat du terrain et du treillage, s'élève à $8417^f,50$. On demande les deux dimensions du terrain.

Besançon. — **3485.** — Démontrer le théorème : tout nombre qui en divise deux autres divise leur plus grand commun diviseur.

3486. — Une personne fait le voyage de Paris à Vesoul à l'aide de deux billets : l'un de 2e classe, de Paris à Chaumont, l'autre de 3e classe, de Chaumont à Vesoul. La dépense totale s'est élevée à $30^f,90$, y compris les frais d'enregistrement des bagages qui représentent 1/5 de la somme des montants des deux billets. On demande la distance de Paris à Chaumont et celle de Chaumont à Vesoul, sachant que la distance de Paris à Vesoul est de 381 km., et que le prix des billets est calculé à raison de $0^f,0756$ en 2e classe et de $0^f,04928$ en 3e classe, par voyageur et par kilomètre. Vérifier les résultats.

Alger. — **3487.** — On fait le produit des 100 premiers nombres. Ce produit est-il divisible par 7? par des puissances de 7? Quelle est la plus haute puissance de 7 qui divise ce produit? Justifiez.

3488. — Une masse de minerai de fer a fourni 9936 kg. de fer pur. Elle était composée d'un mélange d'hématite, de sidérite, de magnétite et de matières étrangères. Les poids de ces quatre parties constituant la masse étaient proportionnels aux nombres 48, 69, 46 et 37. L'hématite qui a fourni 69 °/₀ de son poids de fer pur, la sidérite qui en a fourni les 12/25 de son poids et la magnétite ont chacune dans l'ensemble fourni la même quantité de fer pur. 1° Combien 100 kg. de magnétite ont-ils fourni de kilogrammes de fer pur? 2° Quel est le poids total de la masse?

Chambéry. — **3489.** — Qu'appelle-t-on nombres complexes? — Montrer comment on multiplie et comment on divise un nombre complexe par un nombre entier. Choisir des exemples et expliquer.

3490. — Un épicier achète du café à $3^f,80$ et à $4^f,25$ le kilogramme. Il fait un mélange de ces deux qualités de café et il en vend $71^{kg},500$ au prix total de $363^f,80$, en réalisant sur cette vente un bénéfice de 25 °/₀ sur le prix de revient. On demande dans quelles proportions le mélange des deux qualités de café a été fait.

Toulouse. — **3491.** — Décomposer en facteurs premiers les nombres 243936 et 5544. — Montrer que le premier nombre est divisible par le second et déterminer le quotient.

3492. — Une personne a prêté à 4,50 °/₀ une somme qui lui rapporte 1602 fr. par an. On la lui rend; alors elle l'emploie à l'achat d'un champ qui lui rapporte 3,50 °/₀ et d'une maison qui rapporte 6 °/₀. On demande ce que cette personne consacre à l'achat du champ et de la maison si elle veut conserver le même revenu de 1602 fr.

Seine. — **3493.** — Démontrer que si une fraction ordinaire a ses deux termes premiers entre eux, comme 5/6, toute fraction équivalente a ses termes équimultiples de ceux de la première. — En déduire la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction ordinaire soit irréductible.

3494. — Un marchand veut gagner 20 °/₀ sur le prix de vente net d'une bicyclette qui lui a coûté 182f,40 ; mais il est obligé d'accorder lui-même à l'acheteur une remise de 20 °/₀ sur le montant brut de la facture de vente, plus un escompte de caisse de 5 °/₀ sur la facture déjà réduite. Quel doit être le montant brut de la facture? Vérifier.

Bordeaux. — **3495.** — Démontrer que le produit : 1° de deux nombres entiers ; 2° de deux fractions, ne change pas, quand on intervertit l'ordre des facteurs.

3496. — Trois jeunes filles ont travaillé dans un magasin aux mêmes appointements mensuels, la 1re 5 mois, la 2e 9 mois, la 3e toute l'année. La 1re y a pris une robe, la 2e une paire de bottines, la 3e une robe et une paire de bottines de même valeur que les précédentes. Après déduction sur leurs appointements de la valeur des fournitures choisies par elles, la 1re a reçu, en quittant la maison, 270 fr., la 2e 520 fr. et la 3e 670 fr. Trouver le prix de la robe, celui de la paire de bottines et les appointements mensuels de chaque jeune fille.

Clermont. — **3497.** — Trouver tous les nombres entiers de deux chiffres tels que chacun d'eux divisé successivement par 5 et par 9 donne pour restes 4 et 3.

3498. — On a réparé un tapis rectangulaire qui mesurait 2m,50 de long sur 3 m. de large. On a enlevé tout autour une bande de 10 cm. de largeur, puis on a doublé le tapis avec une étoffe de 75 cm. de large, coûtant 75 fr. la pièce de 150 m. Enfin, on l'a bordé avec un galon qui coûte 5 fr. les 20 m. A combien reviennent les fournitures pour la réparation du tapis? De combien de décimètres carrés a-t-on réduit sa surface?

Montpellier. — **3499.** — Qu'appelle-t-on diviseur commun de plusieurs nombres? En donner trois de 204, 156, 280. — Trouver le plus grand commun diviseur de 588 et 636. Expliquer. — En divisant deux nombres par 25, on trouve pour quotients exacts 34 et 51, 25 est-il un diviseur commun de ces deux nombres? Est-ce le plus grand? Sinon quel est-il? Expliquer.

3500. — Une ménagère possède un tapis rectangulaire dont la longueur est les 6/5 de la largeur; elle se propose de l'utiliser de la façon suivante : 1° par un coup de ciseaux parallèle à la largeur, elle en séparerait un 1er tapis dont la surface serait le tiers de celle du tapis primitif; 2° par un autre coup de ciseaux perpendiculaire au 1er, elle partagerait le restant en 2 tapis dont l'un serait le double de l'autre. Si elle donne suite à son intention, pour combien devra-t-elle acheter de bordure pour ces trois tapis, sachant qu'elle compte utiliser celle du tapis primitif, bordure qui a coûté 1f,25?

Bordeaux. — **3501.** — Que signifie l'expression $(15/28) \times 4/5$? En partant de la définition donnée, démontrer que ce produit est égal à $(15/28) : (5/4)$.

3502. — Un fermier consacre une partie de sa récolte en vin à l'achat d'un cheval. S'il ne vendait que 4 barriques de vin, il manquerait à la somme ainsi obtenue 1/25 du prix du cheval. Il livre alors 5 barriques : sur le produit de cette vente, il paye le cheval et il lui reste 75 fr. Dire le prix de vente de la barrique et la valeur du cheval.

Nancy. — **3503.** — Un nombre divise un produit de deux facteurs. Dans quel cas divise-t-il nécessairement un des facteurs? Exemples.

3504. — Une personne place les 3/4 de son avoir à 4 °/₀ et le reste à 5 °/₀. Après avoir retiré 8000 fr. et placé le reste à 4 1/2 °/₀, son revenu annuel se trouve diminué de 210 fr. Quel est son avoir?

Montpellier. — **3505.** — Ranger les fractions suivantes par grandeurs croissantes en les réduisant au même numérateur :

$$\frac{4}{7},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{9},\ \frac{9}{11}.$$

Expliquer la manière de procéder. Pourrait-on pour cet arrangement se dispenser de la réduction ?

3506. — Une pépinière rectangulaire est plantée de jeunes arbustes en lignes parallèles aux côtés. Les premières rangées sont à 45 cm. des bords. Sur la largeur il y a 57 arbustes espacés de $1^m,25$, et sur la longueur, 89 arbustes. Ce terrain est échangé contre un autre, rectangulaire, de même qualité non planté, de 405 m. de long et de 2 hm. 8 m. de large, estimé à 510 fr. l'hectare. Les arbustes en place valant 73 fr. le cent, déduire de ce qui précède leur distance sur la longueur.

Aix. — **3507.** — Démontrer que le carré d'un nombre impair est un multiple de 8 augmenté de l'unité.

3508. — Le périmètre d'un jardin rectangulaire est 74 m. Si l'on augmente sa longueur de 5 m. et sa largeur de 3 m., sa superficie est augmentée de 1 are 56 centiares. Quelles sont les dimensions de ce jardin ? (Les solutions algébriques sont admises.)

Caen. — **3509.** — Que devient la différence de deux nombres quand on les multiplie par un troisième ? Démontrer ce principe et l'appliquer au problème suivant : Trouver une fraction équivalente à la fraction 117/195 et telle que la différence entre les deux termes soit 30.

3510. — Une ménagère porte au marché 7 paires de volailles, poules et canards. Elle vend ses poules $1^f,50$ pièce, et $2^f,60$ pièce ses canards, et reçoit pour le tout $27^f,60$. Elle calcule qu'elle a fait ainsi un bénéfice de $8^f,80$ sur le prix de revient. Chaque poule lui procure un bénéfice égal aux 5/8 du bénéfice fait sur un canard. Combien avait-elle de poules et de canards ? A combien lui revenait chaque poule, chaque canard ?

Caen. — **3511.** — Que devient une fraction quand au numérateur on ajoute son double et au dénominateur son triple ?

3512. — Le parquet d'une chambre de $4^m,25$ de large a été couvert d'un tapis qui coûte $16^f,50$ le mètre carré. On a doublé ce tapis avec une étoffe de $0^m,80$ de large qui coûte $0^f,60$ le mètre. On a dépensé ainsi $351^f,90$. Quelle est la longueur de la salle ? Combien a-t-il fallu de mètres de doublure ?

Lille. — **3513.** — Soit 8735,1 à diviser par 47,675. Calculer le quotient exact de cette division en lui donnant la forme la plus simple possible. Justifier le procédé employé.

3514. — L'intérêt annuel d'une somme est de 156 fr. Si on augmente le taux de 0,4 °/₀ l'intérêt pendant 15 mois augmente de $24^f,374$. On demande quel est le capital et à quel taux il est placé.

Lyon. — **3515.** — A quel caractère reconnaît-on qu'une fraction est réduite à sa plus simple expression ? Donnez le moyen de réduire une fraction à sa plus simple expression et justifiez-le. Appliquez-le à la fraction 7812/18396. Montrez qu'une fraction de la forme $a/(2a+1)$ est toujours réduite à sa plus simple expression, quelle que soit la valeur donnée à a.

3516. — Un spéculateur achète un pré à raison de 6000 fr. l'hectare. Après l'acquisition il s'aperçoit que son pré contient 5 ares de moins que la contenance indiquée. Néanmoins, il se dispense de faire

une réclamation, car il trouve aussitôt à le revendre au prix de 69 fr. l'are (contenance exacte). En faisant cette vente, il gagne 10 °/₀ sur ce qu'il a déboursé. Calculer, d'après cela, la contenance exacte de ce pré.

Lyon. — **3517.** — Démontrer que, pour diviser un nombre entier par une fraction, on multiplie ce nombre entier par l'inverse de la fraction diviseur. Dans quel cas le quotient est-il plus grand ou plus petit que le dividende? *Application :* On divise un nombre entier a par la fraction 5/11 ; quelle valeur faut-il donner à a pour que le quotient soit un nombre entier? Justifiez votre réponse. Calculez la valeur de a quand le quotient surpasse le dividende de 18.

3518. — Un négociant a du blé de deux qualités. S'il les mélange dans le rapport de 3 à 2, le quintal du mélange revient alors à 23f,80. S'il les mélange dans le rapport de 1 à 3, le quintal du mélange revient à 22f,75. Calculer d'après cela le prix du quintal de chaque qualité.

Clermont. — **3519.** — Monnaies (système français).

3520. — Deux fontaines ont des débits respectifs de 3 et 4 litres à la seconde. Pour remplir un bac on fait d'abord couler la première fontaine jusqu'au moment où le bac est à moitié plein; ensuite on fait couler les deux fontaines en même temps. Dans ces conditions, il faut 8 min. 20 sec. pour remplir le bac. Trouver la contenance de ce bac.

Seine. — **3521.** — Trouver les fractions égales à 24/42 et exprimées en termes plus simples.

3522. — La distance de deux villes situées sur le même méridien est de 22850 m. La latitude de la 1re étant de 48° 38′ 26″,66, quelle est la latitude de la seconde ville, située au nord de la 1re?

Toulouse. — **3523.** — Le plus grand commun diviseur de deux nombres est 90. On demande quels sont ces deux nombres, sachant que la série des quotients obtenus dans la recherche du plus grand commun diviseur est 5, 2, 1, 4.

3524. — Le rapport de deux capitaux est égal à 5/7. Si l'on augmente chacun d'eux de 500 fr., leur rapport devient égal à 8/11. On demande : 1° le montant de chacun de ces capitaux ; 2° le taux auquel est placé le second, sachant que le taux du 1er est 4 °/₀ et que le rapport de l'intérêt produit par le 1er capital en 6 mois et de l'intérêt du 2e en 4 mois est 5/7.

Seine. — **3525.** — Qu'appelle-t-on fractions équivalentes? Comment les obtient-on? Trouver deux fractions respectivement équivalentes aux fractions 2/5 et 7/12, et telles que le numérateur de la 1re soit égal au dénominateur de la 2e.

3526. — Un vigneron vend son vin 90 fr. la pièce et place son argent à intérêts simples au taux de 2,78 °/₀ ; au bout de 9 mois il retire, capital et intérêts réunis, une somme de 3675f,06 sur laquelle il prélève 146f,70 et emploie le reste à l'achat d'un terrain de forme carrée qu'il paie à raison de 6400 fr. l'hectare. On demande combien il a vendu de pièces de vin et quelle est la longueur du côté du carré. — Vérifier le résultat obtenu.

Seine. — **3527.** — Multiplier 28/9 par 2,05 et donner le résultat en un nombre décimal approché à moins d'un demi-centième près.

3528. — Les 4/5 d'une pièce de toile ont été vendus 66f,50. Le reste est vendu 0f,05 de plus par mètre et la vente totale a produit ainsi 83f,60. Dire la longueur de la pièce et le prix de vente du mètre dans le premier cas.

Poitiers. — **3529.** — Expliquer la division des nombres décimaux sur l'exemple 563,25 : 3,864. — Tirer la règle pratique.

3530. — Au moment où un propriétaire se dispose à vendre son blé et son vin, il survient une baisse de 6 fr. par hectolitre sur le prix du vin, et une hausse de 2 fr. par hectolitre sur le prix du blé, de sorte que s'il vendait tout son vin et tout son blé aux nouvelles conditions du marché il perdrait 300 fr. Il vend alors la totalité du blé, mais seulement les 2/3 du vin, et il retire de cette vente ce qu'il en aurait retiré en vendant aux anciennes conditions les mêmes quantités de blé et de vin. Combien a-t-il vendu de blé et de vin?

Bordeaux. — **3531.** — Démontrer que le carré d'une somme de deux nombres est égal à la somme des carrés de ces deux nombres augmentée de leur double produit.

3532. — La pointe de Corsen, dans le Finistère, est située à 7° 8' de longitude ouest par rapport à Paris; on peut admettre que le mont Donon, dans les Vosges, est à 5° 20' de longitude est. On demande : 1° de calculer et d'exprimer en mètres la distance qui, à l'équateur, sépare les méridiens passant par ces deux points extrêmes de la France (pointe de Corsen et mont Donon); 2° de déterminer exactement l'heure du mont Donon et de la pointe de Corsen, quand il est midi à Paris. (On admettra que la Terre est une sphère et que chaque grand cercle de cette sphère mesure 40 000 km. de circonférence.)

Rennes. — **3533.** — Que devient la somme de deux nombres quand on multiplie chacun d'eux par un 3e? Démontrer ce principe et l'appliquer à la résolution du problème suivant : Trouver une fraction équivalente à 18/27 et telle que la somme de ses termes soit 105.

3534. — Trois blocs de glace sont tels que le volume du 1er surpasse de 1/9 celui du 2e, que celui du 2e n'est que les 16/18 de celui du 3e et que la différence entre les volumes du 1er et du 3e est de $1^{m3}\ 5^{dm3}\ 90^{cm3}$. Calculer la quantité d'eau qui résultera de leur fusion, en supposant que l'eau diminue de 1/8 de son volume en passant de l'état solide à l'état liquide.

Alger. — **3535.** — Une division dont le diviseur est 372 a donné pour quotient 15 et pour reste 208. Dire sans faire aucun calcul écrit quels seraient le quotient et le reste si l'on divisait le dividende de la première division par 15. Justifier les résultats.

3536. — Un train express faisant 75 km. à l'heure passe dans une gare A à 9 h. 17 min. Un train ordinaire allant dans la même direction à la vitesse de 48 km. à l'heure a quitté la même gare à 8 h. 49 min. Comme il est de règle qu'un train doit être garé pour laisser passer un train plus rapide, s'il ne peut atteindre le point de garage suivant 15 minutes au moins avant le passage du train le plus rapide, on demande à quelle gare doit être retenu le train ordinaire, sachant que les voies de garage sont aux points B, C, D, E distants de A de 15 km., 27 km., 35 km. et 50 km. A quelle heure chacun des deux trains arrivera-t-il à la gare où le train express doit dépasser le train ordinaire?

Seine. — **3537.** — Exposé et justification des règles d'intérêt simple. Trouver l'intérêt de 76 500 fr. placés à 3 1/3 °/₀ pendant 8 mois 1/2.

3538. — Disposant de 5 pièces de drap, à 48 m. l'une, d'une valeur de $13^f,50$ par mètre, on s'entend avec un tailleur pour lui faire confectionner un certain nombre de vêtements exigeant chacun $1^m,65$ de drap et dont la façon est estimée 45 fr., une partie du drap étant donnée en paiement de la façon. Combien pourra-t-on faire confectionner de vêtements dans ces conditions? Quelle sera la quantité de drap qui restera sans emploi?

Montpellier. — **3539.** — Qu'appelle-t-on diviseur commun de deux nombres? Donnez-en trois de 840 et de 630. Un diviseur commun à deux nombres peut-il être supérieur à la différence de ces deux nombres? Quand est-il égal à cette différence?

3540. — Un père laisse trois enfants. Usant du droit que lui donne la loi, il décide que l'un de ses enfants infirme aura d'abord 1/4 de son héritage et qu'il prendra ensuite sa part sur le reste comme ses frères. L'aîné dont la situation est assez brillante renonce à ce qui lui revient en faveur de l'infirme, qui se trouve ainsi posséder une prairie ayant la forme d'un triangle rectangle dont chaque côté de l'angle droit a 400 m. de long et louée 45 fr. l'hectare. Sachant que cette location représente un taux d'intérêt de 3 °/₀ de la valeur de la prairie, on demande la valeur de la fortune laissée par ce père à ses enfants.

Seine. — **3541.** — Enoncer la règle à suivre pour partager un nombre proportionnellement à des nombres donnés, et la justifier par le raisonnement sur l'exemple suivant : partager 300 fr. entre trois associés, proportionnellement à 2, 3 et 5.

3542. — Une personne place un capital à un certain taux pendant 15 mois et reçoit au bout de ce temps 11238f,75, capital et intérêts réunis. Elle place au même taux pendant 22 mois un 2e capital trois fois plus grand que le 1er et retire au bout de ce temps 34330f,50, capital et intérêts réunis. Trouver les deux capitaux et le taux commun.

Seine. — **3543.** — Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction ordinaire soit exactement réductible en fraction décimale. Dire si la fraction 6/15 donnera une fraction décimale exacte.

3544. — Un oncle laisse en héritage un terrain de 9 ha. 95 ca. à partager entre trois neveux âgés respectivement de 30 ans, 25 ans et 20 ans, à condition que les parts seront en raison inverse de leurs âges. On demande quelle est la fraction d'héritage qui doit revenir à chacun d'eux. Trouver aussi le nombre de mètres carrés que chacun doit avoir et quelle somme serait représentée par chacune des trois parts, en admettant que la valeur du mètre carré soit de 0f,55.

Seine. — **3545.** — Si le produit de deux nombres est égal au produit de deux autres, ces quatre nombres forment une proportion. Démontrer sur l'exemple : $6 \times 12 = 8 \times 9$.

3546. — Un commerçant a deux effets à négocier : le 1er de 800 fr. à 90 jours d'échéance; le 2e de 2500 fr. à 60 jours d'échéance. Il peut s'adresser à deux banquiers, dont le 1er prend 6 °/₀ d'escompte et 1/4 °/₀ de commission, tandis que le second prend 5 °/₀ d'escompte et 1/2 °/₀ de commission. Auquel des deux banquiers devra s'adresser le commerçant pour chacun de ses effets et quelle somme recevra-t-il?

Toulouse. — **3547.** — Etant données les fractions égales

$$15/40 = 24/64 = 30/80,$$

démontrer que la fraction obtenue en prenant pour numérateur la somme des numérateurs et pour dénominateur la somme des dénominateurs est égale à chacune d'elles.

3548. — Une personne achète une propriété composée de trois parcelles dont les surfaces sont proportionnelles aux nombres 2, 4, 6. Le prix du mètre carré est de 0f,32. Le prix d'achat ne pouvant être payé comptant est divisé en quatre parts égales qui seront versées d'année en année et augmentées de leurs intérêts simples à 4 °/₀, le 1er versement ayant lieu un an après la conclusion du marché. L'acheteur verse en tout, capital et intérêts, 46843f,50. Trouver : 1° la surface de chaque parcelle; 2° le montant de chaque versement.

Bordeaux. — **3549.** — On augmente la longueur a d'un jardin de 1 m., sa largeur b de 1 m. De combien augmente-t-on sa surface? Démonstration. — La surface primitive est 600 m², la surface nouvelle 651 m²; quel est le contour primitif du jardin?

3550. — Une personne fait deux placements de son avoir : 840 fr. plus les 2/5 du reste sont placés à 5 °/₀ dans le commerce; le nouveau reste est placé chez un particulier à 3 1/3 °/₀. Le tout rapporte annuellement 342 fr. Quel est l'avoir de cette personne?

Chambéry. — **3551.** — En divisant 5/9 par une certaine fraction on obtient un quotient qui est égal aux 3/4 du dividende. Quelle est cette fraction? — Quelle quantité faut-il ajouter ou retrancher au diviseur pour que le quotient devienne les 4/5 du dividende?

3552. — Une personne qui possède une somme de 51 480 fr. partage inégalement cette somme entre ses deux neveux. Le 1er consacre les 5/8 de son argent à l'achat d'une propriété. Le 2e place les 3/7 de son avoir en rentes sur l'Etat. La somme d'argent qui leur reste alors est inversement proportionnelle à leur âge. Quelle est la part de chacun, sachant que le 1er est âgé de 24 ans et le 2e de 20 ans?

Poitiers. — **3553.** — Que devient le produit de deux nombres lorsqu'on ajoute une unité à l'un d'eux et qu'on retranche une unité à l'autre? Faire la démonstration sur le produit 70×20. — En utilisant la propriété précédente, expliquer comment on peut effectuer rapidement le produit 51×19.

3554. — Un vase a la forme d'un parallélépipède rectangle. Les dimensions du rectangle de base sont dans le rapport de 3 à 4 et la hauteur est de 152 mm. On pèse le vase rempli successivement d'eau et d'un liquide dont la densité est 0,8; sachant que la différence des deux poids est de 4kg,0218, trouver les dimensions de la base.

Aix. — **3555.** — Quels avantages présentent les fractions décimales? Sur quelle propriété des fractions ordinaires se base-t-on pour les transformer en fractions décimales? Expliquer cette propriété.

3556. — Un capital placé pendant 8 mois devient, après addition de ses intérêts, 42 333 fr. Si le même capital primitif avait été placé pendant deux ans, mais à un taux égal aux 2/3 du 1er, il serait devenu 43 566 fr. Trouver le capital primitif et les deux taux. (Les solutions algébriques sont admises.)

Nancy. — **3557.** — Condition nécessaire et suffisante pour que deux nombres décomposés en facteurs premiers soient divisibles l'un par l'autre. — En déduire la forme générale des diviseurs d'un nombre.

3558. — Deux personnes partant de Nancy se proposent de visiter l'Exposition de Bruxelles. La distance à parcourir est d'environ 330 km. Toutes deux partent de Nancy à 7 h. 40 min. du matin et voyagent dans des conditions différentes. La 1re voyage par chemin de fer avec une vitesse moyenne de 45 km. à l'heure; quelle sera l'heure de son arrivée? La 2e part en aéroplane et parcourt 5 milles marins en 6 minutes. Un accident survenu au moteur à 10 h. 4 min. l'oblige à s'arrêter. Elle monte dans une automobile, qui passe en cet endroit 1 h. 20 min. après, et qui se dirige sur Bruxelles. Quelle vitesse doit avoir ce véhicule pour que la 2e personne arrive en même temps que la 1re? Le mille marin vaut environ 1 850 m.

Lyon. — **3559.** — Déterminer le quotient à 1 près et le reste de la division de 3 594 par 47. On multiplie le dividende seul par 9 et on conserve le même diviseur 47. Sans faire la nouvelle division, déduire des résultats de la 1re le quotient et le reste de la seconde.

3560. — Un négociant vend du vin à 23 fr. l'hectolitre. L'acheteur lui fait un billet à 72 jours. Le négociant porte ce billet chez un banquier qui le lui escompte à 5 °/₀. Le négociant calcule alors que s'il avait vendu son vin 25 fr. l'hectolitre, payables comptant, il aurait reçu 144f,95 de plus. Trouver le nombre d'hectolitres vendus.

Lille. — **3561.** — Quand on divise séparément deux nombres par leur différence, les restes que l'on obtient sont égaux et les quotients ne diffèrent que d'une unité.

3562. — Un jardin rectangulaire a 100 m. de long et 50 m. de large. Une allée dont la largeur est 1m,50 en fait le tour; au milieu, une allée parallèle au grand côté du rectangle a une largeur de 1m,75. Il y a en outre 5 allées transversales parallèles à la largeur dont la largeur est 0m,90; le reste est cultivé. Quelle est la surface cultivée?

Clermont. — **3563.** — Définir les expressions suivantes : multiple d'un nombre; multiple commun à deux nombres; diviseur d'un nombre; plus grand commun diviseur de deux nombres; plus petit multiple commun de deux nombres. — Chercher le plus grand commun diviseur et le plus petit multiple des nombres 456 et 132. — Qu'obtient-on comme produit, quand on multiplie le plus grand commun diviseur de deux nombres par leur plus petit commun multiple?

3564. — Un capitaliste place sa fortune à 4 °/₀; 2 ans après, il retire 1/4 du capital et laisse le reste porter intérêts pendant 7 mois; après ce temps, il retire encore 1/4 du capital qui restait alors placé et laisse ce qui reste du capital produire intérêts pendant 13 mois. Le total des intérêts simples s'est élevé depuis l'origine du placement à 25025 fr. Quel était le capital primitif?

Lyon. — **3565.** — Un élève a eu à faire la multiplication du nombre 564 par un autre nombre entier qu'il a oublié. Il se rappelle toutefois qu'en augmentant chaque facteur de 5 unités, le nouveau produit surpassait de 3470 le produit primitif. Retrouver le facteur oublié.

3566. — Trois lingots d'argent ont pour titres 0,95; 0,80; 0,53. Les poids du 1er et du 2e sont proportionnels à 4 et 5. Le poids du 3e est le triple de celui du 2e. Le poids total des trois lingots est 2880 g. On demande : 1° le poids de cuivre ou d'argent pur qu'il faudra y ajouter pour pouvoir fabriquer des pièces de 1 fr. avec l'alliage obtenu; 2° le nombre des pièces frappées.

Caen. — **3567.** — De chacun des termes de l'expression fractionnaire 23/17 on retranche 7. Que devient-elle? Vers quelle valeur tendrait-elle si l'on retranchait des deux termes des nombres croissants de 0 à 17?

3568. — Une prairie de 72 ares est composée de deux parties égales en surface, mais de qualités différentes. La 1re vaut 30 fr. l'are et l'autre 25 fr. On propose : 1° de retrancher de la 1re une parcelle telle que, si on l'ajoute à la 2e, les deux lots devenus inégaux en étendue aient la même valeur; 2° de trouver les deux dimensions de cette prairie, sachant qu'elle a la forme d'un rectangle et qu'une des dimensions est double de l'autre.

Rennes. — **3569.** — L'un des facteurs d'un produit est le triple de l'autre facteur; si on augmente chacun d'eux de 4, le produit est augmenté de 224. Quels sont ces deux facteurs?

3570. — Un lingot d'or pur a la forme d'un parallélépipède rectangle : ses dimensions sont 3 cm.; 0m,4 et 5 mm. On le fond avec une quantité de cuivre convenable et l'on obtient un alliage au titre des monnaies d'or. Combien de pièces de 10 fr. pourra-t-on fabriquer avec cet alliage? La densité de l'or est 19,5.

Paris. — **3571.** — Démontrer que le produit de trois nombres entiers consécutifs est toujours divisible par 6.

3572. — On fait d'une propriété de 111 ha. trois lots, dont les surfaces sont respectivement en raison inverse des nombres 4, 5 et 6. On demande de calculer l'étendue de chaque lot et la valeur totale de la propriété, sachant que les lots sont égaux en valeur, et que le prix du mètre carré du lot dont le terrain est le moins bon est de $0^f,70$.

Seine. — **3573.** — Déterminer, sans effectuer la division, le nombre des chiffres du quotient de la division de deux nombres entiers. Prendre pour exemple le quotient de 59729 par 87. (Formuler une règle générale.)

3574. — Un objet composé d'or et de cuivre pèse 664 g. et son volume est de 43 cm^3; calculer les poids d'or et de cuivre qu'il contient, sachant qu'un centimètre cube d'or pèse 19 g. et qu'un centimètre cube de cuivre pèse $8^g,8$. Combien faut-il faire fondre d'or pur avec cet alliage pour obtenir un nouvel alliage propre à faire des pièces de 20 fr. et combien obtiendra-t-on de ces pièces?

Rennes. — **3575.** — Trouver un nombre qui, divisé par 8, 15, 24, 40, donne toujours 2 pour reste, et, s'il y en a plusieurs, indiquer le plus petit.

3576. — Un tonneau de vin est rempli aux 4/5. S'il n'était rempli qu'aux 3/4, son contenu vaudrait $7^f,15$ de moins. On demande quelle est sa capacité, sachant que le vin vaut $0^f,65$ le litre. Ce tonneau est en tôle et cylindrique. A l'intérieur, son diamètre est de 56 cm. Quelle est sa longueur?

Besançon. — **3577.** — On divise un nombre par 29, et le reste de la division est égal au quotient. Que doit être le dividende pour que ce fait puisse se produire? Généraliser la réponse.

3578. — On a placé à des taux différents 880 fr. pendant 75 jours et 350 fr. pendant 120 jours. Les intérêts produits par les deux sommes sont égaux. Calculer les taux, sachant que leur somme est égale à 9.

Lille. — **3579.** — Etant donné le produit de deux facteurs égaux, dire ce qu'il advient du produit si l'on augmente l'un des facteurs et si l'on diminue l'autre d'un même nombre quelconque. Démontrer. Ex. : 20×20 et $(20 + 3)(20 - 3)$. — En déduire une méthode pour calculer mentalement : 19×21 ; 28×32 ; 37×43 ; $4\ 1/2 \times 5\ 1/2$.

3580. — Au commencement d'un repas, une personne remplit son verre avec de l'eau ; puis elle en boit 1/4 et le remplit avec du vin; elle vide ensuite les 3/4 de son verre et le remplit encore une fois avec du vin, mais jusqu'aux 2/3 seulement. Dans quel rapport l'eau et le vin sont-ils alors mélangés dans le verre de cette personne?

Besançon. — **3581.** — Comment multiplie-t-on un nombre par une somme de deux parties? — Déduire de cette règle un procédé pratique permettant de calculer mentalement le produit de deux nombres compris entre 20 et 30. Ex. : 27×24.

3582. — Une automobile part de Besançon pour Marseille par Lyon à 8 h. 20 min. du matin avec une vitesse de $58^{km},2$ à l'heure. Une seconde automobile part de Lyon à 10 h. 35 min. du matin avec une vitesse de $42^{km},5$ à l'heure. Au bout de 25 minutes de marche, un accident de machine oblige la 1re automobile à s'arrêter pendant 12 minutes. On demande : 1° à quelle heure la 1re automobile rejoindra la deuxième ; 2° à quelle distance de Marseille se fera la rencontre? (Distance de Besançon à Lyon : 237 km. ; de Lyon à Marseille : 352 km.)

TABLE DES MATIÈRES

ARITHMÉTIQUE

NOMBRES ENTIERS

Notions préliminaires 3
Numération 4
Addition 7
Soustraction. Sommes et différences 10
Multiplication 14
Produit de plusieurs facteurs. Produits de sommes ou de différences. 18
Puissances 22
Division 24
Théorèmes sur la division 30
Problèmes sur les quatre opérations. Revision du Cours moyen. Partages. Problème des coefficients. Fausse position 33
Revision générale 50
Divisibilité. Caractères. Preuve par 9 58
Plus grand commun diviseur. Nombres premiers entre eux 66
Nombres premiers. Facteurs premiers. Diviseurs. Plus grand commun diviseur. Plus petit commun multiple. Problèmes 70
Revision générale 78

FRACTIONS

Définitions. Propriétés 82
Simplification. Réduction au même dénominateur 86
Addition. Soustraction. Multiplication 94
Quotient exact 104
Problèmes : Fraction connue. Partages 110
Nombres décimaux. Opérations. Quotients approchés. Conversion en décimales 122
Revision générale 130

RACINES

Carré. Racine carrée 142
Cube. Racine cubique 150

NOMBRES COMPLEXES

Mesure du temps. Conversion. Extraction. Opérations 154
Courriers. Mouvement circulaire. Latitude. Longitude 166
Revision 172

APPLICATIONS

Rapports. Proportions 178
Grandeurs proportionnelles. Méthode de supposition 182
Règles de trois 188
Partages proportionnels. Règle de société. Répartition 194
Revision 202
Tant pour cent. Taux. Quantité soumise au pourcentage 208

Intérêts. Méthodes commerciales. Taux. Temps. Capital. Capital primitif. Capitaux dans un rapport donné..... 222
Intérêts composés. *Revision*..... 238
Escompte. Escompte commercial et escompte rationnel..... 244
Echéance commune. Echéance moyenne..... 250
Caisse d'épargne. Caisse nationale des retraites..... 254
Rentes sur l'Etat. Actions et obligations..... 256
Mélanges : Moyennes. Mouillage. Composition d'un mélange..... 263
Alliages : Titre. Changement de titre. Composition d'un alliage..... 266
Revision générale..... 271

CALCUL MENTAL. CALCUL RAPIDE.

Addition. Soustraction..... 283
Multiplication..... 284
Division. Méthode des parties aliquotes..... 286
Revision..... 287

SYSTÈME MÉTRIQUE

Notions générales. Historique..... 291
Mesures de longueur..... 294
Mesures de surface..... 296
Mesures de volume..... 300
Mesures de poids..... 304
Mesures de capacité..... 308
Densité : Poids et volume d'un corps..... 314
Monnaies : Monnayage. Valeur de l'or et de l'argent..... 318
Anciennes mesures..... 323
Revision générale..... 324

GÉOMÉTRIE

Polygones. Rectangle et carré. Périmètre. Surface..... 334
Plan. Echelle..... 343
Parallélogramme. Triangle. Trapèze..... 344
Carré de l'hypoténuse..... 348
Cercle. Longueur de la circonférence. Surface..... 351
Prisme. Parallélépipède. Surface. Volume..... 355
Cylindre. Pyramide. Cône. Sphère..... 362
Tas de pierres. Jaugeage des tonneaux. Cubage des bois..... 367
Revision..... 368

ALGÈBRE

Définitions. Opérations..... 373
Equations du 1er degré. Problèmes..... 376
Revision..... 380

Sujets de composition donnés dans les examens du brevet élémentaire..... 385

SAINT-CLOUD. — IMPRIMERIE BELIN FRÈRES.

MÊME LIBRAIRIE

Envoi franco au reçu du prix en un mandat-poste.

X. & O. MORTREUX

ARITHMÉTIQUE

pratique et raisonnée

Ouvrage adopté pour les écoles de la Ville de Paris.

Cours élémentaire, contenant 2 200 exercices et problèmes. 16e édition. 1 vol. in-12, cart. 90 c.
— *Livre du maître*. 1 vol. in-12. cart. 1 fr. 60 c.
Cours moyen. *Préparation au certificat d'études primaires.* Ouvrage contenant 3 200 problèmes. 18e édition. 1 vol. in-12, cart. 1 fr. 40 c.
— *Livre du maître*, 1 vol. in-12, cart. 2 fr. 50 c.
Cours supérieur. Ouvrage contenant 3 582 exercices et problèmes. 4e édition. 1 vol. in-8°. cart. 2 fr. 25 c.
— *Livre du maître*. 1 vol. in-8°, cart. 4 fr. 50 c.
Compléments, à l'usage des candidats aux Ecoles normales primaires et au brevet supérieur. Ouvrage contenant 858 exercices et problèmes. 1 vol. in-8°, cart. 1 fr. »
— *Livre du maître*. 1 vol. in-8°, cart. 2 fr. 50 c.

BLANCHET & PINARD

COURS COMPLET

D'HISTOIRE DE FRANCE

(préparation au brevet élémentaire)

leçons, récits, lectures, biographies, exercices oraux et écrits, gravures et cartes.

56e édition. 1 vol. in-12, cart. 2 fr. 80 c.

LEBAIGUE ET PESSONNEAUX

LA LECTURE EXPLIQUÉE

Recueil de morceaux choisis avec commentaires et questionnaires, à l'usage des aspirants au brevet élémentaire

27e édition, conforme à la nouvelle nomenclature grammaticale. 1 vol. in-12, relié en toile souple. 3 fr. »